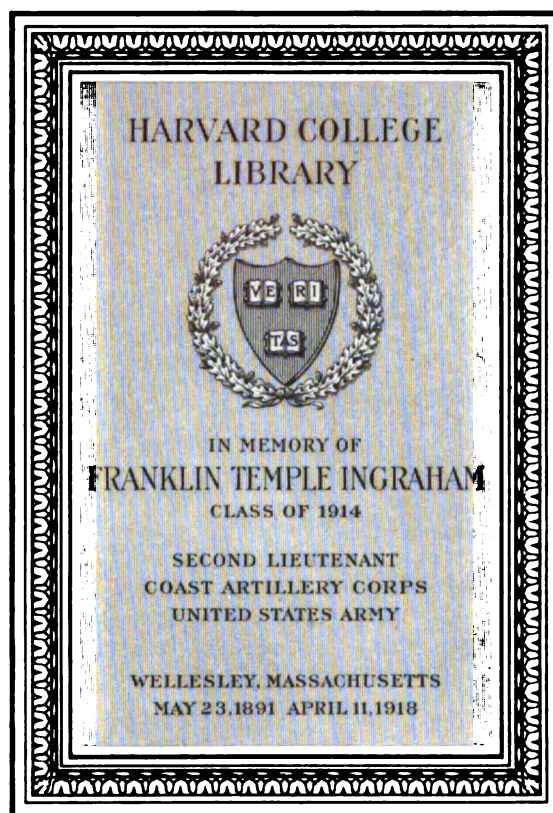
Atti della Accademia pontificia de' nuovi Lincei

Accademia pontificia de' nuovi Lincei

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE'NUOVI LINCEI

ATTI
DELL' ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

PUBBLICATI

CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA

del 22 dicembre 1850

E COMPILATI DAL SEGRETARIO

TOMO XXXIII. - ANNO XXXIII.

(1879-1880)

ROMA
TIPOGRAFIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE
Via Lata N.° 3.

1880

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE Iª DEL 21 DECEMBRE 1879

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. ALESSANDRO CIALDI

MEMORIE E NOTE

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

SULLA STRUTTURA MOLECOLARE DE' SALI DOPPI

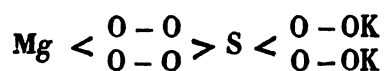
NOTA

DEL P. F. S. PROVENZALI D. C. D. G.

La struttura molecolare de' sali doppi è ancora incerta. Fra i chimici moderni alcuni li considerano non altrimenti che unioni molecolari, simili a quelle dell'acqua di cristallizzazione coi sali. Altri invece li riguardano come combinazioni atomiche, cioè come veri composti, aventi la molecola formata da un nuovo aggruppamento degli atomi dei due sali generatori. Questi per rappresentare razionalmente i sali doppi fanno uso delle formole sviluppate come appresso

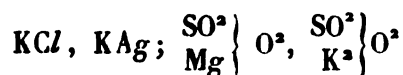
$$K - Cl < Cl - Ag$$

cloruro di argento e potassio

$$Mg < {O - O \atop O - O} > S < {O - OK \atop O - OK}$$

solfato di magnesio e potassio

nelle quali l'unione delle molecole eterogenee si suppone fatta in virtù di un certo numero di valenze supplementarie che si attribuiscono ad alcuni

degli atomi costituenti quelle molecole. Laddove i primi si limitano a scrivere una dopo l'altra le formole dei due sali

$$KCl, \ KAg; \ \left.\begin{matrix} SO^2 \\ Mg \end{matrix}\right\} O^2, \ \left.\begin{matrix} SO^2 \\ K^2 \end{matrix}\right\} O^2$$

frapponendovi una virgola per indicare che le due molecole eterogenee stanno unite assieme indipendentemente dall'azione diretta degli elementi che le compongono. Alle molecole multiple che risultano da siffatte unioni di molecole eterogenee daremo il nome di *gruppi molecolari*.

Per decidere quale delle due suddette ipotesi sia più conforme ai fatti comincerò col rammentare che la natura chimica di un corpo s'identifica colla natura chimica di ciascuna delle sue molecole, di maniera che se queste vengono a soffrire qualche intrinseco cangiamento anche le proprietà chimiche di quel corpo rimangono profondamente alterate. Anzi accade non rare volte che due o più corpi si mostrino dotati di proprietà fisiche e chimiche molto diverse, quantunque dall'analisi molecolare di ciascuno di essi si ottengano i medesimi risultati. In questi casi, conosciuti sotto i nomi di allotropismo ed isomerismo, l'analogia e spesso anche il modo di comportarsi di tali corpi coi reattivi ci conducono ad ammettere che il cangiamento avvenuto nelle molecole consiste unicamente in una diversa disposizione o in una diversa specie di movimento degli atomi di cui sono composti. Quando dunque due corpi dopo essersi uniti assieme mostrano le stesse proprietà chimiche che avevano prima di unirsi, ne inferiremo che le molecole di quei corpi non hanno sofferto alcuna mutazione sia nella specie e nel numero, sia nella disposizione e moto relativo degli atomi che le compongono, e per conseguenza che l'unione si è fatta fra le molecole e non fra gli atomi; essendo cosa manifesta che gli atomi di una molecola non possono agire su quelli di un'altra senza che vengano in ciascuna di esse alterate le mutue relazioni degli elementi, e si formino così de' nuovi sistemi di forze, ossia delle nuove molecole aventi proprietà diverse dalle primitive. Quindi si vede che il criterio per distinguere i gruppi molecolari dalle combinazioni atomiche si deve desumere dalle proprietà chimiche, che in quelle, cioè nelle combinazioni atomiche saranno molto diverse, laddove nei gruppi molecolari *potranno* essere le stesse o quasi le stesse dei loro componenti. Ho detto *quasi le stesse* perchè i cambiamenti di ordine fisico che accompagnano le unioni molecolari possono rendere più o meno energico l'esercizio delle affinità in ciascuna delle molecole unite, e così modificarne le proprietà chi-

miche. Si sa infatti che molti gas, come p. e. il cloro e l'ammoniaca sciolti e condensati nell'acqua in non poche circostanze agiscono più energicamente di quando sono liberi; ma l'indole dell'azione chimica è la stessa in ambidue i casi di libertà e di unione molecolare coll'acqua.

Ciò posto se prendiamo a considerare le proprietà chimiche de' sali doppi, vediamo che in generale questi sali si comportano quasi fossero semplici miscugli, e quando si tenta di volatizzarli, tranne rarissime eccezioni, si sdoppiano alla maniera delle soluzioni, anzi per determinarne lo sdoppiamento alle volte basta l'azione solvente dell'acqua, altre il solo contatto dell'aria o un piccolo innalzamento di temperatura; circostanze tutte nelle quali le vere combinazioni atomiche per lo più non si decompongono, ovvero se si decompongono la decomposizione si fa per atomi o molecole semplici e non per molecole composte. Qui però si deve osservare che col nome di sali doppi spesse volte vengono indicati dei composti che non hanno niente che fare con questa classe di corpi. Tali sono p. e. quei cianuri di ferro e potassio, cobalto e potassio ecc. nei quali la presenza dei due metalli non è svelata dai reattivi propri di essi, epperò che non contengono le molecole di ambidue i sali generatori. La presenza nel composto delle molecole di due sali è il carattere distintivo de' sali doppi, ed è pure la ragione che ha indotto valenti chimici a considerarli non altrimenti che combinazioni atomiche, per la difficoltà di concepire quale possa essere il vincolo che unisce la molecola satura di un sale alla molecola parimenti satura di un altro sale. Ma se si ammette siffatto vincolo per l'acqua di cristallizzazione, per le leghe metalliche e per le soluzioni, che sono certamente unioni di molecole sature, non s'intende perchè non possa ammettersi per le molecole di due sali. Quando si dice che le molecole sature sono sistemi di forze in equilibrio si vuole significare che l'energia individuale dei loro elementi è tutta impiegata ed esaurita nel produrre e mantenere la solidarietà del sistema. Ma ciò non vuol dire che tali sistemi non possano esercitare delle azioni estrinseche risultanti da una forza comune a tutto il sistema. Come possa ciò avvenire s'intende bene nella teoria meccanica delle azioni molecolari. In questa teoria si suppone che ogni molecola sia dotata di doppio moto rotatorio, uno comune a tutto il sistema, lo diremo *rotazione molecolare,* l'altro proprio di ciascuno de' suoi elementi che lo appelleremo *rotazione atomica.* Ammessa questa duplice specie di rotazione le unioni molecolari si potranno considerare originate dalla prima, in quanto che l'etere interposto fra due molecole abbastanza vicine, rarefatto in virtù delle rotazioni molecolari, tenderà a produrre nell'etere circostante uno

squilibrio di pressione capace di unire e tenere unite assieme quelle molecole. In somigliante maniera l'etere esistente fra gli atomi rarefacendosi in forza delle rotazioni atomiche potrà determinare nell'etere circostante lo squilibrio sufficiente ad unire permanentemente quegli atomi e così produrre delle combinazioni atomiche. Intesa in questo modo la genesi delle unioni molecolari e delle combinazioni atomiche, non ha più luogo la difficoltà di trovare un legame atto ad unire le molecole sature. Inoltre apparisce meglio d'onde avvenga che nelle unioni molecolari generalmente parlando poco o nulla sieno alterate le proprietà chimiche dei corpi che si uniscono; mentre lo sono sempre e profondamente nelle combinazioni atomiche. Allorchè un nuovo atomo o un nuovo gruppo di atomi entra a far parte di una molecola, oltre la mutazione sostanziale della molecola medesima, deve anche prodursi un ritardo o accelerazione di moto in tutti gli altri elementi del sistema, senza di che non potrebbero questi costituire col nuovo atomo o col nuovo gruppo di atomi una riunione di forze in equilibrio; onde le proprietà chimiche del composto (le quali tutte dipendono dalla natura, numero, disposizione e moto degli atomi costituenti le molecole) saranno molto diverse da quelle dei componenti. Non può dirsi lo stesso delle unioni molecolari, che concepite nel modo detto di sopra non esigono alterazione alcuna nella natura, numero, disposizione e moto relativo degli atomi.

Per tale maniera i concetti di unione molecolare e di combinazione atomica restano nettamente definiti e richiamati ad un principio unico, cioè al moto in un mezzo inerte, principio già conosciuto nella scienza e adoperato per dare ragione dei fenomeni della coesione, dell'attrazione universale e delle altre forze fisiche che altrimenti non si potrebbero facilmente concepire senza supporre nei corpi l'azione a distanza. Le diversità notate dai chimici fra le leggi delle unioni molecolari e delle combinazioni atomiche sono più apparenti che reali ed in fondo si riducono alle proporzioni definite, che a prima vista non sembrano verificarsi per le soluzioni non sature e per le leghe metalliche, nelle quali anche rimanendo le medesime circostanze di temperatura, pressione, ecc. le proporzioni dei corpi che si uniscono possono variare dentro limiti assai ampi. Ma il fatto che le soluzioni sature si fanno sempre in proporzioni definite, o in altri termini che ciascun corpo ha il suo coefficiente di solubilità fisso e determinato, ci persuade il contrario, voglio dire che anche le soluzioni non sature si compiono in proporzioni definite; colla sola differenza che in queste solo una porzione

del liquido prende parte alla prima soluzione, unendosi un'altra porzione di liquido coi gruppi molecolari già formati, e così appresso finchè tutta la massa sia divenuta perfettamente omogenea. Vede ognuno che questa maniera di ridurre le soluzioni non sature alla legge delle proporzioni definite si può estendere anche alle leghe metalliche, e quindi conchiudere che quanto alla legge delle proporzioni definite, non è dimostrato che le unioni molecolari si allontanino dalle combinazioni atomiche. Ambedue poi queste specie di unioni conservano fra loro un perfetto parallelismo rapporto a tutte le forze capaci di alterare i movimenti molecolari ed atomici, e dall'una si passa all'altra per gradi tanto poco sensibili che in alcuni casi non si può con certezza decidere se il risultato dell'unione di due corpi, p. e. anidrido solforoso ed acqua, costituisca una unione molecolare od una combinazione atomica. Che se i chimici non hanno finora creduto conveniente di estendere alle molecole la teoria delle valenze, è perchè nello stato attuale della scienza non se ne ripromettono quei vantaggi che abbondantemente hanno ritratto dalle valenze atomiche. Del resto l'acqua di cristallizzazione e le soluzioni sature bastano da sè sole a farci intendere che le molecole nel combinarsi assieme manifestano una speciale capacità di saturazione simile a quella di cui si conoscono dotati gli atomi.

COMPOSITION DES FORMES QUADRATIQUES BINAIRES

PAR LE P. TH.^{LE} PEPIN, S. J.

1. Si l'on remonte à l'origine de la théorie de la composition des formes quadratiques, on en trouve un premier germe soit dans les Mémoires d'Euler sur les nombres complexes de la forme $p + q\sqrt{c}$, soit dans les travaux de Lagrange sur les fonctions homogènes semblables qui se reproduisent par la multiplication. Ce germe a été développé en 1789 par Legendre dans le paragraphe de l'*Essai sur la théorie des nombres* où il s'occupe de la multiplication des formes quadratiques. Mais personne avant Gauss n'avait envisagé cette question dans toute la généralité qu'elle comporte, ni reconnu son importance dans la théorie des formes quadratiques. Malheusement les calculs de l'illustre auteur sont si prolixes que, au jugement de Dirichlet, « très-peu de géomètres ont pu bien comprendre la nature de la composition, d'autant plus que le grand géomètre, comme il le dit lui-même, a, pour plus de brièveté, donné des démonstrations synthétiques des théorèmes les plus difficiles, en supprimant l'analyse qui les lui avait fournis. »

Dans un travail publié en 1851 et traduit du latin en français dans le Journal de M. Liouville, 1859, Dirichlet a simplifié la théorie de Gauss, mais en se bornant aux formes de même déterminant, sans même embrasser cette question dans toute son étendue. Arndt a aussi exposé assez simplement en 1859, dans le Journal de Crelle, une partie de la théorie de la composition, dont il devait se servir dans son Mémoire sur les genres de formes quadratiques.

Il m'a semblé désirable de rendre à la théorie de la composition toute l'ampleur de vue avec laquelle elle se trouve exposée dans les *Disquisitiones arithmeticæ*, tout en évitant les longs calculs sous lesquels cette théorie se trouve en quelque sorte cachée. C'est ce que je me suis proposé dans le Mémoire que j'ai l'honneur d'offrir à l'Académie pontificale *de'Nuovi Lincei*.

I. *Conditions nécessaires pour qu'une forme soit transformable en un produit de deux formes données.*

2. Désignons respectivement par F, f, f' les trois formes

$$F(X, Y) = AX^2 + 2BXY + CY^2,$$
$$f(x, y) = ax^2 + 2b\,xy + cy^2,$$
$$f'(x', y') = a'\,x'^2 + 2b'\,x'y' + c'\,y'^2.$$

Si la forme F devient identique avec le produit ff' par la substitution bilinéaire

$$(1) \quad \left| \begin{array}{l} X = pxx' + p'xy' + p''\,yx' + p'''\,yy', \\ Y = qxx' + q'xy' + q''\,yx' + q'''\,yy', \end{array} \right.$$

(ce que nous exprimons avec Gauss en disant que F se transforme en ff' par la substitution p, p', p'', p'''; q, q', q'', q'''), nous disons que la forme F est transformable en ff'. Si de plus cette transformation est telle qu'il n'existe aucun nombre $\varpi > 1$, qui divise en même temps les six nombres

$$P,\ Q,\ R,\ S,\ T,\ U$$

définis par les équations

$$(2) \quad \left| \begin{array}{l} P = pq' - qp',\ Q = pq'' - qp'',\ R = pq''' - qp''' \\ S = p'q'' - q'p'',\ T = p'q''' - q'p''',\ U = p''q''' - q''p''', \end{array} \right.$$

nous disons que la forme F est composée des formes f et f'.

3. Nous déterminerons d'abord les conditions que doivent remplir les déterminants des trois formes pour que la transformation soit possible. Soient donc D, d, d' les déterminants des trois formes F, f, f', M le plus grand commun diviseur des trois nombres A, 2B, C, m celui des trois nombres a, $2b$, c, et m' celui des trois nombres a', $2b'$, c'. Les nombres M, m, m' sont ce que nous appellerons avec Dirichlet les diviseurs des formes F, f, f'. Puis supposant qu'on attribue des valeurs particulières aux indéterminées x', y', désignons par e' le nombre entier auquel f' se réduit, et posons

$$px' + p'y' = \alpha',\ p''\,x' + p'''\,y' = \beta'$$
$$qx' + q'y' = \gamma',\ q''\,x' + q'''\,y' = \delta'.$$

La substitution (1) devient

$$X = \alpha'\,x + \beta'\,y,\ Y = \gamma'\,x + \delta'\,y,$$

et elle transforme F en $e'f = (ae', be', ce')$. D'ailleurs on a

$$\alpha' \delta' - \beta' \gamma' = Q x'^2 + (R + S) x' y' + T y'^2$$

$$e' = m' \left[\frac{a'}{m'} x'^2 + \frac{2b'}{m'} x' y' + \frac{c'}{m'} y'^2\right];$$

en appliquant le théorème connu, que le déterminant d'une forme transformée par une substitution linéaire est égal au déterminant de la forme primitive multiplié par le carré du déterminant de la substitution, nous trouvons $de'^2 = D (\alpha' \delta' - \gamma' \delta')^2$, ou encore

$$(3) \quad \frac{d}{D} = \frac{(\alpha' \delta' - \gamma' \delta')^2}{e'^2} = \frac{[Q x'^2 + (R + S) x' y' + T y'^2]^2}{m'^2 \left[\frac{a'}{m'} x'^2 + \frac{2b'}{m'} x'^2 y' + \frac{c'}{m'} y'^2\right]^2}.$$

De même, si l'on désigne par e la valeur de f qui correspond à des valeurs particulières attribuées à x et à y, et qu'on mette la substitution (1) sous la forme $X = \alpha x' + \beta y'$, $Y = \gamma x' + \delta y'$, on trouve

$$(4) \quad \frac{d'}{D} = \frac{(\alpha\delta - \beta\gamma)^2}{e^2} = \frac{[P x^2 + (R - S) xy + U y^2]^2}{m^2 \left[\frac{a}{m} x^2 + \frac{2b}{m} xy + \frac{c}{m} y^2\right]^2}.$$

On conclut immédiatement des équations (3) et (4) que :

Première conclusion. — *Les déterminants des formes* F, f, f' *sont entre eux comme des nombres carrés.*

4. Désignant par K le plus grand diviseur commun des trois nombres Q, R + S, T, posons

$$\frac{a'}{m'} x'^2 + \frac{2b'}{m'} x' y' + \frac{c'}{m'} y'^2 = g,$$

$$\frac{Q}{K} x'^2 + \frac{R + S}{K} x' y' + \frac{T}{K} y'^2 = h,$$

nous déduisons de l'équation (3)

$$DK^2 h^2 = d m'^2 g^2.$$

Comme les trois nombres $\frac{a'}{m'}$, $\frac{2b'}{m'}$, $\frac{c'}{m'}$ sont premiers entre eux, nous pouvons déterminer x' et y' de manière que g soit premier avec un nombre donné quelconque. Par une raison semblable on peut déterminer x', y' de manière que h soit premier avec un nombre donné quelconque. Supposons d'abord qu'on prenne x' et y' de manière à rendre g premier avec DK^2; nous concluons de la dernière équation que DK^2 doit diviser dm'^2. Déterminant ensuite x' et y' de manière que h soit premier avec dm'^2 nous concluons de la même équation que dm'^2 doit diviser DK^2. Puisque les deux nombres DK^2, dm'^2 se divisent l'un l'autre mutuellement, ils sont égaux,

$$(5) \qquad DK^2 = dm'^2.$$

En désignant par K' le plus grand commun diviseur des trois nombres P, R − S, U, on démontre d'une manière toute semblable, au moyen de l'équation (4), la relation

$$(6) \qquad DK'^2 = d'm^2.$$

Deuxième conclusion. — *Le déterminant* D *est diviseur commun des deux produits* dm'^2, $d'm^2$.

5. En posant

$$(7) \qquad \pm\sqrt{\frac{d}{D}} = n, \quad \pm\sqrt{\frac{d'}{D}} = n'$$

on déduit des équations (3) et (4)

$$Q\,x'^2 + (R + S)\,x'y' + T\,y'^2 = n\,(a'\,x'^2 + 2b'\,x'y' + c'\,y'^2),$$
$$P\,x^2 + (R - S)\,xy + Uy^2 = n'\,(ax^2 + 2b\,xy + cy^2),$$

et comme chacune de ces équations doit avoir lieu pour des valeurs entières quelconques des deux variables qu'elle renferme on conclut qu'elles ont lieu identiquement et l'on en déduit

$$(8) \qquad \left| \begin{array}{l} \dfrac{P}{a} = \dfrac{R - S}{2b} = \dfrac{U}{c} = n', \\[2ex] \dfrac{Q}{a'} = \dfrac{R + S}{2b'} = \dfrac{T}{c'} = n', \end{array} \right.$$

2

ce qui est la troisième conclusion de Gauss :

Troisième conclusions — *Les nombres* a, 2b, c *sont proportionnels aux nombres* P, R − S, U, *et, en supposant que leur rapport soit celui de* 1 *à* n', n' *sera la racine carrée du rapport* d' : D. *De même les nombres* a', 2b', c' *sont proportionnels aux nombres* Q, R + S, T, *et si l'on suppose que leur rapport soit celui de* 1 *à* n, n *sera la racine carrée du rapport* d : D.

Les deux nombres n, n' peuvent être les racines négatives des rapports $d:\mathrm{D}$, $d':\mathrm{D}$. Nous disons avec Gauss que, dans la transformation de F en ff', la forme f est prise directement si n est positif, indirectement si n est négatif; de même pour f'.

6. En supposant la forme F transformable en ff', nous avons dit qu'elle est composée de f et de f', si le plus grand diviseur commun, ϖ, des six nombres P, Q, R, S, T, U est égal à l'unité. Cette condition peut s'exprimer au moyen des données de la question ; il suffit pour cela de démontrer que ϖ est le plus grand diviseur commun des deux nombres K, K'.

Comme les deux nombres K et K' sont divisibles par ϖ, leur plus grand diviseur commun est de la forme $\theta\varpi$. D'un autre côté ce nombre $\theta\varpi$ devant diviser en même temps les six nombres P, Q, 2R, 2S, T, U, doit diviser 2ϖ. On a donc $\theta = 1$ ou 2; nous allons démontrer que $\theta = 1$.

Soit δ le plus grand commun diviseur des quatre nombres $\frac{\mathrm{P}}{\varpi}$, $\frac{\mathrm{Q}}{\varpi}$, $\frac{\mathrm{T}}{\varpi}$, $\frac{\mathrm{U}}{\varpi}$; les trois nombreo δ, $\frac{2\mathrm{R}}{\varpi}$, $\frac{2\mathrm{S}}{\varpi}$ sont divisibles par θ, tandis que les trois nombres δ, $\frac{\mathrm{R}}{\varpi}$, $\frac{\mathrm{S}}{\varpi}$ sont premiers entre eux. Si donc $\theta = 2$, il faut que l'un au moins des deux nombres $\frac{\mathrm{R}}{\varpi}$, $\frac{\mathrm{S}}{\varpi}$ soit impair; mais comme les deux quotients

$$\frac{\mathrm{R}+\mathrm{S}}{\varpi}, \quad \frac{\mathrm{R}-\mathrm{S}}{\varpi}$$

sont divisibles par θ, il faut, si $\theta = 2$, que les deux nombres $\frac{\mathrm{R}}{\varpi}$, $\frac{\mathrm{S}}{\varpi}$ soient de même parité et conséquemment impairs. D'ailleurs on déduit des équations (8)

$$\mathrm{R}+\mathrm{S} = 2b'n, \quad \mathrm{R}-\mathrm{S} = 2bn',$$

d'où

$$R\ S = b'^2 n^2 - b^2 n'^2.$$

Au moyen des équations (5), (6) et (7) on met la dernière équation sous la forme

$$RS = \left(\frac{b'}{m'}\right)^2 K^2 - \left(\frac{b}{m}\right)^2 K'^2$$

$$\frac{R}{\varpi} \cdot \frac{S}{\varpi} = \left(\frac{b'}{m'}\right)^2 \frac{K^2}{\varpi^2} - \left(\frac{b}{m}\right)^2 \frac{K'^2}{\varpi^2}.$$

Comme les deux nombres $\frac{K}{\varpi}$, $\frac{K'}{\varpi}$ sont divisibles par θ, si $\theta = 2$ le produit $\frac{R}{\varpi} \cdot \frac{S}{\varpi}$ est pair; ce qui est impossible, puisque dans cette hypothèse les deux facteurs sont impairs.

On a donc $\theta = 1$; ϖ est le plus grand commun diviseur des deux nombres K et K', et conséquemment $D\varpi^2$ est celui des deux nombres $DK^2 = d\,m'^2$, $DK'^2 = d'\,m^2$.

QUATRIÈME CONCLUSION. — *ϖ est le plus grand commun diviseur des deux nombres* K, K', *et* $D\varpi^2$ *celui des deux nombres* dm'^2 *et* $d'm^2$.

7. Il résulte de là que la condition nécessaire et suffisante pour qu'une forme F transformable en ff' soit composée des deux formes f et f', est que son déterminant D soit le plus grand commun diviseur des deux nombres $d\,m'^2$, $d'\,m^2$. Cette condition est nécessaire, car si la forme F est composé de f et de f', le nombre ϖ est égal à 1, et par conséquent D est le plus grand commun diviseur de $d'\,m^2$ et de dm'^2; elle est suffisante, car si D est le plus grand diviseur commun des deux nombres $d'\,m^2$, dm'^2, on a $D = D\,\varpi^2$ et par conséquent $\varpi = 1$, d'où l'on conclut que la forme F est composée des deux formes f et f'.

Le déterminant D d'une forme transformable en ff' est compris entre deux limites fixes. On déduit en effet des deux premières conclusions que les deux déterminants d, d' doiventétre de la forme ΔS^2, $\Delta S'^2$, Δ désignant un nombre entier dont tous les facteurs premiers sont inégaux, et que $D = \Delta\,S''^2$. Comme le produit $D\,\varpi^2$ ou $\Delta\,\varpi^2 S''^2$ doit être le plus grand diviseur commun des deux nombres $\Delta S^2\,m'^2$, $\Delta\ S'^2\ m^2$, le nombre $\varpi^2\,S''^2$ doit être le plus grand diviseur commun de $S^2\,m'^2$ et de $S'^2\,m^2$. Le nombre D a donc un minimum Δ et un maximum ΔE^2, E désignant le plus grand commun diviseur des deux nombres $S^2 m'^2$, $S'^2\,m^2$.

Ainsi de toutes les formes transformables en ff' celles qui ont le plus grand déterminant sont celles qui sont composées de f et de f'.

8. L'équation $F = ff'$ peut s'écrire de la manière suivante

$$(9) \qquad M\left[\frac{A}{M} X^2 + \frac{2B}{M} XY + \frac{C}{M} Y^2\right] = mm' gg',$$

$$g = \frac{a}{m} x^2 + \frac{2b}{m} xy + \frac{c}{m} y^2,$$

$$g' = \frac{a'}{m'} x'^2 + \frac{2b'}{m'} x'y' + \frac{c'}{m'} y'^2.$$

Comme on peut attribuer aux indéterminées x, y, x', y' des valeurs telles que g et g' soient premiers avec un nombre donné quelconque (n° 4), nous supposons g et g' premiers avec M et nous concluons de l'équation précédente que mm' est divisible par M. Puis nous donnons aux indéterminées d'autres valeurs, savoir à x', y' des valeurs telles que le nombre

$$h' = \frac{Q}{K} x'^2 + \frac{R+S}{K} x'y' + \frac{T}{K} y'^2$$

soit premier avec mm', ce qui est possible puisque les trois coefficients sont premiers entre eux, puis à x et à y, successivement les valeurs $x = \delta'$, $y = -\gamma'$; $x = \beta'$, $y = -\alpha'$, les quatre nombres $\alpha', \beta', \gamma', \delta'$ étant les mêmes qu'au n° 3; les valeurs correspondantes de X et de Y seront dans le premier cas

$$X = \alpha'\delta' - \beta'\gamma' = Kh', \quad Y = 0,$$

et dans le second

$$X = 0, \quad Y = \alpha'\delta' - \beta'\gamma' = Kh'.$$

On déduit alors de l'équation (9) les deux suivantes

$$AK^2 h'^2 = mm' gg', \quad CK^2 h'^2 = mm' gg';$$

donc

$$ACK^4 \equiv 0 \pmod{m^2 m'^2}.$$

Mais de l'équation $DK^2 = m'^2 d$ on déduit

$$4(B^2 - AC) K^4 = m^2 m'^2, \left[\left(\frac{2b}{m}\right)^2 - 4 \frac{a}{m} \cdot \frac{c}{m}\right] K^2;$$

donc

$$4 B^2 K^4 \equiv 0 \pmod{m^2 m'^2}, \quad 2BK^2 \equiv 0 \pmod{mm'}.$$

Puisque le nombre mm' divise AK^2, CK^2, $2BK^2$, il divise leur plus grand commun diviseur MK^2.

De même en attribuant à x, y des valeurs particulières qui rendent

$$h = \frac{P}{K'} x^2 + \frac{R - S}{K'} xy + \frac{U}{K'} y^2$$

premier avec mm', puis en faisant successivement $x' = \delta$, $y' = -\gamma$; $x = \beta$, $y' = -\alpha$, les quatre nombres $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ étant les mêmes qu'au n° 3, on obtient les deux équations

$$AK'^2 h^2 = mm' gg', \quad CK'^2 h^2 = mm' gg',$$

qui, combinées avec l'équation

$$4(B^2 - AC) K'^2 = 4 m^2 m'^2 \left[\left(\frac{2b'}{m'}\right)^2 - 4 \frac{a'}{m'} \frac{c'}{m'}\right],$$

servent à démontrer que le nombre mm' divise chacun des trois nombres AK'^2, $2B K'^2$, CK'^2 et par conséquent leur plus grand commun diviseur MK'^2. Puisque mm' divise MK^2, MK'^2 il divise leur plus grand commun diviseur $M \varpi^2$.

Si la forme F est composée des deux formes données, on a $\varpi = 1$, de sorte que M est à la fois diviseur et multiple de mm', ce qui exige l'égalité de ces deux nombres. Donc

Cinquième conclusion. — *Si $\varpi = 1$, c'est-à-dire si la forme* F *est composée des deux formes* f *et* f', *on aura* $M = mm'$.

9. Des deux équations (5) et (6) jointes à la relation $M = mm'$ on déduit les deux congruences

$$K^2 \left(\frac{2B}{M}\right) \equiv \left(\frac{2b}{m}\right)^2, \quad K'^2 \left(\frac{2B}{M}\right) \equiv \left(\frac{2b'}{m'}\right)^2 \pmod{4}.$$

Puisque les deux nombres K et K' sont premiers entre eux, si les deux

nombres $\frac{2b}{m}$, $\frac{2b'}{m'}$ sont pairs, $\frac{2B}{M}$ est aussi pair, Mais si l'un des deux nombres $\frac{2b}{m}$, $\frac{2b'}{m'}$ est impair, $\frac{2B}{M}$ est aussi impair.

Or la forme f est dérivée d'une forme proprement ou improprement primitive, suivant que $\frac{2b}{m}$ est pair ou impair; car si $\frac{2b}{m}$ est pair, $\frac{b}{m}$ est entier et les trois nombres a, b, c ont le même plus grand diviseur m que les trois nombres a, $2b$, c; la forme f est donc dérivée d'une forme proprement primitive; si au contraire $\frac{2b}{m}$ est impair, le plus grand commun diviseur des trois nombres a, b, c est $\frac{1}{2}m$, et par conséquent la forme f est dérivée d'une forme improprement primitive. On constate de même que la forme F est dérivée d'une forme proprement ou improprement primitive suivant que $\frac{2B}{M}$ est pair ou impair. La conclusion déduite des deux dernières congruences équivaut donc à la suivante:

Sixième conclusion. *Si la forme* F *est composée des deux formes* f, f', *elle est dérivee d'une forme proprement primitive quand les deux formes* f, f' *sont elles-mêmes dérivées de formes proprement primitives*; *elle est au contraire dérivée d'une forme improprement primitive quand l'une des formes qui la composent est dérivée d'une forme improprement primitive.*

10. A ces diverses propriétés de la transformation d'une forme en un produit de deux autres formes nous en ajouterons une qui concerne les coefficients de la substitution par laquelle s'effectue la transformation. Dans le cas où $\varpi = 1$ les quatre premiers coefficicients p, p', p'', p''' sont premiers entre eux, ainsi que les quatre derniers, q, q', q'', q'''. En effet les six nombres P, Q, R, S, T, U sont des fonctions homogènes et du premier degré, tant par rapport à la lettre p que par rapport à la lettre q, de sorte que leur plus grand commun diviseur ϖ est à la fois divisible par le plus grand commun diviseur des quatre coefficients p, p', p'', p''' et par celui des quatre coefficients q, q', q'', q'''; si donc $\varpi = 1$, le plus grand commun diviseur des coefficients p se réduit à 1, et aussi celui des coefficients q.

11. *Solution du problème fondamental de la composition des formes quadratiques.*

11. Soient toujours d le déterminant et m le diviseur de la forme $f = (a, b, c)$, et d', m' ceux de la forme $f' = (a', b', c')$. Pour qu'il existe une forme F composée des deux formes f, f', il est nécessaire que les deux déterminants d, d' soient de même signe et que leur rapport soit égal à celui de deux carrés. Le déterminant D de la forme F sera le plus grand diviseur commun des deux produits dm'^2, $d'm^2$, et son diviseur M sera égal à mm'. Il nous reste à trouver les formes F composées des formes f et f', ainsi que les substitutions qui les transforment en ff'. Pour simplifier cette recherche nous commencerons par établir quelques théorèmes qui se déduisent immédiatement de ce que la substitution $p, p', p'', p''' ; q, q', q'', q'''$ doit rendre identique l'équation $F = ff'$.

Théorème I. *Si la forme* F *est transformable en un produit de deux formes données, toute forme équivalente à* F *jouit de la même propriété.*

En effet; la forme F se change en une forme équivalente quelconque F_1 par une substitution

$$(a) \qquad X = \alpha X' + \beta Y', \quad Y = \gamma X' + \delta Y'$$

dont les coefficients vérifient la condition $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$. Inversement la forme $F_1(X', Y')$ se change en $F(X, Y)$ par la substitution

$$(b) \qquad X' = \delta X - \beta Y, \quad Y' = -\gamma X + \alpha Y.$$

Si dans les formules (b) nous remplaçons X et Y par leurs expressions (1) en fonction des variables x, y, x', y', nous obtenons une substitution bilinéaire qui transforme F_1 en ff', ce qui démontre notre théorème.

12. Or on peut déterminer les coefficients $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ de manière à faire évanouir dans Y' le coefficient de xx', $\alpha q - \gamma p$. Soit en effet μ le plus grand diviseur commun des deux nombres p et q; il nous suffit de prendre $\alpha = \frac{p}{\mu}$, $\gamma = \frac{q}{\mu}$, et comme ces valeurs de α et de γ sont premières entre elles, nous pourrons trouver, et cela d'une infinité de manières, des nombres entiers β, δ qui vérifient la condition $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$. On peut donc trouver une infinité de formes équivalentes à F, qui se transforment en ff' au moyen d'une substitution $p, p', p'', p''' ; 0, q', q'', q'''$, dont le cinquième coefficient est nul. Donc

Théorème II. *Dans toute classe de formes transformables en* ff' *il en*

existe une infinité dont la transformation en ff' *s'effectue au moyen d'une substitution dont le cinquième coefficient est nul.*

13. Si la forme F est composée des deux formes f, f', toutes les formes équivalentes à F sont aussi composées de ces deux formes ; car il résulte du théorème I qu'elles sont transformables en ff', et de plus leur déterminant D est le même, il est le plus grand diviseur commun des deux nombres dm'^2, $d'm^2$; ce qui suffit pour qu'elles soient composées de f et de f' (n° 7).

Le problème de trouver les formes composées de deux formes données doit être considéré comme complètement résolu quand une fois l'on connaît toutes les classes auxquelles elles appartiennent ; car leur nombre étant infini on ne peut pas les déterminer individuellement. Or chacune de ces classes peut être représentée par l'une des formes dont la transformation en ff' s'effectue au moyen d'une substitution dont le cinquième coefficient est nul. Nous verrons que les formes composées de f et de f', et transformables en ff' au moyen d'une substitution bilinéaire dont le cinquième coefficient est nul, sont renfermées dans quatre classes, opposées deux à deux. On peut déterminer quatre formes pour représenter ces quatre classes. Les formes composées des deux formes f, f' seront toutes les formes équivalentes aux quatre formes ainsi déterminées. Le problème de reconnaître si une forme donnée F est composée des deux formes f, f' se trouvera ramené à celui de reconnaître si cette forme est équivalente à l'une des quatre formes trouvées ; et dans le cas d'une solution affirmative on trouve en même temps la substitution $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ qui transforme F en celle de ces quatre formes qui lui est équivalente, et en remplaçant dans les formules (a) X' et Y' par la substitution bilinéaire qui change cette dernière forme en ff' nous aurons la substitution qui transforme F en ce même produit ff'.

Nous n'enlèverons donc rien à la généralité de notre solution en énonçant notre problème de la manière suivante :

14. Problème. *Trouver les formes* F *composées des deux formes* f, f' *et qui se transforment en* ff' *au moyen d'une substitution*

$$(1)\quad \left|\begin{array}{l} X = pxx' + p'xy' + p''yx' + p'''yy', \\ Y' = + q'xy' + q''yx' + q'''yy', \end{array}\right.$$

dont le cinquième coefficient est nul.

Les coefficients de la substitution (1) et les éléments de la forme F doivent rendre identique en x, x', y, y' l'équation

$$(2) \qquad F(X, Y) = f(x, y) f'(x', y').$$

Nous connaissons déjà le déterminant D de F; c'est le plus grand commun diviseur des deux nombres dm'^2, $d'm^2$. Nous avons en outre six relations, que l'on déduit des formules (2), (7) et (8) des nos 1 et 4 en y faisant $q = 0$, savoir

$$(3) \quad \left| \begin{array}{l} pq' = an', \; pq'' = a'n, \; pq''' = bn' + b'n \\ p'q'' - q'p'' = b'n - bn', \; p'q''' - q'p''' = c'n, \; p''q''' - q''p''' = cn'. \end{array} \right.$$

Nous obtiendrons trois autres relations en faisant $x' = 1, y' = 0$ dans les équations (4) et (2), et en exprimant que le résultat obtenu

$$A(px + p''y)^2 + 2B(px + p''y)q''y + Cq''^2y^2 = a'(ax^2 + 2bxy + cy^2)$$

est identique en x et en y; on trouve ainsi

$$(4) \quad \left| \begin{array}{l} Ap^2 = aa', \\ App'' + Bpq'' = a'b, \\ Ap''^2 + 2Bp''q'' + Cq''^2 = a'c \end{array} \right.$$

En multipliant ces équations par nn' et en remplaçant les produits an', $a'n$, $2bn'$, cn' par leurs valeurs déduites des formules (3), on obtient

$$Ann' = q'q'', \quad 2Bnn' = pq''' - p'q'' - q'p'',$$

$$Ann'p''^2 + 2Bnn'p''q'' + Cnn'q''^2 = pq''(p''q''' - q''p''');$$

puis en remplaçant dans la dernière équation Ann', $2Bnn'$ par les valeurs précédentes on trouve, après réduction,

$$Cnn' = p'p'' - pp'''.$$

En réunissant ces résultats aux formules (3) et aux équations qui servent à définir les rapports n, n', nous obtenons les formules

$$(\Omega)\quad\left|\begin{array}{l} pq' = an',\ pq'' = a'n,\ pq''' = bn' + b'n, \\ p'q'' - q'p'' = b'n - bn',\ p'q''' - q'p''' = c'n,\ p''q''' - q''p''' = cn', \\ Ap^2 = aa',\ 2Bnn' = pq''' - p'q'' - q'p'',\ Cnn' = p'p'' - pp''', \\ n = \pm \dfrac{K}{m'} = \pm \sqrt{\dfrac{d}{D}},\ n' = \pm \dfrac{K'}{m} = \pm \sqrt{\dfrac{d'}{D}}, \end{array}\right.$$

qui donnent une solution complète de notre problème ainsi que nous allons le démontrer.

15. Les conditions exprimées par les équations (Ω) sont toutes nécessaires pour que la substitution (1) transforme l'équation (2) en une identité; ce qui ne veut pas dire que les équations elles-mêmes soient toutes distinctes, car la quatrième équation est une conséquence des autres. En effet, qu'on élimine p''' entre la cinquième et la sixième équation; on trouve

$$p'q'' - q'p'' = \frac{q''c'n - q'cn'}{pq'''} = \frac{a'c'n^2 - acn'^2}{bn + bn'};$$

or de l'égalité $d'n^2 = dn'^2$ on déduit $b'^2n^2 - b^2n'^2 = a'c'n^2 - acn'^2$; on a donc

$$p'q'' - q'p'' = b'n - bn',$$

ce qui est précisément la quatrième équation.

Il nous reste à démontrer que, si les équations (Ω) sont vérifiées, l'équation (2) est rendue identique par la substitution (1). En effet l'équation (2) multipliée par $Ap^2 = aa'$ peut se mettre sous la forme

$$(5)\quad p^2(AX + BY)^2 - p^2Y^2D = [(ax + by)^2 - dy^2][(a'x' + b'y')^2 - d'y'^2)$$
$$= [(ax + by)^2 - Dn^2y^2)[(a'x' + b'y')^2 - Dn'^2y'^2],$$

et il est évident qu'elle se réduit à une identité, si la suivante

$$(6)\quad p(AX + BY) + pY\sqrt{D} = [ax + (b + n\sqrt{D})y][a'x' + (b' + n'\sqrt{D})y']$$

est elle-même rendue identique, non seulement par rapport aux variables x, y, x' et y', mais encore par rapport à $\sqrt{D}$. Ainsi pour exprimer que la substitution (1) rend identique l'équation (2), il nous suffit d'assujétir les coefficients de cette substitution à vérifier identiquement les deux équations

$$(7) \quad \left| \begin{array}{l} Ap . X + Bp\ Y = aa'xx' + ab'\ xy' + a'b\ yx' + (bb' + Dnn')yy', \\ p\ Y = an'xy' + a'nyx' + (b'n + bn')\ yy', \end{array} \right.$$

que l'on déduit de l'équation (6) en exprimant qu'elle est identique par rapport à $\sqrt{D}$. On trouve de cette manière

$$(8) \quad \left| \begin{array}{l} pq' = an', pq'' = a'n, pq''' = b'n + bn', \\ Ap^2 = aa', App' + Bpq' = ab', App'' + Bpq'' = a'b, \\ App''' + Bpq''' = bb' + Dnn'. \end{array} \right.$$

Les quatre premières équations figurent déjà parmi les formules (Ω); la sixième coïncide avec la deuxième des équations (5), lesquelles sont toujours vérifiées en même temps que les formules (Ω) ; il nous reste donc à démontrer que la vérification des formules (Ω) entraîne comme conséquence celle des deux équations

$$App' + Bpq' = ab', \quad App''' + Bpq''' = bb' + Dnn'.$$

Or en multipliant la première équation par $2nn'$ et substituant

$$Ann' = q'q'', \quad 2B\ nn' = pq''' - p'\ q'' - q'\ p'',$$

$$an' = pq', \quad 2b'n = pq''' + p'\ q'' - p''\ q',$$

nous obtenons une identité. Quant à l'autre équation nous y substituons les expressions

$$A = \frac{aa'}{p^2}, \quad Bp = \frac{b'p - a'p'}{n'},$$

dont la seconde se déduit de l'équation que nous venons de vérifier, en y remplaçant Ap et pq' par leurs valeurs $\frac{aa'}{p}$ et an'; puis nous multiplions par nn' et nous remplaçons $\frac{an'}{p}$ par q', ce qui nous donne l'équation

$$a'\ n\ (q'p''' - p'q''') + pq'''\ b'n = bb'nn' + Dn^2\ m'^2,$$

laquelle se réduit à une identité lorsqu'on y remplace $q'\ p''' - p'q'''$, pq''' et $Dn^2\ n'^2$ par leurs valeurs $-c'n$, $b'n + bn'$, $n^2\ (b'^2 - a'c')$ déduites des for-

mules (Ω). Il suffit donc que les équations (Ω) soient vérifiées, pour que les équations (8) le soient également, et conséquemment pour que l'équation (2) devienne une identité par la substitution (1).

Ainsi les formules (Ω), que nous avons obtenues comme conséquences nécessaires en supposant l'équation (2) rendue identique par la substitution (1), sont en même temps suffisantes pour que cette identité ait lieu; elles donnent, par conséquent, une solution complète de notre problème.

16. Pour démontrer qu'il existe toujours des formes composées des formes données f, f', pourvu seulement que les déterminants de ces deux formes soient entre eux comme deux carrés, il nous reste à démontrer que les formules (Ω) donnent toujours des valeurs entières, tant pour les coefficients de la substitution, que pour les éléments A, B, C de la forme composée.

Comme les trois nombres q', q'', q''' doivent être premiers entre eux, il faut que p soit égal au plus grand diviseur commun des trois nombres $an', a'n, b'n + bn'$; le nombre p étant ainsi déterminé, les trois premières formules (Ω) donnent pour les trois coefficients q', q'', q''' des valeurs entières et premières entre elles.

Pour obtenir p' multiplions les trois équations

$$p'q' - q'p' = 0, p'q'' - q'p'' = b'n - bn', p'q''' - q'p''' = c'n$$

par les trois coefficients arbitraires L, L', L'' que nous assujétissons à vérifier les deux équations

$$(9) \quad \left| \begin{array}{l} Lq' + L'q'' + L''q''' = 1, \\ Lp' + L'p'' + L''p''' = 0; \end{array} \right.$$

en ajoutant ces équations nous obtenons

$$(10) \qquad p' = L'(b'n - bn') + L''cn',$$

De même au moyen de trois équations

$$p''q' - q''p' = -(b'n - bn'), p''q'' - q''p'' = 0, p''q''' - q''p''' = cn',$$

multipliées respectivement par les mêmes coefficients L, L', L'', nous obtenons

$$(11) \qquad p'' = -L(b'n - bn') + L''cn',$$

sous les mêmes conditions exprimées par les formules (9). Enfin au moyen des équations

$$p''' q' - q''' p' = -c'n, \; p''' q'' - q''' p'' = cn', \; p''' q''' - q''' p''' = 0,$$

on obtient de même, et sous les mêmes conditions (9),

$$(12) \qquad p''' = -\mathrm{L}\, c'n - \mathrm{L}'\, cn'.$$

Or la substitution des valeurs obtenues de p', p'', p''' dans la condition

$$\mathrm{L}p' + \mathrm{L}'p'' + \mathrm{L}''p''' = 0$$

la réduit à une identité; les trois coefficients, L, L', L'' ne sont donc soumis qu'à la seule condition

$$(13) \qquad \mathrm{L}q' + \mathrm{L}'q'' + \mathrm{L}''q''' = 1,$$

à laquelle on peut satisfaire d'une infinité de manières par des solutions entières, puisque les trois coefficients q', q'', q''' sont premiers entre eux.

17. Les formules (Ω) donnent donc des valeurs entières pour les coefficients de la substitution (1); il nous reste à démontrer qu'il en est de même pour les éléments A, B, C de la forme composée. Cette démonstratiou serait superflue si les determinants des deux formes f, f' étaient égaux, car alors n et n' se réduisant à l'unité, il suffirait de démontrer que les formules (Ω) donnent pour 2B une valeur paire.

Afin de simplifier notre démonstration nous aurons recours aux théorèmes suivants, qui sont une conséquence immédiate de l'identité $\mathrm{F} = ff'$.

Théorème III. *Si la forme* F *est composée des deux formes* g *et* g' *équivalentes à* f *et à* f', *respectivement, la forme* F *est aussi composée des deux formes* g, g'.

Soient en effet $\begin{pmatrix}\alpha, \beta \\ \gamma, \delta\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}\alpha', \beta' \\ \gamma', \delta'\end{pmatrix}$ les transformations de f en g et de f' en g'. Si dans la substitution (1) et dans l'identité

$$(a) \qquad \mathrm{F}(\mathrm{X}, \mathrm{Y}) = f(x, y)\, f'(x' y')$$

on fait les deux transformations énoncées, la substitution (1) sera remplacée par la suivante

$$(1') \quad \begin{cases} X = r\xi\xi' + r'\xi\mu' + r''\mu\xi' + r'''\mu\mu', \\ Y = s\xi\xi' + s'\xi\mu' + s''\mu\xi' + s'''\mu\mu', \end{cases}$$

tandis que la formule (a) deviendra

$$\text{(b)} \qquad F(X, Y) = g(\xi, \mu)\, g'(\xi', \mu'),$$

et sera réduite à une identité par la substitution (1'), de même que la formule (a) est rendue identique par la substitution (1). La forme F est donc transformable en gg', et comme les déterminants d, d', D, ainsi que les diviseurs m, m', M sont les mêmes pour les trois formes g, g', F que pour les formes f, f', F, la forme F est composée des deux formes g, g'.

En combinant ce théorème avec le théorème I (n° 11) nous obtenons le suivant :

Théorème IV. *Si les formes* f, f' *sont respectivement équivalentes aux formes* g, g', *les formes composées de* f *et de* f' *sont les mêmes que les formes composées de* g *et de* g'.

18. Il résulte de ce théorème que nous n'enlevons rien à la généralité de notre solution en remplaçant les deux formes données par deux formes équivalentes. Nous pouvons donc supposer que les deux nombres $\frac{a}{m}K'$, $\frac{a'}{m'}K$, sont premiers entre eux, car si cette condition n'est pas remplie par les deux formes données, nous pouvons les remplacer par deux formes g, g' qui la vérifient. En effet, les trois nombres $\frac{a}{m}$, $\frac{2b}{m}$, $\frac{c}{m}$ étant premiers entre eux, on peut choisir deux nombres entiers α, γ tels que le nombre

$$h = \frac{a}{m}\alpha^2 + \frac{2b}{m}\alpha\gamma + \frac{c}{m}\gamma^2$$

soit premier avec un nombre donné quelconque. Or si l'on choisit pour β et δ une solution quelconque de l'équation $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$ et qu'on transforme f au moyen de la substitution α, β, γ, δ, le premier terme de la transformée aura pour coefficient $a_1 = mh$, de sorte que l'on pourra supposer $\frac{a_1}{m}$ premier avec un nombre donné quelconque. En accentuant les lettres dans ce qui précède nous verrions de même que f' peut se transformer en une forme équivalente g' dont le premier élément a'_1 soit tel que le quo-

tient $\frac{a'_1}{m'}$, soit premier avec un nombre donné quelconque. Nous pouvons donc remplacer la forme f par une forme équivalente g dont le premier élément a_1 divisé par le diviseur m soit premier avec K, et f' par une forme g' dont le premier élément a'_1, divisé par m' soit premier avec $\frac{a_1}{m}$ K'; de cette sorte les deux produits $\frac{a_1}{m}$ K', $\frac{a'_1}{m'}$ K seront premiers entre eux.

Supposant donc ces conditions remplies par les deux formes f, f', les deux nombres $an' = \frac{a}{m} K', an = \frac{a'}{m'} K$ seront premiers entre eux, de sorte que l'on aura $p = 1$, $q' = an'$, $q'' = a'n$, $q''' = b'n + bn'$. En substituant ces valeurs dans les formules (Ω) et en remplaçant les trois équations qui déterminent p', p''', par leurs valeurs en fonction des trois nombres L, L', L'', nous aurons pour déterminer la forme composée (A, B, C) les formules suivantes :

$$(\Omega')\quad \left|\begin{array}{l} Lan' + L'a'n + L''(b'n + bn') = 1, \\ p' = L'(b'n - bn') + L''c'n, \\ p'' = -L(b'n - bn') + L''cn', \\ p''' = -Lc'n - L'cn', \\ A = aa', \ 2Bnn' = b'n + bn' - a'n\,p' - an'p'', \ Cnn' = p'p'' - p'''. \end{array}\right.$$

Ces formules donnent immédiatement pour A une valeur entière ; on démontre que celle de C est aussi entière en remplaçant p', p'', p''' par les valeurs précédentes, et en rendant la formule homogène en L, L', L'' au moyen de la première équation. On trouve ainsi

$$-Cnn' = [L(b'n - bn') - L''cn'][L'(b'n - bn') + L''c'n]$$
$$-[Lc'n + L'cn'][Lan' + L'a'n + L''(b'n + bn')],$$
$$-Cnn' = -L^2ac'nn' - L'^2a'c\,nn' - L''^2cc'nn' - 2L'L''cb'nn'$$
$$-2LL''bc'nn' + LL'[(b'n - bn')^2 - a'c'n^2 - acn'^2].$$

Or en vertu des relations $d'n^2 = dn'^2) = \frac{dd'}{D} = D\, n^2 n'^2$, on a

$$(b'n - bn')^2 - a'c'n^2 - acn'^2 = d'n^2 + dn'^2 - 2bb'nn'$$
$$= 2nn'\,[Dnn' - bb'];$$

On a donc, en divisant par nn',

$$C = L^2\, ac' + L'^2 a'c + L''^2 cc' + 2\, L'\, L''\, cb' + 2\, LL''\, bc' - 2LL'\, (Dnn' - bb'),$$

d'où l'on voit que C est un nombre entier.

Comme les nombres A, B, C déterminés par les formules (Ω') vérifient la formule $B^2 - AC = D$, que la valeur de B est évidemment rationnelle, nous concluons qu'elle est aussi entière, car son carré B^2 est égal à un nombre entier $AC + D$. Puisque C est entier aussi bien que A, nous concluons de la même formule que la valeur de B est l'une des racines de la congruence

$$B^2 \equiv D \pmod{A = aa'}.$$

19. On peut aussi démontrer directement que B est un nombre entier. Comme les formules (8) sont vérifiées en même temps que les formules (Ω) (n° 15), nous pouvons les employer pour déterminer B. Or en remplaçant p, q', q'', q''' par leurs valeurs 1, an', $a'n$, $b'n + bn'$ dans les trois équations qui renfermet B, on obtient les équations

$$(14) \quad Ap' + B\, an' = ab', \;\; Ap'' + Ba'n = a'b, \;\; Ap''' + B\,(b'n + bn') = bb' + Dnn',$$

lesquelles, multipliées par L, L', L'' et ajoutées, donnent

$$(15) \qquad B = Lab' + L'a'b + L''\,(bb' + Dnn'),$$

pourvu que l'on ait égard aux conditions (9) vérifiées par les multiplicateurs L, L', L''.

La formule que nous venons d'obtenir nous servira à démontrer que toutes les formes composées des deux formes données f, f', et qui correspondent à une même combinaison des signes de n et de n' sont équivalentes. Pour cela cherchons d'abord l'expression la plus générale des nombres L, L', L'' déterminés par l'équation

$$(13)\quad \mathrm{L}an' + \mathrm{L}'a'n + \mathrm{L}''(b'n + bn') = 1.$$

Comme les deux coefficients an', $a'n$ sont premiers entre eux, le multiplicateur L'' est un nombre entier complètement arbitraire. Soit donc l, l' une solution de l'équation

$$(a)\qquad an'\,l + a'n\,l' = 1,$$

les produits $l\,(1 - \mathrm{L}''(b'n + bn'))$, $l'\,(1 - \mathrm{L}''(b'\,n + bn'))$ seront des valeurs de L et L' propres à vérifier l'équation (13); les autres solutions se déduiront des deux formules

$$\mathrm{L} = l\,(1 - \mathrm{L}''(b'n + bn')) + \lambda\, a'n,\quad \mathrm{L}' = l'\,(1 - \mathrm{L}''(b'n + bn')) - \lambda an'.$$

En substituant ces expressions dans l'équation (15), en désignant par B_0 la somme des termes indépendants des nombres arbitraires λ, L'', et posant

$$\mathrm{N} = l\,ab'(b'n + bn') + l'a'b'(b'n + bn'),$$

on obtient

$$\mathrm{B} = \mathrm{B}_0 + \lambda aa'(b'n + bn') + \mathrm{L}''(bb' + \mathrm{D}nn' - \mathrm{N}).$$

Or si l'on ajoute les équations (14) après les avoir multipliées respectivement par $l\,(b'n + bn')$, $l'\,(b'n + bn')$, -1, on trouve

$$\mathrm{AE} + \mathrm{B}\,(b'n + bn')\,[an'l + a'nl' - 1] = \mathrm{N} - bb' - \mathrm{D}nn',$$

E désignant un nombre entier; ou bien, à cause de l'équation (a),

$$\mathrm{AE} = \mathrm{N} - bb' - \mathrm{D}nn' = aa'\,\mathrm{E}.$$

On a donc

$$\mathrm{B} \equiv \mathrm{B}_0 \pmod{aa'}$$

pour toutes les valeurs des multiplicateurs L, L'. L'' qui correspondent à une même combinaison des signes de n et de n'. Il résulte de là que toutes les formes $(aa', \mathrm{B}, \mathrm{C})$ déterminées par les formules (Ω') pour une même combinaison des signes de n et de n' sont équivalentes entre elles, car elles sont toutes contiguës à la forme $(\mathrm{C}_0, -\mathrm{B}_0, aa)$. où C_0 désigne la valeur de C qui correspond à la valeur B_0 de B.

20. Si dans les formules (Ω') on change en même temps les signes de n et de n', la première formule est vérifiée par les mêmes valeurs numéri-

ques de L, L', L'', prises avec un signe contraire; il résulte de là que p', p'', p''' conservent les mêmes valeurs et que B change de signe en conservant la même valeur numérique. Les formes (aa', B, C) qui correspondent à cette nouvelle combinaison des signes de n et de n', sont donc opposées à celles qui correspondent à la combinaison primitive. Ainsi quand les formes données f, f' satisfont à la condition supposée précédemment, c'est-à-dire quand les deux nombres $\frac{a}{m}K'$, $\frac{a'}{m'}K$ sont premiers entre eux, il existe quatre classes de formes quadratiques opposées deux à deux, qui sont composées des deux formes f, f'. La même conclusion subsiste pour deux formes qui ne rempliraient pas la condition énoncée, pourvu que leurs déterminants soient entre eux comme deux carrés; car parmi les formes g, g' respectivement équivalentes aux deux formes données, on en trouverait toujours qui rempliraient la condition énoncée (n° 18). Nous conclurons de ce qui précède qu'il existe quatre classes de formes quadratiques composées des deux formes g, g', et que ces classes sont opposées deux à deux; puis, comme les formes composées des deux formes données sont les mêmes que les formes composées de g et de g' (Théorème IV.), nous étendrions notre conclusion aux formes données.

Il résulte aussi de là que les formules (Ω) donnent toujours des valeurs entières pour les nombres A, B, C, et que les formes (A, B, C) qui correspondent à une même combinaison des signes de n et de n' appartiennent à une même classe; car d'un côté nous avons vu que les formules (Ω) font connaître toutes les classes de formes quadratiques, composées des deux formes f, f' (n° 16), de l'autre nous venons de démontrer que, pour chaque combinaison de signes de n et de n', il existe une classe de formes composées de f et de f', et qu'il n'en existe qu'une seule.

21. Puisque les formules (8) sont vérifiées en même temps que les formules (Ω), elles donnent les mêmes valeurs entières de A et de B. Or en remplaçant Ap, pq', pq'' et pq''' par leurs valeurs dans les trois dernières formules (8) on obtient

$$(16)\quad \begin{cases} Bn' = b' - \dfrac{a'}{p}\, p', \quad Bn = b - \dfrac{a}{p}\, p'', \\[2ex] (b'n + bn')\, B = bb' + Dnn' - \dfrac{aa'}{p}\, p'''. \end{cases}$$

Ces formules suffisent pour déterminer toutes les valeurs de B qui satisfont aux équations (Ω), et par conséquent elles déterminent, pour une même combinaison des signes de n et de n', des valeurs de B comprises dans une même progression arithmétique dont la raison est $A = \frac{aa'}{p^2}$.

Or si l'on change le signe de n, on obtient les mêmes valeurs de B que si l'on change le signe de b, en conservant à n le même signe; car si l'on change le signe de n, les deux dernières équations deviennent

$$-Bn = b - \frac{a}{p}p'', \; -(b'n - bn')\,B = bb' - Dnn' - \frac{aa'}{p}p''',$$

et en changeant le signe de b ainsi que celui des coefficients p'', p''', on obtient

$$Bn = -b + \frac{a}{p}p'', \; (b'n - bn')\,B = -bb' + Dnn' + \frac{aa'}{p}p'''.$$

Comme les nouvelles équations sont équivalentes aux deux autres, elles donnent les mêmes valeurs de B.

Nous avons dit que la forme f est prise directement dans la composition si n est positif, et indirectement si n est négatif. Il résulte du résultat obtenu que nous pouvons nous borner au cas où la forme f est prise directement; car si elle doit être prise indirectement, on trouvera la même classe de formes composées en remplaçant f par la forme opposée $(a, -b, c)$ prise directement. Il en est de même évidemment pour la forme f'. C'est pourquoi, à l'exemple de Gauss, nous supposerons toujours dans la composition des formes quadratiques que les formes composantes sont prises directement. Cela revient à dire que nous nous bornerons à considérer dans les formules établies précédemment les valeurs positives de n et de n'. Sous cette restriction nous pouvons énoncer le théorème suivant:

Théorème V. *Si les déterminants*, d, d' *des deux formes f, f' sont entre eux comme deux carrés, il existe toujours une classe de formes composées de* f *et de* f', *et il n'en existe qu'une seule. Cette classe est représentée par la forme* $\left(\frac{aa'}{p^2}, B, \frac{p^2(B^2 - D)}{aa'}\right)$, *où* p *désigne le plus grand commun diviseur des trois nombres* an', a'n, b'n + bn', *et* B *une solution commune des trois congruences:*

$$(17)\quad \left|\begin{array}{l} Bnn' \equiv b'n \left(\text{mod. } \dfrac{a'n}{p}\right),\ Bnn' \equiv bn' \left(\text{mod. } \dfrac{an'}{p}\right), \\ \left(\dfrac{b'n + b'n}{p}\right) B \equiv \dfrac{bb' + Dnn'}{p} \left(\text{mod. } \dfrac{aa'}{p^2}\right). \end{array}\right.$$

Ces trois congruences se déduisent immédiatement des équations (16), en observant que les quatre quotients $\frac{a'n}{p}$, $\frac{an'}{p}$, $\frac{b'n + bn'}{p}$, $\frac{aa'}{p^2}$ sont entiers.

22. Etant données des formes f, f', f''... dont les determinants sont entre eux comme des carrés, nous appellerons forme composée des formes f, f', f''... celle à laquelle on parvient en composant la forme f avec f', puis la forme obtenue avec f'', puis le nouveau résultat avec la forme suivante, et ainsi de suite jusqu'à ce que l'on ait épuisé les formes données. Nous allons démontrer que les formes obtenues sont équivalentes, quel que soit l'ordre dans lequel on compose les formes données.

Si nous supposons que cela soit vrai pour deux formes et que dans la composition de trois formes on puisse changer l'ordre des deux dernières formes sans changer la classe des formes composées, nous obtiendrons le théorème général par le même raisonnement qui sert à démontrer en arithmétique qu'un produit de facteurs est indépendant de l'ordre des facteurs, une fois qu'on a établi cette indépendance pour un produit de deux facteurs, et que l'on démontre qu'un produit de trois facteurs ne change pas quand on intervertit l'ordre des deux derniers facteurs. Nous pourrons donc considérer notre théorème général comme démontré une fois que nous aurons établi les deux suivants :

Théorème VI. *Quel que soit l'ordre dans lequel on compose deux formes données* f, f', *les formes obtenues sont équivalentes.*

Cela résulte immédiatement de ce que les formules (8) au moyen desquelles on peut déterminer les formes composées (A, B, C), se déduisent de l'équation (6) en exprimant que la substitution (1) la rend identique en x, y, x', y' et $\sqrt{D}$; il est évident que les conditions de cette identité ne peuvent pas changer quand on intervertit l'ordre des deux facteurs dans la second membre, ce qui revient à changer l'ordre des deux formes composantes.

Théoreme VII. *Désignons par* φ *une forme composé des trois formes* f, f′, f″ *et par* φ' *une forme composé de* f, f″, f′; *les deux formes* φ *et* φ' *sont équivalentes.*

Soit F une forme composée des formes f, f', F′ une forme composée des deux formes f, f''; φ sera composée de F et f'', et φ', de F′ et f'. Conservant pour les trois formes f, f', F les notations précédentes, posons

$$f'' = a'' x''^2 + 2b'' x'' y'' + c'' y''^2,\ F' = A' X'^2 + 2B' X' Y' + C' X'^2,$$

$$\varphi = Gt^2 + 2Htu + Lu^2,\ \varphi' = G' t'^2 + 2H' t' u' + L' u'^2.$$

Désignons par d'' le déterminant et par m'' le diviseur de la forme f'', par D′, M′ les nombres analogues pour F′. Je dis d'abord que que les deux formes φ et φ' auront pour determinant le plus grand commun diviseur des trois nombres $dm'^2 m''^2$, $d' m^2 m''^2$, $d'' m^2 m'^2$. En effet le déterminant D de F est le plus grand commun diviseur des deux nombres dm'^2, $d'm^2$; le produit Dm''^2 est donc le plus grand commun diviseur des deux nombres $dm'^2 m''^2$, $d'm^2m''^2$; or le déterminant de φ est le plus grand commun diviseur des deux nombres Dm''^2, $d''M^2 = d''m^2m'^2$, il est donc le plus grand commun diviseur des trois nombres $dm'^2 m''^2$, $d'm^2m''^2$, $d''m^2m'^2$. On démontre de la même manière que le déterminant de φ' est le plus grand commun diviseur des trois nombres $dm''^2 m'^2$, $d''m^2m'^2$, $d'm^2m''^2$. Comme les deux déterminants sont de même signe, ils sont égaux.

Soit Δ leur valeurs commune et posons

$$n = \sqrt{\frac{d}{\Delta}},\ n' = \sqrt{\frac{d'}{\Delta}},\ n'' = \sqrt{\frac{d''}{\Delta}},\ N = \sqrt{\frac{D}{\Delta}},\ N' = \sqrt{\frac{D'}{\Delta}}.$$

Comme en vertu du théorème IV nous pouvons remplacer chacune des formes f, f', f'' par une forme équivalente, sans changer la classe de la forme composée, et que (n.° 18) nous pouvons choisir la nouvelle forme de manière que le quotient du premier coefficient divisé par le diviseur de la forme soit premier avec un nombre donné quelconque, nous supposerons $\frac{a}{m}$ premier avec le produit $\pi = d\, d'\, d''\, mm'm''$, $\frac{a'}{m'}$ pre-

mier avec $\frac{a}{m}\pi$ et $\frac{a''}{m''}$ premier avec $\frac{aa'}{mm'}\pi$. De cette manière les trois nombres

$$\frac{a}{m},\quad \frac{a'}{m'},\quad \frac{a''}{m''}$$

seront premiers entre eux deux à deux et premiers avec π. Il résulte de là que dans chacune des compositions partielles on aura $p = 1$. On aura ainsi, en effectuant les compositions au moyen des formules (8), $A = aa'$, $G = Aa'' = aa'a''$; $A' = aa''$, $G' = A'a' = aa'a''$. L'équation (0) devient

$$(a)\qquad aa'X + (B + N\sqrt{\Delta})Y = [ax + (b + n\sqrt{\Delta})y][a'x' + (b' + n'\sqrt{\Delta})y'],$$

et elle détermine la forme $F = \left(aa', B, \frac{B^2 - D}{aa'}\right)$ ainsi que les fonctions bilinéaises de x et y, x' et y', qui substituées à X et à Y réduisent cette équation à une identité.

En appliquant la même équation (6) à la composition des deux formas F, f'' on obtiendra l'equation

$$(a')\qquad aa'a''t + (H + \sqrt{\Delta})u = [aa'X + (B + N\sqrt{\Delta})Y][a''x'' + (b'' + n''\sqrt{\Delta})y''],$$

qui lorsqu'on y remplace le premier facteur du second membre par sa valeur déduite de l'éqnation précédente, devient

$$(A)\qquad aa'a''t + (H + \sqrt{\Delta})u =$$

$$[ax + + (b + u\sqrt{\Delta})y][a'x' + (b' + n'\sqrt{\Delta})y'][a''x'' + (b'' + n''\sqrt{\Delta})y''],$$

et détermine pour H les valeurs numériques, pour t et u, les fonctions trilinéaires des trois couples de variables, qui la rendent identique par rapport à ces variables et par rapport à $\sqrt{\Delta}$.

On démontrerait de la même manière que le eoefficient H' de φ' et les fonctions trilinéaires t', u' obtenues par les compositions $F' = ff''$, et $\varphi' = F'f$ sont déterminées par la condition de rendre identique l'équation

$$(A')\qquad aa'a''t' + (H' + \sqrt{\Delta})u' =$$

$$[ax + (b + n\sqrt{\Delta})y][a''x'' + (b'' + n''\sqrt{\Delta})y''][a'x' + (b' + n'\sqrt{\Delta})y'].$$

L'identité des valeurs de H, t, u qui vérifient identiquement l'équation (A) avec celles de H', t', u', qui rendent identique l'équation (A') résulte immédiatement de ce qu'un produit de trois facteurs ne change pas lorsqu'on intervertit l'ordre des facteurs. Les formes φ et φ' appartiennent donc à une même classe qui peut être représentée par une forme unique $\left(aa'a'', \text{H}, \frac{\text{H}^2-\Delta}{aa'a''}\right)$. C. Q. F. D.

III. *Composition des formes de même déterminant.*

23. Si les deux formes composantes f, f' ont des déterminants égaux $d = d'$, et qu'on désigne par μ le plus grand diviseur commun des deux nombres m, m', qui sont comme précédemment les diviseurs de ces deux formes, le plus grand diviseur commun des deux nombres dm'^2, dm^2 sera $d\mu^2$. Le déterminant des formes composées de f et de f' sera donc $\text{D} = d\mu^2$, de sorte que l'on aura $n = n' = \frac{1}{\mu}$. Si nous substituons ces valeurs dans les formules (Ω) et dans celles du numéro (16), nous en déduisons pour déterminer la forme composée (A, B, C), ainsi que les coefficients de la substitution bilinéaire qui la transforme en ff', les équations suivantes :

$$\text{I.}\quad\left|\begin{array}{l} 1)\ pq' = \dfrac{a}{\mu},\ pq'' = \dfrac{a'}{\mu},\ pq''' = \dfrac{b+b'}{\mu}, \\[2ex] 2)\ \text{L}q' + \text{L}'q'' + \text{L}''q''' = 1, \\[2ex] 3)\ p' + \text{L}'\dfrac{b'-b}{\mu} + \text{L}''\dfrac{c'}{\mu}, p'' = -\text{L}\dfrac{b'-b}{\mu} + \text{L}''\dfrac{c}{\mu}, p''' = -\text{L}\dfrac{c'}{\mu} - \text{L}'\dfrac{c}{\mu}, \\[2ex] 4)\ \text{A}p^2 = aa',\ 2\text{B} = \mu^2(pq''' - p'q'' - p''q'),\ c = \mu^2(p'p'' - pp'''). \end{array}\right.$$

Le nombre p sera le plus grand commun diviseur des trois nombres $\frac{a}{\mu}, \frac{a'}{\mu}, \frac{b+b'}{\mu}$; le produit $\frac{aa'}{\mu\mu}$ est donc divisible par p^2, et par conséquent le valeur de A est entière. Le nombre C est évidemment entier ; et comme B est rationnel on conclut de la formule $\text{B}^2 = \text{AC} + \text{D}$ qu'il est aussi entier.

On peut aussi résoudre le même problème au moyen des formules (8). Si l'on y substitue $n = n' = \frac{1}{\mu}$ et $\text{D}m' = d$, et qu'on remplace les trois dernières par les équations équivalentes (16), on obtient

$$\text{II}\quad\left|\begin{array}{l} 1)\ pq' = \dfrac{a}{\mu},\ pq'' = \dfrac{a'}{\mu},\ pq''' = \dfrac{b+b'}{\mu}, \\[2ex] 2)\ \mathrm{A}p^2 = aa', \\[2ex] 3)\ \dfrac{\mathrm{B}}{\mu} = b - \dfrac{a}{p}p'' = b' - \dfrac{a'}{p}p',\ \dfrac{b'+b}{\mu}\mathrm{B} = bb' + d - \dfrac{aa'}{p}p'''. \end{array}\right.$$

Si les deux diviseurs m, m' étaient premiers entre eux, ce qui aurait nécessairement lieu si l'une des deux formes données était proprement primitive, on aurait $\mu = 1$, ce qui simplifierait les formules précédentes.

34. Comme application considérons le cas où les deux formes f, f' sont opposées. On a dans ce cas $a' = a$, $c' = c$, $b' = -b$. Les formules I, 1) donnent immédiatement $q''' = 0$, $p = \dfrac{a}{m}$, $q' = q'' = 1$, de sorte que les trois nombres L, L', L'' ne sont soumis qu'à la condition $\mathrm{L} + \mathrm{L}' = 1$, que l'on peut vérifier en prenant $\mathrm{L} = 0$, $\mathrm{L}' = 1$, $\mathrm{L}'' = 0$. Les équations suivantes donnent $p' = -\dfrac{2b}{m}$, $p'' = 0$ $p''' = -\dfrac{c}{m}$; $\mathrm{B} = bm$, $\mathrm{C} = ac$, $\mathrm{A} = m^2$. On a donc la relation

$$m^2\,\mathrm{X}^2 + 2bm\,\mathrm{XY} + ac\,\mathrm{Y}^2 = (ax^2 + 2b\,xy + cy^2)\,(ax'^2 - 2b\,x'y' + cy'^2),$$

qui est rendue identique par la substitution

$$\mathrm{X} = \frac{axx' - 2b\,xy' - cyy'}{m},$$
$$\mathrm{Y} = xy' + yx'$$

La forme composée (m^2, bm, ac) est renfermée dans la forme $(1, 0, -d)$, d'où on peut la déduire par la substitution $\begin{matrix} m, & b \\ 0, & 1 \end{matrix}$. Si la forme (a, b, c) est proprement primitive, le diviseur $m = 1$, et la forme composée $(1, b, ac)$ est équivalente à la forme principale $(1.\ 0, -d)$. Donc

Théorème I. *En composant deux formes opposées, proprement primitives, on obtient toujours une forme équivalente à la forme principale.*

On conclut aussi des résultats obtenus que la substitution

$$\mathrm{X} = axx' - b\,(xy' - yx') - cyy',\ \ \mathrm{Y} = xy' + yx',$$

rend identique l'équation

$$X^2 - (b^2 - ac)\ Y^2 = (ax^2 + 2b\ xy + cy^2)\ (ax'^2 - 2b\ x'\ y' + cy'^2).$$

25. Considérons le cas où l'une des formes composantes est proprement primitive. Dans ce cas $\mu = 1$, et le déterminant de la forme composée est égal au déterminant commun des formes composantes. Nous le désignerons par D. Le problème de la composition se résoudra au moyen des formules I ou des formules II, en y faisant $\mu = 1$, $d = D$.

Supposons que la forme principale $(1, 0, -D)$. Dans ce cas $\mu = 1$, $a' = 1$, $b' = 0$, $c' = -D$; les formules I, 1) donnent $p = 1$, $q' = a$, $q'' = 1$, $q''' = b$, de sorte que l'on vérifie l'équation I, 2) en prenant $L = 0$, $L' = 1$, $L'' = 0$. On déduit ensuite des équations suivantes $p' = -b$, $p'' = o$, $p''' = -c$; $A = a$, $B = b$, $C = c$. La forme composée est donc la forme (a, b, c) elle-même. On obtient en même temps la substitution

$$X = xx' + bxy' - cyy', \quad Y = axy' + yx' + byy',$$

qui rendidentique l'équation

$$aX^2 + 2bXY + cY^2 = (ax^2 + 2b\ xy + cy^2)\ (x'^2 - (b^2 - ac)\ y'^2).$$

Nous déduisons de là cette conclusion :

Théorème II. *En composant une forme* f *avec une forme équivalente à la forme principale de même déterminant, on obtient une forme équivalente à* f.

Si on limite ce théorème aux formes proprement primitives, sa réciproque est vraie. Supposons en effet que la forme $f = (a, b, c)$ soit proprement primitive, et que, en la composant avec une forme f' de même déterminant, on obtienne une forme équivalente à f; je dis que la forme f' est équivalente à la forme principale. En effet soit f_1 la forme opposée à f et considérons la forme F composée des trois formes f, f', f_1. Si nous composons d'abord f avec f' nous obtenons par hypothèse une forme équivalente à f, la forme f elle-même si nous voulons (n° 11); or en composant la forme f avec la forme f_1 nous obtenons la forme principale : la forme F est donc équivalente à la forme principale. Or nous devons obtenir une forme équivalente à F en composant d'abord f avec f_1, puis la forme obtenue avec f' (*n*° 22); la première composition donne la forme principale (*Théorème* I); la composition de cette forme avec f' donne une forme équivalente à f' (*Th.* II). La forme f' est donc équivalente à la forme F et conséquemment à la forme principale. Donc

Théorème III. *Si la composition d'une forme proprement primitive* f *avec une autre forme* f' *donne une forme équivalente à* f, *la forme* f' *appartient à la classe principale.*

26. Au lieu de donner les deux formes f, f' ou les classes auxquelles elles appartiennent, on peut donner les deux formes F et f de même déterminant D, et demander de trouver les formes f' qui, composées avec f donnent des formes équivalentes à F. Ce problème peut encore se résoudre au moyen des formules I où II, où l'on aura $\mu = 1$, $d = D$. Les nombres A, B, C seront connus ainsi que les nombres a, b, c; il s'agira de trouver les valeurs de a', b', c'. Nous le démontrerons au moyen du théorème suivant :

Théorème IV. *Si la forme F est composée des deux formes* f, f' *on peut toujours remplacer la forme* f' *par une forme èquivalent* g' *de manière que la transformation de F en* fg' *s'effectue au moyea d'une substitution bilinéaire dont le cinquième coefficient soit nul.*

Par hypothèse l'équation

$$F(X, X) = f(x, y)\, f'(x' y')$$

est rendue identique au moyen de la substitution

$$(1) \quad \left| \begin{array}{l} X = rxx' + r'xy' + r''yx' + r'''yy', \\ Y = sxx' + s'xy' + s''yx' + s'''yy'. \end{array} \right.$$

Or si l'on désigne par $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ quatre nombres arbitraires qui vérifient la condition $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$, la substitution $\begin{pmatrix} \alpha, & \beta \\ \gamma, & \delta \end{pmatrix}$ transformera f' en une forme équivalente g', et la substitution (1) en la suivante

$$X = (rx + r''y)(\alpha x_1 + \beta y_1) + (r'x + r'''y)(\gamma x_1 + \delta y_1),$$

$$Y = (sx + s''y)(\alpha x_1 + \beta y_1) + (s'x + s''y)(\gamma x_1 + \delta y_1),$$

dans laquelle le coefficient de xx_1 dans Y est $\alpha s + \gamma s' = q$. Soit e le plus grand diviseur commun des deux nombres s, s'; les deux quotients $\frac{s}{e}$ et $\frac{s'}{e}$ étant premiers entre eux, si nous prenons $\alpha = \frac{s'}{e}$, $\gamma = -\frac{s}{e}$ on pourra résou-

dre en nombres entiers l'équation $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$, et en même temps on aura $q = 0$. La substitution précédente prendra la forme

$$(1') \qquad X = pxx_1 + p'xy' + p''yx' + p'''yy', \; Y = q'xy' + q''yx' + q'''yy',$$

et elle réduira à une identité l'équation

$$F(X, Y) = f(x, y)\, g'(x', y').$$

Ainsi la forme f' peut toujours être remplacée par une forme équivalente g', de manière que F se transforme en ff' au moyen d'une substitution dont le cinquième terme soit nul, ainsi que nous l'avons annoncé.

27. Il résulte de là que s'il existe une forme f' qui composée avec f donne la forme F, les formules I et les formules II détermineront des formes (a', b', c') équivalentes à f'; car la forme f' peut être remplacée par une forme équivalente g' qui remplisse la condition précédente; et comme nos formules expriment toutes les conditions nécessaires et suffirantes pour que la forme F se transforme en ff' par une substitution de la forme (1'), nous sommes assurés d'obtenir pour a', b', c' des valeurs entières, si toutefois le problème proposé est possible.

Proposons-nous par exemple de trouver une forme f' qui, composée avec une forme proprement primitive $f = (a, b, c)$ reproduise la même forme. Prenons les formules II en y faisant $\mu = 1$, $A = a$, $B = b$, $C = c$. Nous aurons $p^2 = a'$, $a \equiv 0 \pmod{p}$, $b + b' \equiv 0 \pmod{p}$, et les trois dernières équations deviennent.

$$b = b - \frac{a}{p}p'' = b' - pp', \; (b + b')\, b = bb' + b^2 - ac - app''';$$

on a donc $b \equiv b' \pmod{p}$, $c \equiv 0 \pmod{p}$. Des deux congruences $b + b' \equiv 0$, $b \equiv b' \pmod{p}$ on conclut que p divise $2b$; comme il doit diviser a et c et que les trois nombres a, $2b$, c n'ont, par hypothèse, aucun diviseur commun > 1, on a $p = 1$. $a' = 1$. On ne peut satisfaire aux autres équations qu'en prenant $p'' = 0$, $b' = b + p'$, $c = -p'''$, $c' = (b + p')^2 - b^2 + ac$. Toutes les formes $(1, b', c')$ ainsi déterminées sont équivalentes et elles appartionnent toutes à la classe principale, car elles sont toutes contiguës à la forme $(ac - b^2, 0, 1)$, laquelle est équivalente à la forme principale $(1, 0, ac - b^2)$. Ainsi les formes équivalentes à la forme principale sont les seules qui, composées avec une forme proprement primitive de même déterminant, reproduisent cette forme.

Nous retrouvons ainsi le théorème III par une méthode directe.

28. Dans un grand nombre de cas on se propose de déterminer la classe des formes composées de deux formes données f, f', sans avoir besoin de la substitution qui les transforme en ff'. Bornons-nous à considérer des formes proprement primitives, de sorte que nous aurons $m = m' = \mu = 1$. Le nombre p sera le plus grand commun diviseur des trois nombres a, a', $b + b'$. Ce nombre une fois connu on trouve $A = \frac{aa'}{p^2}$, et la forme composée est $\left(\frac{aa'}{p^2}, B, \frac{(B^2 - D) p^2}{aa'}\right)$, le nombre B étant déterminé par les trois congruences

$$\text{III.} \qquad B \equiv b \left(\text{mod.} \frac{a'}{p}\right), B \equiv b' \left(\text{mod.} \frac{a'}{p}\right), \frac{b + b'}{p}(B - b) \equiv -\frac{ac}{p}\left(\text{mod.} \frac{aa'}{p^2}\right),$$

que l'on déduit des formules II, 3 en y faisant $\mu = 1$ et $d = b^2 - ac$.

C'est à ce cas particulier que se borne la théorie de la composition des formes quadratiques donnée par Dirichlet dans la dissertation citée au commencement de ce Mémoir (n° 1). Dirichlet exige en outre que les deux formes composanter soient préparées de manière à rendre compatibles les trois congruences

$$B \equiv b \ (\text{mod } a), \ B \equiv b' \ (\text{mod } a'), \ B^2 \equiv D \ (\text{mod. } aa').$$

Il est nécessaire pour cela que la différence $b' - b$ soit divisible par le plus grand diviseur commun ω des deux nombres a, a', et que la somme $b + b'$ soit première avec ω. Si ces deux conditions sont remplies, $p = 1$ dans les formules III, de sorte que le nombre B est déterminé par les trois congruences

$$\text{IV.} \qquad B \equiv b \ (\text{mod } a), \ B \equiv b' \ (\text{mod } a'), \ (b + b')(B - b) \equiv -ac \ (\text{mod } aa'),$$

et la classe des formes composées peut être représentée par la forme $\left(aa', B, \frac{B^2 - D}{aa'}\right)$.

§ IV. *Composition des ordres, des genres et des classes.*

27. Composition des classes. En nous proposant de trouver une forme F composée de deux formes données f, f', nous avons trouvé que le problème est possible toutes les fois que les déterminants des deux formes sont entre eux comme deux carrés, et qu'il admet alors une infinité de solutions;

de plus, si l'on convient de prendre toujours directement les formes composantes, les formes composées de f et de f' sont toutes comprises dans une même classe, et toutes les formes de cette classe sont composées de f et de f'; enfin la classe des formes composées ne change pas lorsqu'on remplace les composantes par d'autres formes qui leur soient respectivement équivalentes. On peut donc envisager le problème de la composition de deux formes données comme ayant pour but de déterminer la classe des formes composées; le problème alors n'admet plus qu'une solution et cette solution ne dépend que des classes auxquelles appartiennent respectivement les deux formes composantes, puisque l'on peut, sans changer la solution, les remplacer par d'autres formes qui leur soient équivalentes. On dit alors que l'on compose les deux classes réprésentées respectivement par les deux formes f, f', et la classe obtenue dans cette composition est appelée classe composée des deux autres ou classe résultante. Il est évident que ce problème ne peut être résolu qu'autant que les classes composantes sont représentées par des formes; mais le choix des formes représentantes reste complètement arbitraire; de plus on peut faire abstraction de la substitution qui rend la forme composée identique avec le produit des formes composantes.

28. Composition des ordres. De même que la classe d'une forme composée ne dépend que des classes des formes qui la composent, de même son genre et son ordre sont déterminés respectivement par les genres et par les ordres des composantes. La composition des ordres et des genres a pour but de déterminer l'ordre on le genre d'une classe composée, connaissant les ordres ou les genres des composantes.

Soit m la plus grand diviseur commun des trois nombres $a, 2b, c$; nous disons avec Dirichlet que m est le diviseur de la forme (a, b, c), par ce qu'il divise tous les nombres répresentés par cette forme. Soit m_1 le plus grand commun diviseur des trois nombres a, b, c et posons $\rho = m : m_1$. Le rapport ρ est égal à 1 ou à 2, suivant que $\frac{2b}{m}$ est pair ou impair, c'est-à-dire suivant que la forme (a, b, c) est dérivée d'une forme proprement primitive de déterminant $D : m^2$, ou d'une forme improprement primitive de déterminant $4D : m^2$.

L'ordre d'une forme (a, b, c) est caractérisée par son diviseur et par la valeur 1 ou 2 du rapport ρ; nous pouvons donc le désigner par (m, ρ). On réunit dans le même ordre (m, ρ) toutes les formes de déterminant $D = b^2 - ac$, qui ont le même diviseur m et pour lesquelles le rapport $m : m_1 = \rho$ a la

même valeur. Ainsi l'ordre (1, 1) renferme les formes proprement primitives, et l'ordre (2, 2) les classes improprement primitives; l'ordre (2, 1) est l'ordre dérivé de l'ordre proprement primitif de déterminant D : 4. La composition des ordres se fait au moyen de la règle suivante:

Soit (M, ρ'') *l'ordre composé des deux ordres* (m, ρ), (m', ρ'); *les deux nombres* M *et* ρ'' *sont déterminés par les formules*

$$M = mm', \ \rho'' \equiv \rho\rho' \ (\text{mod. } 2).$$

Cette règle est justifiée par la cinquième conclusion du §. I; en effet, si l'on compose une forme f d'ordre (m, ρ) avec une forme f' d'ordre (m', ρ'), la cinquième conclusion nous apprend que le diviseur M de la forme composée est égal au produit mm' des diviseur des composantes; puis, d'après la sixième conclusion, la forme composée est derivée d'une forme proprement primitive si les deux composantes sont l'une et l'autre dérivées de formes proprement primitives, et elle est dérivée d'une forme improprement primitive quand l'une des deux composantes est elle-même dérivée d' une forme improprement primitive; dans le premier cas on a $\rho'' = \rho = \rho' = 1$; dans le second on a $\rho'' = 2$ et l'un au moins des deux nombres ρ, ρ' est égal à 2; ce qui justifie la congruence

$$\rho'' \equiv \rho\rho' \ (\text{mod. } 2).$$

29. Distribution ces classes en genre. Nous nous bornerons à considérer l'ordre proprement primitif, par ce que les genres des classes de déterminant D, renfermées dans les autres ordres peuvent se déduire des genres des classes proprement primitives qui leur correspondent. La distribution des classes proprement primitives en genres est fondée sur le théorème suivant.

Soit f = (a, b, c) *une forme quelconque de determinant* D; *soit* p *un diviseur premier impair de* D; *les nombres non divisibles par* p *qui peuvent être représentés par* f *sont tous résidus quadratiques de* p, *ou tous non-résidus*.

Soient en effet M, M' deux nombres différents, premiers avec p et représentés par la forme f, on aura, en désignant par (α, β), (α', β') leurs représentations

$$M = a\alpha^2 + 2b\alpha\beta + c\beta^2,$$

$$M' = a\alpha'^2 + 2b\alpha'\beta' + c\beta'^2.$$

Or la substitution $\begin{pmatrix}\alpha, \alpha' \\ \beta, \beta'\end{pmatrix}$ transforme (a, b, c) en une forme (M, N, M') dont le déterminant est égal au produit du déterminant D multiplié par le carré du déterminant de la substitution. On a donc

$$(1) \qquad MM' = N^2 - D\,(\alpha\beta' - \alpha'\beta)^2.$$

On ne peut pas supposer $\alpha\beta' - \alpha'\beta = 0$, car les deux rapports $\frac{\alpha}{\beta}$ et $\frac{\alpha'}{\beta'}$ étant irréductibles, ils ne peuvent être égaux sans que l'on ait $\alpha' = \alpha$, $\beta' = \beta$, ce qui est inadmissible, M et M' étant snpposés inégaux. On a donc MM' R. p, c'est-à-dire le produit MM' est résidu quadratique de p, et par conséquent les deux facteurs M et M' sont tous deux résidus ou non-résidus quadratiques de p. C. Q. F. D.

30. Les nombres représentés par une forme (a, b, c) n'ont, aucune relation fixe avec les nombres premiers non diviseurs de D; mais ils en ont avec l'un des nombres 4 ou 8, lorsque D n'est pas de la forme $4l + 1$. Ces relations sont déterminées par les règles suivantes :

I. *Si* $D \equiv 4$ (mod. 8), *les nombres impairs représentés par* (a, b, c) *sont ou bien tous* $\equiv 1$ (mod. 4) *ou bien tous* $\equiv 3$ (mod. 4).

Supposons en effet M et M' impairs; nous déduisons de l'équation (1), si D est divisible par 4, $MM' \equiv 1$ (mod. 4), ce qui justifie la règle énoncée.

II. *Si* $D \equiv 0$ (mod. 8), *les nombres impairs représentés par la forme* (a, b, c) *sont tous* $\equiv 1$ (mod. 8), *ou tous* $\equiv 3$, *ou tous* $\equiv 5$, *ou tous* $\equiv 7$ (mod. 8).

On deduit en effet de l'équation (1) $MM' \equiv 1$ (mod. 8), d'où $M \equiv M'$ (mod. 8).

III. *Si* $D \equiv 2$ (mod. 8), *les nombres impairs représentés par* (a, b, c) *sont ou bien en partie* $\equiv 1$ *et en partie* $\equiv 7$ (mod. 8), *ou bien en partie* $\equiv 3$ *et en partie* $\equiv 5$ (mod. 8).

Car suivant que $(\alpha\beta' - \alpha'\beta)$ est pair ou impair, on déduit de l'équation (1) $MM' \equiv 1$ ou $MM' \equiv 7$ (mod. 8); donc $M \equiv M'$ ou $M \equiv 7M'$ (mod 8); si donc la forme (a, b, c) représente un nombre M de l'une des formes $8l + (1, 7)$, tous les autres nombres impairs qu'elle représente sont chacun de l'une de ces deux formes; et si elle représente un nombre M de l'une des formes $8l + (3, 5)$, tous les autres sont respectivement de ces deux formes.

IV. *Si* $D = 3$ (mod. 4), *les nombres impairs représentés par* (a, b, c) *sont tous* $\equiv 1$ *ou tous* $\equiv 3$ (mod. 4).

Dans ce cas en effet on a toujours $MM' \equiv 1$, $M \equiv M'$ (mod. 4).

V. *Si* $D \equiv 6$ (mod. 8), *les nombres impairs représentables par* (a, b, c) *sont ou bien en partie* $\equiv 1$ *et en partie* $\equiv 3$, *ou bien en partie* $\equiv 5$ *et en partie* $\equiv 7$ (mod. 8).

Cette règle se déduit de ce qne l'équation (1) donne $MM' \equiv 1$ ou $MM' \equiv 3$ (mod. 8), suivant que l'on suppose $\alpha\beta' - \alpha'\beta$ pair ou impair.

31. Si l'on désigne indéfiniment par n un nombre premier avec $2D$, représenté par la forme (a, b, c), on exprime par l'égalité symbolique $\left(\frac{n}{p}\right) = 1$ que tous les nombres représentés par (a, b, c) et premiers avec p sont résidus quadratiques de p, et par l'égalité $\left(\frac{n}{p}\right) = -1$ que ces mêmes nombres sont non-résidus quadratiques de p. L'égalité symbolique $\left(\frac{n}{p}\right) = 1$ ou $\left(\frac{n}{p}\right) = -1$ constitue ce qu'on appelle le caractère particulier de la forme (a, b, c) relativement an nombre p. La forme $(a. b, c)$ présente donc autant de caractères $\left(\frac{n}{p}\right) = \pm 1$ qu'il y a de facteurs premiers, impairs et inégaux dans son déterminant. L'ensemble de ces caractères forme le caractère complet de (a, b, c), si l'on a $D \equiv 1$ (mod. 4); mais si l'on a $D \equiv 2, 3, 4, 6$ ou 7 (mod. 8), il faut ajouter l'un des caractères relatifs au module 4 ou au module 8, déterminés par les règles précédentes. Ce caractère est la valeur $+1$ ou -1 de l'expression $(-1)^{\frac{n-1}{2}}$ si $D \equiv 3, 4$ ou 7 (mod. 8); c'est la valeur $+1$ ou -1 de $(-1)^{\frac{n^2-1}{8}}$ si $D \equiv 2$ (mod. 8), et celle de $(-1)^{\frac{n-1}{2} + \frac{n^2-1}{8}}$, si $D \equiv 6$ (mod. 8). Enfin si D est multiple de 8 la forme (a, b, c) peut présenter l'un des quatre caractères 1, 8; 3, 8; 5, 8 ou 7, 8, et l'on détermine celui qui lui convient en donnant les valeurs des deux expressions $(-1)^{\frac{n-1}{2}}, (-1)^{\frac{n^2-1}{2}}$.

Soit i le nombre des facteurs premiers, impairs et inégaux du déterminant D; le nombre des symboles dont les valeurs $+1$ ou -1 doivent figurer dans un caractère complet est i, $i+1$, ou $i+2$, suivant que $D \equiv 1$ (mod 4), $D \equiv 2, 3, 4, 6$ ou 7 (mod. 8) ou $D \equiv 0$ (mod. 8). Comme chacun de ces symboles peut recevoir deux valeurs, le nombre des caractères complets, que l'on peut former en combinant ces valeurs de toutes les manières possibles est

$$2^i, \text{ si } D \equiv 1 \pmod{4},$$
$$2^{i+1}, \text{ si } D \equiv 2, 3, 4, 6 \text{ ou } 7 \pmod{8},$$
$$2^{i+2} \text{ si } D \equiv 0 \pmod{8}.$$

32. Plusieurs classes de formes quadratiques peuvent présenter le même caractère complet; on dit qu'elles appartiennent à un même genre. Chaque genre est déterminé par un caractère complet; mais nous aurons lieu d'observer qu'il ne correspond pas toujours un genre à chaque caractère complet. Prenons par exemple $D = -21$. Le déterminant étant $\equiv 3 \pmod{8}$ il faut joindre l'expression $(-1)^{\frac{n-1}{2}}$ aux deux symboles $\left(\frac{n}{3}\right)$, $\left(\frac{n}{7}\right)$ pour former les caractères complets, qui sont :

$$\left(\tfrac{n}{3}\right) = 1,\ \left(\tfrac{n}{7}\right) = 1,\ (-1)^{\frac{n-1}{2}} = 1;\ \left(\tfrac{n}{3}\right) = 1,\ \left(\tfrac{n}{7}\right) = 1,\ (-1)^{\frac{n-1}{2}} = -1;$$

$$\left(\tfrac{n}{3}\right) = 1,\ \left(\tfrac{n}{7}\right) = -1,\ (-1)^{\frac{n-1}{2}} = 1;\ \left(\tfrac{n}{3}\right) = 1,\ \left(\tfrac{n}{7}\right) = -1,\ (-1)^{\frac{n-1}{2}} = -1;$$

$$\left(\tfrac{n}{3}\right) = -1,\ \left(\tfrac{n}{7}\right) = 1,\ (-1)^{\frac{n-1}{2}} = 1;\ \left(\tfrac{n}{3}\right) = -1;\ \left(\tfrac{n}{7}\right) = 1,\ (-1)^{\frac{n-1}{2}} = -1;$$

$$\left(\tfrac{n}{3}\right) = -1,\ \left(\tfrac{n}{7}\right) = -1,\ (-1)^{\frac{n-1}{2}} = 1;\ \left(\tfrac{n}{3}\right) = -1,\ \left(\tfrac{n}{7}\right) = -1,\ (-1)^{\frac{n-1}{2}} = -1.$$

Or il n'existe pour le déterminant -21 que quatre classes représentées respectivement par les quatre formes réduites $(1, 0, 21)$, $(3, 0, 7)$, $(2, 1, 11)$, $(5, 2, 5)$, qui appartiennent à quatre genres distincts, déterminés de la manière suivante :

$$x^2 + 21y^2;\ \left(\tfrac{n}{3}\right) = 1,\ \left(\tfrac{n}{7}\right) = 1,\ (-1)^{\frac{n-1}{2}} = 1;$$

$$3x^2 + 7y^2;\ \left(\tfrac{n}{3}\right) = 1,\ \left(\tfrac{n}{7}\right) = -1,\ (-1)^{\frac{n-1}{2}} = -1;$$

$$2x^2 + 2xy + 11y^2;\ \left(\tfrac{n}{3}\right) = -1,\ \left(\tfrac{n}{7}\right) = 1,\ (-1)^{\frac{n-1}{2}} = -1;$$

$$5x^2 + 4xy + 5y^2;\ \left(\tfrac{n}{3}\right) = -1,\ \left(\tfrac{n}{7}\right) = -1,\ (-1)^{\frac{n-1}{2}} = 1.$$

Ainsi il n'y a que la moitié des caractères complets possibles auxquels correspondent effectivement des formes quadratiques. Nous pouvons remarquer de plus que dans chacun des caractères complets qui correspondent à des formes, le produit $\left(\frac{n}{3}\right)\left(\frac{n}{7}\right)(-1)^{\frac{n-1}{2}}$ est égal à $+1$. Ce n'est point là un fait accidentel; Gauss a démontré que, pour un déterminant donné, le nombre des genres de formes quadratiques est toujours égal à la moitié du nombre des caractères complets qui correspondent à ce déterminant. On déduit aussi de la loi de réciprocité de Legendre que, dans le caractère complet d'une forme quadratique, le nombre des symboles qui présentent la valeur -1 doit être toujours pair quand le déterminant est sans diviseur carré.

33. Composition des genres. La composition des genres est fondée sur les théorèmes suivants :

Théorème I. *Si le nombre* A *est représenté par la forme* f = (a, b, c), *il est aussi réprésenté par toute autre forme équivalente à* f, *de telle sorte que ces représentations appartiennent à une même racine de la congruence*

$$x^2 - D \equiv 0 \ (\text{mod. } A).$$

Nous ne considérons que des représentations propres, de sorte qu'il existe par hypothèse deux nombres premiers entre eux qui vérifient l'équation

$$(1) \qquad A = am^2 + 2bmn + cn^2.$$

Soient m', n' deux autres nombres qui vérifient la condition $mn' - m'n = 1$; la substitution $\begin{pmatrix} m, & m' \\ n, & n' \end{pmatrix}$ transforme f en une forme équivalente

$$\left(A,\ B,\ \frac{B^2 - D}{A}\right),$$

dont le second coefficient est donné par l'équation

$$(2) \qquad B = m(am' + bn') + n(bm' + cn').$$

Soit $f' = (a', b', c')$ une autre forme équivalente à f; elle est aussi équivalente à la forme $\left(A,\ B,\ \frac{B^2 - D}{A}\right)$; il existe donc une transformation $\begin{pmatrix} \alpha, & \beta \\ \gamma, & \delta \end{pmatrix}$ de f' en cette dernière forme, de manière que l'on a

$$(3) \qquad A = a'\alpha^2 + 2b'\alpha\gamma + c'\gamma^2,$$

$$(4) \qquad B = \alpha(a'\beta + b'\delta) + \gamma(b'\beta + c'\delta).$$

La formule (3) nous offre une représentation du nombre A par la forme f', et en comparant les équations (2) et (4) on voit que les représentations correspondantes d'un même nombre par deux formes équivalentes appartiennent à une même racine B de la congruence $x^2 - D \equiv 0$ (mod. A).

Théorème II. *Si deux nombres premiers entre eux* n, n' *sont repré-*

sentés respectivement par deux formes f, f' *de déterminant* D, *leur produit est représenté par toute forme* F *composée des deux formes* f *et* f'.

Comme l'on peut, sans changer la forme composée, remplacer f et f' par des formes g et g' qui leur soient équivalentes, nous remplacerons f par $g = \left(n, b, \frac{b^2 - D}{n}\right)$ et f' par $g' = \left(n', b', \frac{b'^2 - D}{n'}\right)$. Nous effectuerons la composition des deux formes g, g' au moyen des formules (II, n° 23) en y faisant $a = n$, $a' = n'$. On a de plus $\mu = 1$, puisque les diviseurs des deux formes sont nécessairement premiers entre eux, comme n et n'; enfin $p = 1$, par ce qu'il doit diviser en même temps n et n'. On a donc

$$A = nn', \quad B = b - np'' = b' - n'p'.$$

La classe composée peut donc être représentée par la forme $\left(nn', B, \frac{B^2 - D}{nn'}\right)$ Or cette forme représente proprement le produit nn', savoir par les valeurs $x = 1$, $y = 0$ des deux indéterminées. De là et du théorème précédent on conclut que le même produit est représenté proprement par toutes les formes composées des deux formes f et f'.

35. Théorème III. *Le caractère complet d'une classe composée de deux autres s'obtient en donnant à chacun des symboles, dont les valeurs déterminent les genres des composantes, une valeur égale au produit de celles qu'il présente dans les caractères complets des deux composantes.*

Soient en effet n et n' deux nombres premiers entre eux et premiers avec 2D, respectivement représentés par les deux classes composantes H, H'. La classe composée $K = HH'$ représente le produit nn' et son genre est caractérisé par ce produit, puisque celui-ci est premier avec 2D. Or si l'on désigne par p l'un quelconque des diviseurs premiers impairs de D, on a

$$\left(\frac{nn'}{p}\right) = \left(\frac{n}{p}\right)\left(\frac{n'}{p}\right)$$

ce qui démontre notre théorème en ce qui concerne les facteurs premiers impairs de D. Notre démonstration sera complète si nous prouvons que l'on a aussi

$$(-1)^{\frac{nn'-1}{2}} = (-1)^{\frac{n-1}{2}}(-1)^{\frac{n'-1}{2}}, \quad (-1)^{\frac{n^2n'^2-1}{8}} = (-1)^{\frac{n^2-1}{8}}(-1)^{\frac{n'^2-1}{8}},$$

ou bien

$$\frac{nn'-1}{2} \equiv \frac{n-1}{2} + \frac{n'-1}{2}, \quad \frac{n^2n'^2-1}{8} \equiv \frac{n^2-1}{8} + \frac{n'^2-1}{8} \pmod{2}.$$

Or on a évidemment

$$(n-1)(n'-1) = nn' - 1 - (n-1) - (n'-1) \equiv 0 \pmod{4};$$

donc

$$\frac{nn'-1}{2} \equiv \frac{n-1}{2} + \frac{n'-1}{2} \pmod{2}.$$

De même

$$(n^2-1)(n'^2-1) = n^2n'^2 - 1 - (n^2-1) - (n'^2-1) \equiv 0 \pmod{64};$$

donc

$$\frac{n^2n'^2-1}{8} \equiv \frac{n^2-1}{8} + \frac{n'^2-1}{8} \pmod{8}.$$

Ainsi le genre de la classe composée K se détermine en attribuant à chacun des symboles qui figurent dans le caractère complet, une valeur égale au produit de celles qu'il présente dans les caractères complets des composantes.

36. Le genre d'une classe H est déterminé au moyen des valeurs des formules $\left(\frac{n}{p}\right)$, $(-1)^{\frac{n-1}{2}}$, $(-1)^{\frac{n^2-1}{8}}$ ou $(-1)^{\frac{n-1}{2}+\frac{n^2-1}{8}}$ sans que l'on particularise le nombre n. Ce nombre désigne alors d'une manière indéfinie tous les nombres premiers avec 2D, représentés par les différentes classes du même genre que H. Ainsi, dans la formation du caractère complet d'une classe composée de deux classes H, H', rien ne distingue les deux classes composantes des autres classes de même genre qu'elles; c'est pourquoi l'on dit que le genre de la classe résultante K est composé des genre G, G' auxquels appartiennent respectivement les classes composantes. On déduit aussi de là les théorèmes suivants:

I. *Les diverses classes obtenues en composant les classes d'un genre* G *avec les classes d'un genre* G', *appartiennent toutes à un même genre, composé des deux genres* G *et* G'.

Si le genre G est identique avec G', on a

$$\left[\left(\frac{n}{p}\right)=\left(\frac{n'}{p}\right),\ (-1)^{\frac{n-1}{2}}=(-1)^{\frac{n'-1}{2}},\ (-1)^{\frac{n^2-1}{8}}=(-1)^{\frac{n'^2-1}{8}}\right]$$

et par conséqnent les caractères particuliers du genre composé sont $\left(\frac{nn'}{p}\right)=1$, $(-1)^{\frac{nn'-1}{2}}=1$, $(-1)^{\frac{n^2n'^2-1}{8}}=1$; c'est ce qui caractérise le genre principal. Donc

II. *Si l'on compose entre elles deux classes d'un même genre, on obtient pour résultante une classe du genre principal.*

En particulier tonte classe obtenue par la duplication d'une autre classe appartient au genre principal. Réciproquement

III. *Toute classe du genre principal s'obtient par la duplication d'une autre classe.*

Cette réciproque se déduit de ce que toute forme quadratique du genre principal peut représenter des carrés impairs, premiers avec le déterminant. Soit en effet a^2 un carré premier avec $2D$, représenté par une classe H du genre principal. La classe H peut être représentée par la forme $\left(a^2, b, \frac{b^2-D}{a^2}\right)$, Or cette forme s'obtient par la duplication de la forme $\left(a, b, \frac{b^2-D}{a}\right)$; car si l'on fait $a'=a$, $b'=b$ dans les formules (II, n.° 23), elles deviennent

$$pq'=pq''=a,\quad pq'''=2b,$$

$$Ap^2=a^2,\quad B=b-\frac{a}{p}p',\quad 2b(B-b)=-(b^2-D)-\frac{a^2}{p}p'''.$$

Le nombre a étant premier avec $2D$ l'est aussi avec $2b$. de sorte que $p=1$, $A=a^2$. On satisfait aux deux autres équations en faisant $B=b$, $p'=0$, $p'''=-\frac{b^2-D}{a^2}$. Ainsi la duplication de la forme $\left(a, b, \frac{b^2-D}{a}\right)$ donne pour résultante la forme $\left(a^2, b, \frac{b^2-D}{a^2}\right)$, et par conséquent la classe H s'obtient par la duplication de la classe représentée par $\left(a, b, \frac{b^2-D}{a}\right)$.

§ V. *Distribution des classes en périodes.*

37. On appelle période d'une classe A une suite de classes dont le premier terme est A et dont les autres termes s'obtiennent chacun par la composition du terme précédent avec A. Nous les désignerons par A^2, A^3, etc. Quelques unes des propriétés des périodes se déduisent immédiatement des théorèmes obtenus à la fin du §. III, en substituant les classes aux formes qui les représentent ; on peut énoncer ces théorèmes de la manière suivante:

I. La composition d'une classe A avec la classe principale donne pour résultante la classe A elle-même.

II. Si la composition d'une classe A avec la classe B donne pour résultante la classe A, la classe B est identiqne avec la classe principale.

III. La composition de deux classes opposées donne pour résultante la classe principale, et réciproquement, si la composition de deux classes donne pour résultante la classe principale, ces deux classes sont opposées.

De ces théorèmes on déduit le suivant :

IV. Si l'on compose une même classe B avec des classes différentes A, A′, A″... les résultantes sont toutes différentes.

Car si l'on avait $BA = BA'$, en composant la classe B′ opposée à B avec ces deux classes identiques, on aurait $B'BA = B'BA'$. Or la classe composée B′B est la classe principale (III), et la compotition de cette classe avec A et avec A′ donne respectivement A et A′ (I). On aurait donc $A = A'$ contrairement à l'hypothèse.

On déduit de là que :

V. Les différents genres de formes proprement primitives renferment le même nombre de classes.

Car soient A, A′, A″, ... $A^{(m-1)}$ les différentes classes du genre principal, B, B′,... $B^{(m'-1)}$ celles d'un autre genre G. En composant la classe B successivement avec les *m* classes A, A′,... on obtient *m* classes distinctes (IV), faisant toutes partie d'un même genre (36, I). Or ce genre n'est autre que G, puisque, en composant la classe B avec la classe principale, qui figure parmi les classes A, A′,... on obtient la classe B. Ainsi le genre G renferme au moins *m* classes. Il n'en renferme pas davantage; car en composant les *m′* classes du genre G avec l'une d'entre elles, on obtient *m′* classes différentes, toutes comprises dans le genre principal (n° 36, II). Le nombre *m′* ne peut donc pas surpasser *m*, et puisqu'il ne peut pas lui

être inférieur, ces deux nombres sont égaux. Donc tous les genres de l'ordre proprement primitif renferment le même nombre de classes.

38. Considérons la suite de classes A, A^2, A^3,... A^m... dont chacune s'obtient en composant la précédente avec la classe A. Comme cette suite est indéfinie tandis que le nombre des classes distinctes de déterminant D est fini, il est impossible que les classes de cette suite soient distinctes. Soit donc A^i la première de ces classes qui se répète et A^m la première classe identique avec A^i. On a $A^{m-i}A^i = A^i$, et l'on en conclut que la classe A^{m-i} est identique avec la classe principale, puisque en la composant avec A^i on obtient la classe A^i elle même (II). La classe $A^{m-i+1} = A^{m-i}$ A est donc identique avec la classe A (I); de sorte que l'on a $i = 1$. Les classes A, A^2, A^3,... A^{m-1} sont toutes distinctes et elles se reproduisent indéfiniment dans le même ordre; on a $A^m = A$, $A^{m+1} = A^2$, etc. C'est pourquoi l'ensemble de ces classes s'appelle la période de la classe A. Le nombre $m - 1 = \lambda$ des classes distinctes renfermées dans une période s'appelle le degré de cette période. Ce nombre jouit d'une propriété remarquable exprimée par le théorème suivant:

VI. Le degré λ de la période d'une elasse proprement primitive est un diviseur du nombre des classes renfermées dans l'ordre proprement primitif.

Désignons par (A) la periode

$$(A). \qquad A, A^2, A^3, \dots A^\lambda = 1,$$

qui a pour base la classe A et pour degré λ. Soient B et B' deux classes proprement primitives, non renfermées dans (A), et composons-les successivement avec toutes les classes de (A); nous obtiendrons denx suites

$$\text{I.} \qquad BA, BA^2, \dots BA^{\lambda-1}, B,$$

$$\text{II.} \qquad B'A, B'A^2, \dots B'A^{\lambda-1}. B',$$

renfermant chacune λ classes distinctes. Chacune de ces suites se reproduit par la composition de l'un quelconque de ses termes avec les classes de A; ainsi en composant A^iB avec A^l on obtient pour résultante $A^{l+i}B = A^{i'}B$, le nombre i' désignant la plus petite solution positive de la congruence $i' \equiv l + i$ (mod. λ); cette résultante fait donc partie de la suite I. On conclut de là que deux suites, telles que les suites considérées I et II, ne peuvent avoir aucun terme commun sans coïncider.

Si toutes les classes de l'ordre proprement primitif ne sont pas renfermées dans la période (A), on pourra distribuer les autres classes en différentes suites, telles que I et II; puisque deux de ces suites ne peuvent présenter aucune classe commune sans se confondre, il est évident que le nombre total des classes est un multiple de λ.

Ce théorème peut être précisé davantage:

VII. Si la période (A) a pour base une classe du genre principal, son degré λ est diviseur du nombre des classes du genre principal; si la base appartient à un autre genre, son degré est diviseur du double du nombre des classes renfermées dans le genre principal.

Si la base de la période appartient au genre principal et que toutes les classes de ce genre ne soient pas comprises dans la période, on pourra les distribuer en différentes suites telles que I ou II, comme dans le cas précédent, mais en se bornant aux classes du genre principale; le nombre des classes de ce genre est donc un multiple de λ.

Si la base de la période appartient à un genre G différent du genre principal, toutes les classes d'exposant pair appartiennent au genre principal, et les classes d'exposant impair, au genre G. De plus, puisque la classe A^λ doit être identique avec la classe principale, le nombre λ est pair. On peut donc partager la période A en deux suites

$$A^2,\ A^4, \dots\ A^{\lambda-2},\ A^\lambda = 1,$$

$$A,\ A^3, \dots\ A^{\lambda-3},\ A^{\lambda-1},$$

dont la première est une période régulière, ayant pour base A^2 et pour degré $\frac{1}{2}\lambda$. Puisque toutes les classes de cette période appartiennent au genre principal, son degré $\frac{1}{2}\lambda$ est un diviseur du nombre des classes du genre principal, et par conséquent λ est diviseur du double de ce nombre.

39. Si l'on représente la classe A par une forme $\left(a, b, \dfrac{b^2-D}{a}\right)$, où le premier élément a est un nombre impair premier avec D, la classe A^2 est représentée par une fôrme $\left(a^2, b_2\, \dfrac{b_2^2-D}{a^2}\right)$ dont le second élément vérifie la congruence $b_2 \equiv b$ (mod. a); car si l'on fait $a' = a$, $b' = b$ dans les formules II (n° 23) et qu'on observe que les deux nombres a et $2b$ sont premiers entre eux, on a $p = 1$, et les coefficients da la forme composée doivent vérifier les équations $A = a^2$, $B = b_2 = b - ap'$. La classe composée est

donc représentée par une forme $\left(a^2, b_2, \frac{b_2^2 - D}{a^2}\right)$, dont le second coefficient b_2 vérifie le congruence $b_2 \equiv b$ (mod. a).

Plus généralement la classe A^i est représentée par une forme $\left(a^i, b_i, \frac{b_i^2 - D}{a^i}\right)$, dont le second coefficient vérifie la congruence $b_i \equiv b$ (mod. a). Nous le démontrerons de proche en proche, en prouvant que la classe composée de A^i et de A est représentée par une forme $\left(a^{i+1}, b_{i+1}\, \frac{b^2_{i+1} - D}{a^{i+1}}\right)$, si la classe A^i est représentée par la forme énoncée.

Faisons à cet effet $a' = a^i$, $b' = b_i$ dans les formules II (n° 23). Le plus grand commun diviseur p des trois nombres a, a^i, $b + b_i$ est encore 1; car, puisque nous supposons $b_i \equiv b$ (mod. a), si l'on avait en même temps $b_i + b \equiv 0$ (mod. p), p désignant un diviseur de a, on conclurait que $2b \equiv 0$ (mod p), ce qui est impossible $2b$ et a étant premiers entre eux. On a donc $A = a^{i+1}$, et le nombre $B = b_{i+1}$ doit vérifier, entre autres équations, la formule $B = b - ap'$, d'où l'on conclut $b_{i+1} \equiv b$ (mod a). Si donc notre assertion est vérifiée pour la classe A^i elle l'est aussi pour A^{i+1}. Or nous l'avons démontrée pour A^2; elle est donc vraie pour A^3, A^4, etc... et généralement pour une valeur quelconque de i. Donc

VIII. Si l'on représente par a un nombre premier avec 2D et représenté par la classe A, la période (A) peut être représentée par les formes

$$\left(a, b, \frac{b^2-D}{a}\right), \left(a^2, b_2, \frac{b_2^2-D}{a^2}\right), \left(a^3, b_3, \frac{b_3^2-D}{a^3}\right), \ldots \left(a^\lambda, b_\lambda, \frac{b^2_\lambda-D}{a^\lambda}\right),$$

dont les seconds coefficients vérifient les congruences $b_\lambda \equiv \ldots \equiv b_2 \equiv b$ (mod. a).

40. Nous ajouterons à ce théorème deux remarques qui nous seront utiles dans la suite. 1.° Si l'on continue la suite précédente en composant toujours le dernier terme obtenu avec la forme $\left(a, b, \frac{b^2-D}{a}\right)$, on obtiendra de nouvelles formes respectivement équivalentes aux précédentes; on trouvera entre autres les formes $(a_{m\lambda}, b_{2\lambda}, c_{2\lambda}), \ldots (a_{\lambda 2}, b_{m\lambda}, c_{m\lambda})$, toutes équivalentes à la forme principale et remplissant la condition $b_{m\lambda} \equiv b$ (mod. a).

2.° Si B vérifie les deux congruences $B^2 - D \equiv 0$ (mod. a^i), $B \equiv b$ (mod. a), les deux formes $\left(a, b, \frac{b^2-D}{a}\right)$, $\left(a, B, \frac{B^2-D}{a}\right)$ sont équivalentes, comme con-

tiguës à une même forme intermédiaire $\left(\frac{b^2-D}{a}, -b, a\right)$. Si donc nous posons $B^2-D=a^ic$, la période de la classe A. sera représentée par les λ premiers termes de la suite.

$$(a, B, a^{i-1}c),\ (a^2, B, a^{i-2}c), \ldots\ (a^\lambda, B, a^{i-\lambda}c), \ldots$$

dont chaque terme se déduit de la forme précédente en la composant avec la première forme $(a, B, a^{i-1}c)$. Nous supposons i $>=\lambda$ d'ailleurs ce nombre i peut être supposé aussi grand qu'on le veut. Pour justifier notre assertion il suffit de montrer que la forme $(a^e, B, a^{i-e}c)$ est composée des deux formes $(a^{e-1}, B, a^{i-e+1}c)$ et $(a, B, a^{i-1}c)$, l'exposant e étant compris entre 1 et i. Or c'est ce qui résulte immédiatement des formules II, (n° 23). Comme a et 2B sont premiers entre eux, $p=1$ et en désignant par A, B' les deux premiers éléments de la forme composée, on a

$$q'=a^{e-1},\ q''=a,\ q'''=2B,\ A=a^e,\ B'=B,\ p'=p''=0,\ p'''=-a^{i-e}c.$$

On obtient ainsi la substitution

$$X=x^2-a^{i-e}cy^2,\ \ Y=(a^{e-1}+a)\,xy+2By^2,$$

qui rend la forme $a^eX^2+2BXY+a^{i-e}cY^2$ identique avec le produit

$$(a^{e-1}x^2+2Bxy+a^{i-e+1}cy^2)\,(ax^2+2Bxy+a^{i-1}cy^2),$$

comme il est aisé de le vérifier

§. VI *Formes quadratiques particulières à certaines puissances des nombres entiers.*

41. Les théorèmes que nous venons d'établir fournissent la solution d'un problème général, qui comprend comme cas particulier un problème dont Cauchy s'est occupé dans un Mémoire sur la théorie des nombres qui fait partie du tome XVII des Mémoires de l'Académie des Sciences. Dans ce Mémoire Cauchy arrive à ce résultat que, si l'on désigne par n un nombre premier ou un nombre composé, sans diviseur carré, et par p un nombre premier $n\varpi+1$, une puissance de p, dont l'exposant ne dépend que de n, peut être représentée par la forme principale $(1, o, n)$. L'expression par laquelle Cauchy a déterminé cet exposant coïncide avec celle que Dirichlet a donnée pour représenter le nombre des classes proprement primitives de déterminant $-n$, de sorte que le résultat obtenu par l' illustre géomètre peut s'exprimer par le théorème suivant:

Si n *est un nombre sans diviseur carré et* p *un nombre premier de la forme* nϖ+1, *la puissance de* p *dont l'exposant est égal au nombre des classes proprement primitives de déterminant* −n, *peut être représentée par la forme principale* (1, o, n).

Cette propriété est-elle particulière aux nombres premiers $n\varpi+1$? L'exposant assigné par le théorème de Cauchy est-il le plus petit possibile ? à priori, il y a lieu de douter; car la question actuelle appartient à la théorie des formes quadratiques, tandis que la solution obtenue par Cauchy se déduit accidentellement des fonctions qni servent à résoudre l'équation binôme. Nous sommes donc amenés à nous proposer ce problème général: 1.° Trouver toutes les valeurs de l'exposant m qui rendent toujours possible, en nombres entiers et premiers entre eux, l'équation

$$a^m = x^2 - \mathrm{D}y^2,$$

où D représente un déterminant non carré, et a, un diviseur impair quelconque de la formule $t^2 - \mathrm{D}$. 2.° Le nombre a étant un diviseur impair donné de la formule $t^2-\mathrm{D}$, déterminer les exposants des puissances de a que l'on peut représenter proprement par la forme principale $x^2 - \mathrm{D}y^2$.

42. Nous obtenons une première solution partielle de la première question, en combinant les théorèmes VI et VIII du §. précédent avec le théorème I. du n.° 33. Il résulte en effet du théorème VIII que, si l'on désigne par A la classe représentée par la forme $\left(a, b, \frac{b^2-\mathrm{D}}{a}\right)$, et par λ le degré de la période de A, les classes A^λ, $\mathrm{A}^{2\lambda}$,.... $\mathrm{A}^{n\lambda}$ toutes identiques avec la classe principale, peuvent être représentées par des formes dont les premiers éléments sont respectivement a^λ, $a^{2\lambda}$, ... $a^{n\lambda}$. Or ces formes représentent proprement les puissances $a^\lambda, a^{2\lambda}, \ldots a^{n\lambda}$, savoir en attribuant aux indéterminées les valeurs $x=1, y=0$, évidemment premières entre elles. Puisqu'elles sont toutes équivalentes à la forme principale (1, o, −D) on conclut du theorème I. (n.° 33) que la forme principale représente aussi proprement ces diverses puissances de a. Ainsi

I. *Si l'on désigne par* λ *le degré de la période d'une classe* A *par laquelle le nombre* a *est représenté proprement, toutes les puissances de* a *dont les exposants sont des multiples de* λ *sont représentées par la forme principale* (1, o, D).

Or il résulte du théorème VI (n° 38) que le nombre des classes proprement primitives de déterminant D est toujours un multiple de λ. Nous pou-

vons donc énoncer le theorème suivant, qui comprend comme cas particulier le résultat ci-dessus indiqué du Mémoire de Cauchy:

II. *Si l'on désigne par* a *un diviseur impair de la formule* t^2-D, *la puissance de* a *dont l'exposant est égal au nombre* h *des classes proprement primitives de déterminant* D, *ou à un multiple de ce nombre, peut toujours être représentée par la forme principale.* $(1, 0, -D)$.

Qnand le déterminant D n'est pas un nombre premier, ce théorème ne fait pas connaître toutes les solutions de la question proposée. Soit en effet τ le nombre des genres de l'ordre proprement primitif de déterminant D et H le nombre des classes du genre principal; le nombre des classes proprement primitives est égal á τH. D'ailleurs on conclut du théorème VII (n° 38) que le théorème précédent subsiste lorsqu'on remplace h par $2H$. Comme le nombre τ est au moins égal à 2^{i-1}, i désiguant le nombre des facteurs premiers, impairs et inégaux de D, on voit aisément combien la solution se trouve modifiée par la substitution de $2H$ à τH. On obtient donc une solution plus complète de notre problème au moyen du theorème suivant:

III. *Si l'on désigne par* a *un diviseur impair quelconque de la formule* t^2-D, *toute puissance de* a; *dont l'exposant est divisible par le double du nombre* H *des classes comprises dans le genre principal, peut être représentée proprement par la forme principale; de plus si le diviseur* a *appartient au genre principal, toute puissance de* a *dont l'exposant est divisible par* H *est aussi représentée par la forme principale.*

43. Ce theorème donne une solution complète de la première question, quand le déterminant est régulier, c'est-à-dire quand toutes les classes du genre principal peuvent être comprises dans une seule période. Alors en effet il existe des diviseurs impairs de la formule t^2-D, pour lesquels l'équation $a^m = x^2 - Dy^2$ est impossible si l'exposant m ne vérifie pas l'une des conditions énoncées. D'abord si D est premier et qu'il ny ait qu'un seul genre de classes proprement primitives de déterminant D, un nombre premier représenté par la base de la période qui renferme toutes les classes, jouit nécessairement de cette propriété que les seules puissances de ce nombre qui puissent être représentées par la forme principale, sont celles dont les exposants sont des multiples de $h = H$. Si le déterminant D comporte plusieurs genres, il existe au moins une période renfermant 2H classes. Un nombre premier représenté par la base de cette période est tel que les

seules puissances de ce nombre qu'on puisse représenter par la forme principale, sont celles dont les exposants sont divisibles par 2H.

Si le déterminant est irrégulier, c'est-à-dire s' il n'existe pas de période renfermant toutes les classes du genre principal, notre première question se trouve résolue par le théorème suivant :

IV. *Soit* λ *le degré de la plus grande période qui ait pour base une classe du genre principal. Ce degré étant diviseur de* H (n° 38, VII), *posons* $H = i\lambda$; *le nombre* i *est ce qu'on appelle l'exposant d' irrégularité pour le déterminant* D. *Désignons toujours par* a *un diviseur impair quelconque de la formule* $t^2 - D$. *Toute puissance de* a *dont l'exposant est divisible par* 2λ , *ou même simplement par* λ, *s'il n' existe qu' un seul genre de classes proprement primitives, ou que le diviseur* a *soit du genre principal, peut être représentée proprement par la forme principale.*

En effet, si le nombre a appartient au genre principal, ce qui a lieu nécessairement lorsqu'il n'existe qu'un seul genre, le degré de la période dont la base est une classe A représentant le nombre a est nécessairement diviseur de λ (Gauss. D. A. art. 306, 7°); si le diviseur a est d'un genre différent du genre principal, son carré a^2 appartient au genre principal et se trouve représenté par une classe dont la période a pour degré un diviseur de λ. Dans le premier cas toutes les puissances de a dont les exposants sont divisibles par λ sont représentées proprement par la forme (1, 0, D). Dans le second cas les puissances de a^2 dont les exposants sont multiples de λ, ou, ce qui revient au même, les puissances de a dont les exposants sont multiples de 2λ sont représentées psoprement par la forme (1, 0, – D). On peut ajouter que l'exposant λ est le plus petit qui rende toujours possible l'équation

$$a^\lambda = x^2 - Dy^2,$$

lorsque le diviseur a n'est caractérisé que par la double condition d'être impair et d'appartenir au genre principal.

44. Prenons par exemple D = –163. Ce déterminant n'offre que trois classes représentées respectivement par les trois formes réduites

$$(1, 0, 163), (4, 1, 41), (4, -1, 41).$$

Si l'on désigne par a un diviseur impair quelconque de la formule $t^2 + 163$, on peut toujours résoudre en nombres entiers et premiers entre eux l'équation

$$a^3 = x^2 + 163y^2.$$

Nous choisissons à dessein cet exemple afin de corriger une inadvertance qui s'est glissée dans le Mémoire cité de Cauchy (Memoires de l'Ac. des Sc., t. XVII, p. 267).

On y lit que, pour résoudre en nombres entiers l'équation

$$4\,p^{\mu} = x^2 + 163y^2,$$

où p désigne un nombre premier $163\varpi+1$, il faut que μ soit égal à 5. Cette valeur est calculée en supposant que 2 est résidu quadratique de 163, ce qui n'est pas. Il faut prendre $s^2 = -2$, et en effectuant les calculs on trouve $\mu = 1$. Effectivement si p est représenté par la forme principale, on a

$$4p = (2x)^2 + 163\,(2y)^2\,;$$

si p est représenté par les deux autres formes $(4, \pm 1, 41)$, on a

$$4p = (4x \pm y)^2 + 163\,y^2 = u^2 + 163\,v^2.$$

On peut vérifier aussi que le cube de p est alors représenté par la forme principale.

On déduit en effet de la dernière équation

$$p^3 = \left(u.\frac{u^2 - 489v^2}{8}\right)^2 + 163\left(v.\frac{3u^2 - 163v^2}{8}\right)^2.$$

Cette propriété n'est pas particulière aux nombres premiers de la forme $163\varpi+1$; on peut en effet énoncer ce théorème plus général:

V. Si p désigne un nombre premier qui, divisé par 163, donne pour reste l'un des résidus quadratiques de 163, tels que 1, 4, 6, 9, 10, 14, 16, 21, 22, 24, 25, 26, etc., le cube du nombre p peut toujours se mettre sous la forme $x^2 + 163y^2$, x et y désignant deux nombres premiers entre eux.

45. Pour donner un exemple de déterminant irrégulier, nous prendrons $D = -307$. On trouve pour ce déterminant 9 classes représentées respectivement par les 9 formes réduites $(1, 0, 307)$, $(4, \pm 1, 77)$, $(7, \pm 1, 44)$, $(11, \pm 1, 8)$, $(17, \pm 4, 19)$. L'exposant d'irrégularité pour le déterminant -307 est 3, de sorte que le degré λ de la période principale est 3. On déduit du théorème IV que:

VI. Le cube d'un diviseur impair quelconque de la formule $t^2 + 307$ peut être représenté proprement par la forme principale $(1, 0, 307)$.

Comme un nombre premier qui présente l'une des formes linéaires des

diviseurs de la formule $t^2 - D$ est nécessairement diviseur, notre théorème peut s'énoncer de la manière suivante:

VII. Si p désigne un nombre premier qui, divisé par 307, donne pour reste l'un des résidus quadratiques de 307, savoir 1, 4, 6, 7, 9, 10, 11, 15, 16, etc., on peut toujours résoudre l'équation

$$p^3 = x^2 + 307 y^2,$$

en nombres entiers et premiers entre eux.

Ainsi on a

$$(7)^3 = (4)^2 + 307 \,.\, 1^2, \ (11)^3 = (32)^2 + 307 .\ 1^2,$$

$$(17)^3 = 1^2 + 307 .\ (4)^2, \ (79)^3 = (342)^2 + 307\ (35)^2.$$

Les tables de classification pour les déterminants négatifs que l'on trouve dans le second volume des œuvres de Gauss, donnent immédiatement une infinité de théorèmes analogues aux théorèmes V, VI et VII. Nous nous contenterons de donner quelques exemples:

Tout nombre premier de l'une des deux formes $20x + 1$, $29x + 19$ peut être mis sous la forme $x^2 + 5y^2$.

Si p est un nombre premier de l'une des formes $20x + 3$, $20x + 7$, son carré p^2 est représenté proprement par la forme $(1, 0, 5)$.

Si p est un nombre premier qui, divisé par 52, donne l'un des restes 1, 9, 17, 25, 29, 49, on peut le mettre sous la forme $x^2 + 13y^2$.

Si p est un nombre premier qui, divisé par 52, donne l'un des restes 7, 11, 15, 19, 31, 47, son carré p^2 est représenté proprement par la forme $(1, 0, 13)$.

Si p est un nombre premier de l'une des deux formes $30l + 1$, $30l + 19$, on peut toujours le mettre sous la forme $(1, 0, 15)$.

Si l'on désigne par n l'un quelconque des nombres 6, 8, 9, 10, 12, 16, 18, 21, 22, 24, 25, 30, 33, 37, 40, 45, 48, 57, 58, 60, 70, 72, 78, 85, 88, 93, etc. et par p un nombre premier diviseur de la formule $t^2 + n$, pour chaque valeur du nombre n, on obtiendra deux théorèmes semblables à ceux que nous venons d'énoncer pour les valeurs 5, 13 et 15 de n, en vertu desquels le nombre p ou son carré p^2 est représenté par la forme $x^2 + ny^2$, suivant que p appartient, oui ou non, au geure principal.

Si l'on désigne par n l'un des nombres 11, 19, 23, 27, 31, 43, 67, 163, et par p un diviseur impair de la formule $t^2 + n$, l'équation

$$p^3 = x^2 + ny^2$$

peut être vérifiée en nombres entiers et premiers entre eux.

Si l'on désigne par n l'un des nombres 26, 29, 35, 38, 44, 50, 51, 53, 54, 61, 75, 76, 81, 87, 91, 92, 99, 106, 108, 109, 110, 115, 118, 121, 123, 124, 129, etc., le determinant $-n$ ne présente que 3 classes dans le genre principal. On conclut du théorème III que si p désigne un nombre premier diviseur de la formule t^2+n, le cube de p, si p appartient au genre principal, ou la sixième puissance de p, dans le cas contraire, peut se mettre sous la forme x^2+ny^2, x et y désignant deux nombres entiers et premiers entre eux.

Ainsi pour $n=26$ on a ces deux théorèmes:

Si p désigne un nombre premier compris dans l'une des formes linéaires $104\,x+1$, 3, 9, 17, 25, 27, 35, 43, 49, 51, 75, 81, on peut toujours résoudre en nombres entiers et premiers entre eux l'équation $p^3=x^2+26y^2$.

Si p désigne un nombre premier compris dans l'une des formes linéaires $104x+5$, 7, 15, 21, 31, 37, 45, 47, 71, 85, 93, la sixième puissance de p peut être représentée proprement par la forme x^2+26y^2.

De même pour $n=29$ on obtient les deux théorèmes suivants:

Si n designe un nombre premier de l'une des formes $116x+1$, 5, 9, 13, 25, 33, 45, 49, 53, 57, 65, 81, 93, 109, le cube de p peut être mis sous la forme x^2+29y^2.

Si p désigne un nombre premier de l'une des formes $116x+3$, 11, 15, 19, 27, 21, 39, 43, 47, 55, 75, 79, 95, 99, la sixième puissance de p est représentée proprement par la forme principale (1, 0, 29).

46. Sans nous arrêter davantage à ces applications faciles, nous allons nous occuper de la seconde partie de notre problème général (n° 41), savoir, étant donné un diviseur impair a de la formule $t^2-\mathrm{D}$, déterminer les exposants des puissances de a que l'on peut représenter proprement par la forme principale $x^2-\mathrm{D}y^2$.

Pour cela il faut déterminer les différentes classes de formes quadratiques de déterminant D, par lesquelles le nombre a peut être représenté. C'est là un problème élémentaire de la théorie des formes quadratiques; on y parvient en cherchant d'abord les différentes racines, comprises entre 0 et a de la congruence $x^2-\mathrm{D}\equiv 0 \pmod{a}$; puis, désignant par b l'une de ces racines, on cherche à quelle classe appartient la forme $\left(a, b, \frac{b^2-\mathrm{D}}{a}\right)$, en la ramenant à une forme réduite équivalente. Si les classes du genre principal sont renfermées dans une même période, les exposants des puissances de a qui sont réprésentées proprement par la forme principale et dont les réprésentations appartiennent à la racine b de la congruence $x^2-\mathrm{D}\equiv 0$

(mod. a), se déterminent de l'une des deux manières suivantes, selon que le nombre a appartient, ou non, au genre principal. Si a appartient au genre principal, la forme $\left(a, b, \frac{b^2 - D}{a}\right)$ appartient à une classe A' de la période principale; soit λ le degré de cette période, et e le plus grand diviseur commun de l et de λ; le quotient $\lambda : e = \mu$ est le degré de la période qui aurait pour base la classe A'. En prenant au lieu de b celle des racines de la congruence $x^2 - D \equiv 0$ (mod a^i), qui est équivalente à b suivant le module a, et supposant i suffisamment grand, on peut répresenter la période de A' par les μ premiers termes de la suite de formes (n° 40, 2°)

$$\text{I} \quad \left(a, B, \frac{B^2 - D}{a}\right), \left(a^2, B, \frac{B^2 - D}{a^2}\right), \ldots \left(a^\mu, B, \frac{B^2 - D}{a^2}\right), \ldots\ldots \left(a^i, B, \frac{B^2 - D}{a^i}\right).$$

Or, dans cette suite, les seules formes qui appartiennent à la classe principale sont celles dans lesquelles l'exposant de a est divisible par le degré μ de la période de A'. Nous déduisons de là cette double conclusion: d'abord toutes les puissances de a dont les exposants sont égaux à μ ou à des multiples de μ, sont représentées par la forme principale, de telle sorte que leurs représentations appartiennent toutes à la même valeur b de l'expression $\sqrt{D}$ (mod. a); ensuite ces puissances sont les seules qui puissent être représentées par la forme principale, au moyen d'une représentation qui appartienne à la valeur b de l'expression $\sqrt{D}$ (mod. a). En effet, quel que soit l'exposant donné n, on peut supposer $i > n$, de sorte que l'on trouve dans la suite I une forme $\left(a^n, B, \frac{B^2 - D}{a^n}\right)$ par laquelle la puissance a^n se trouve représentée, au moyen d'une représentation propre $x = 1$, $y = 0$, qui appartient à la racine $B \equiv b$ de la congruence $x^2 - D \equiv 0$ (mod. a). Soit $\left(a^n, N, \frac{N^2 - D}{a^n}\right)$ la forme par laquelle on peut représenter toute classe de déterminant D par laquelle le nombre a^n peut être représenté proprement. Si la valeur N de l'expression $\sqrt{D}$ (mod. a), à laquelle appartient cette représentation satisfait à la condition $N \equiv B$ (mod a), on a aussi $N \equiv B$ (mod. a^n). Car des deux congruences

$$B^2 - D \equiv 0, \quad N^2 - D \equiv 0 \ (\text{mod. } a^n),$$

on déduit

$$B^2 - N^2 = (B + N)\ (B - N) \equiv 0 \ (\text{mod. } a^2).$$

Or on a par hypothèse $B - N \equiv 0 \pmod{a}$; d'ailleurs $2B$ et $2N$ sont premiers avec a, de sorte que l'on ne peut pas supposer que $B + N$ ait un diviseur commun avec a; on a donc nécessairement $B \equiv N \pmod{a^n}$; les formes $\left(a^n, B, \frac{B^2 - D}{a^n}\right)$, $\left(a^n, N, \frac{N^2 - D}{a^n}\right)$ sont donc équivalentes. Ainsi il n'existe qu' une seule classe de déterminant D qui puisse représenter la puissance a^n par une représentation appartenant à la racine b de la congruence $x^2 - D \equiv 0 \pmod{a}$, et cette classe est représentée par la forme $\left(a^n, B, \frac{B^2 - D}{a^n}\right)$ dans la suite (I). La puissance a^n ne peut donc être représentée proprement par la forme $(1, 0, -D)$, au moyen d'une représentation qui appartient à la racine b de la congruence $x^2 - D \equiv 0 \pmod{a}$, qu'autant que son exposant est divisible par μ. Quand aux puissances a^{μ}, $a^{2\mu}, \ldots a^{n\mu}$, elles sont représentées par des formes de la suite I, toutes équivalentes à la forme principale, et ces représentations appartiennent à la racine b de la congruence $x^2 - D \equiv 0 \pmod{a}$; on conclut de là et du théorème I du n.° 33 quelles sont aussi représentées proprement par la forme principale et que ces représentations appartiennent à la même racine b de la congruence $u^2 - D \equiv 0 \pmod{a}$.

De la même manière chacune des autres racines de la congruence $x^2 - D \equiv 0 \pmod{a}$ peut donner une série de puissances de a représentées par la forme principale. Mais pour trouver toutes ces puissances il suffit d'examiner celles des racines de la congruence $x^2 - D \equiv 0 \pmod{a}$ qui sont comprises entre 0 et $\frac{1}{2}a$. Car si l'on veut obtenir les puissances de a dont les représentations par la forme principale appartiennent à la racine $-b$, égale et de signe contraire à la racine b considérée plus haut, on formera au moyen de la forme $\left(a, -B, \frac{B^2 - D}{a}\right)$ une suite qui ne differe de la suite I que par le changement du signe de B. La classe représentée par cette forme étant opposée à celle qui correspond à la forme $\left(a, B, \frac{B^2 - D}{a}\right)$, donne lieu à une période de degré μ, composée des mêmes classes prises dans un ordre inverse. La considération de cette racine $-b$ ne donne donc rien de nouveau.

Si le nombre a n'appartenait pas au genre principal, on déterminerait par la duplication de la forme $\left(a, b, \frac{b^2 - D}{a}\right)$ une forme du genre principal

qui représenterait son carré a^2, et l'on procèderait avec cette forme comme nous venons de le faire. On arriverait ainsi à cette conclusion, que toutes les puissances de a dont les représentations par la forme principale correspondent à une même racine de la congruence $x^2 - D \equiv 0 \pmod{a}$, sont celles dont les exposants sont divisibles par le nombre μ qui exprime le degré de la période ayant pour base la classe représentée par la forme $\left(a, b, \frac{b^2 - D}{a}\right)$. Du reste quand on a trouvé dans la période principale le terme A' qui représente la classe à laquelle appartient celle des représentations de a^2 qui correspond à la valeur b de l'expression $\sqrt{D} \pmod{a}$, on obtient le nombre μ en divisant 2λ par le plus grand diviseur commun des deux nombres l et λ.

Si le déterminant D était irrégulier, on arriverait encore à connaître le nombre μ en formant la période de la classe représentée par la forme $\left(a, b, \frac{b^2 - D}{a}\right)$. Ainsi on peut trouver dans tous les cas toutes les puissances de a que l'on peut représenter proprement par la forme principale; elles sont déterminées par le théorème suivant:

VIII. *Soient* A, A', A'', . . . *les classes de déterminant* D *par lesquelles on peut représenter proprement un diviseur impair donné de la formule* $t^2 - D$; *soient* μ, μ', μ'', . . . *les degrés des périodes formées avec les classes* A, A', A'', . . . *comme bases respectives*; *toutes les puissances de* a *dont les exposants sont divisibles par quelqu'un des nombres* μ, μ', μ'', . . . *peuvent être représentées proprement par la forme principale, et ces puissances sont les seules qui jouissent de cette propriété.*

47. L'analyse par laquelle nous avons obtenu le dernier théorème conduit à une conclusion importante. Supposons d'abord que le nombra a, diviseur de la formule $t^2 - D$, appartienne au genre, principal. Soient $b, -b, b', -b'$, . . . $b^{(m-1)}, -b^{(m-1)}$, les $2m$ racines de la congruence $x^2 \equiv D \pmod{a}$. Les puissances de a dont les représentations par la forme principale $(1, 0, -D)$ appartiennent à l'une ou à l'autre des deux racines opposées b et $-b$ de la congruence $x^2 \equiv D \pmod{a}$, sont celles dont les exposants sont divisibles par le degré μ de la période formée avec la classe représentée par la forme $\left(a, b, \frac{b^2 - D}{a}\right)$. De plus parmi les formes de la suite I qui appartiennent à la classe principale se trouve nécessairement la forme $\left(a^\lambda, B\ \frac{B^2 - D}{a^\lambda}\right)$

dont le second élément vérifie la condition $B \equiv b$ (mod a); et cela est vrai, que le déterminant soit régulier ou non, pourvu que λ désigne le degré de la plus grande période que l'on puisse former en prenant pour base une classe du genre principal. Comme b désigne l'une quelconque des racines de la congruence $x^2 \equiv D$ (mod. a), si l'on désigne par $B', B'', \ldots B^{(m-1)}$ celles des racines de la congruence $x^2 \equiv D$ (mod. a^λ) qui vérifient les conditions $B' \equiv b', B'' \equiv b'', \ldots B^{(m-1)} \equiv b^{(m-1)}$ (mod. a), les formes

$$\left(a^\lambda, B', \frac{B'^2 - D}{a^\lambda}\right), \left(a^\lambda, B'', \frac{B''^2 - D}{a^\lambda}\right), \ldots \left(a^\lambda, B^{(m-1)}, \frac{B^{(m-1)2} - D}{a^\lambda}\right)$$

sont toutes équivalentes à la classe principale. Il en est donc de même des formes opposées que l'on déduit des précédentes en changeant B de signe.

Or si l'on veut trouver toutes les classes de formes quadratiques de déterminant D qui représentent proprement le nombre a^λ, on doit chercher les différentes racines de la congruence $x^2 \equiv D$ (mod. a^λ), lesquelles ne sont autres que les $2m$ racines que nous venons de désigner par $B, -B, B', -B', \ldots B^{(m-1)}, -B^{(m-1)}$. Puis, posant pour abréger

$$P_i = \frac{B^{i2} - D}{a^\lambda};$$

on obtient les formes

$$(a^\lambda, \pm B, P), (a^\lambda, \pm B', P_1), (a^\lambda \pm B', P_2), \ldots (a^\lambda, \pm B^{(m-1)}, P_{m-1}),$$

qui représentent toutes les classes de formes quadratiques de déterminant D, par lesquelles on peut représenter proprement le nombre a^λ. Comme toutes les formes ainsi obtenues appartiennent à la classe principale, on conclut que le nombre a^λ ne peut être représenté proprement que par les formes de la classe principale.

Si le nombre a est un diviseur impair quelconque de la formule $t^2 - D$, non compris dans le genre principal, on appliquera ce qui précède au carré a^2, et l'on conclura que la puissance $a^{2\lambda}$ de a ne peut être représentée par aucune forme quadratique de déterminant D, qui ne soit équivalente à la forme principale. Donc

IX. *Si l'on désigne par* a *un diviseur impair de la formule* $t^2 - D$, *et par* λ *le degré de la plus grande période du genre principal, la classe principale représentée par la forme* (1, 0, − D) *est la seule pour le déterminant* D, *qui puisse représenter proprement les puissances de* a *dont les*

exposants sont divisibles par 2λ, *ou même simplement par* λ, *si le nombre* a *est du genre principal.*

48. Ce théorème permet d'obtenir aisément un grand nombre de résultats, auxquels on parviendrait difficilement sans son secours. Je me contenterai pour le moment d'en énoncer quelques uns.

1° On ne peut obtenir aucun cube en ajoutant au double d'un nombre triangulaire l'un des nombres 3, 5, 7, 11, 17, 41, 61, 77, 85, 115.

2° On ne peut obtenir aucun cube en ajoutant l'un des nombres 5, 7, 9, 13, 19, 43, 63, 79, 87, 117 au produit obtenu en multipliant par 18 un nombre triangulaire.

3° Si, après avoir multiplié par 50 les nombres triangulaires, on ajoute à chaque produit l'un des nombres 9, 11, 13, 17, 23, 47, 67, 83, 91, 121, aucune des sommes obtenues n'est un cube.

4° Aucun cube n'est égal à la somme obtenue en ajoutant l'un des nombres 15, 17, 19, 23, 29, 53, 73, 89, 97, 127 au produit d'un nombre triangulaire multiplié par 98.

5° Si l'on multiplie par 162 les nombres triangulaires et qu'à chaque produit on ajoute successivement les nombres 23, 25, 31, 37, 61, 81, 97, 105, 135, aucune des sommes obtenues n'est un cube.

6° Si au triple d'un carré augmenté ou diminué du double de sa racine on ajoute le nombre 4, le résultat n'est jamais un cube.

7° On ne peut obtenir aucun cube en ajoutant au nombre 3 un nombre pair plus deux fois le carré de ce nombre.

8° Si l'on désigne par m l'un des nombres premiers 3, 5, 9, 23, 59, 113, etc., obtenus en ajoutant 3 au double d'un nombre triangulaire, l'équation

$$x^2 + 11y^2 = mz^3$$

est impossible en nombres entiers et premiers entre eux.

9° Si m désigne un nombre premier obtenu en ajoutant 5 au double d'un nombre triangulaire, l'équation

$$x^2 + 19y^2 = mz^3$$

est impossible en nombres entiers et premiers entre eux.

10° Si m est un nombre premier obtenu en ajoutant 7 au double d'un nombre triangulaire, l'équation

$$x^2 + 17y^2 = mz^3$$

est impossible en nombres entiers et premiers entre eux.

11° Si m est un nombre premier égal au double d'un nombre triangulaire augmenté de 11, l'équation

$$x^2 + 43y^2 = mz^2$$

est impossible en nombres entiers et premiers entre eux.

Les quatre derniers theorèmes subsistent lorsqu'on remplace m par son carré.

12° Si l'on désigne par p l'un des nombres 67, 163, 243, 307, 459, et par m un nombre premier obtenu en ajoutant $\frac{p+1}{4}$ au double d'un nombre triangulaire, les équations

$$x^2 + py^2 = mz^2,\ x^2 + py^2 = m^2 z^2$$

sont impossibles en nombres entiers et premiers entre eux.

13° Si m est un nombre premier, autre que 3 et inférieur à 300, les deux équations

$$x^2 + 459y^2 = mz^2,\ x^2 + 459y^2 = m^2 z^2$$

sont impossibles en nombres entiers et premiers entre eux.

14° Si p désigne l'un des nombres 3, 5, 7, 11, 17, 41, 61, 77, 85, 115, l'équation

$$4x^2 + 2xy + py^2 = z^2$$

est impossible en nombres entiers et premiers entre eux.

15° Tant que les nombres x et y restent premiers entre eux, aucun cube ne peut être représenté par aucune des formules suivantes:

$$3x^2 + 2xy + 8y^2,\ 5x^2 + 4xy + 7y^2,\ 7x^2 + 2xy + 44y^2,$$

$$11x^2 + 2xy + 28y^2,\ 17x^2 + 8xy + 19y^2,\ 13x^2 + 4xy + 19y^2,$$

$$7x^2 + 6xy + 36y^2,\ 5x^2 + 2xy + 68y^2,\ 7x^2 + 4xy + 49y^2,$$

$$9x^2 + 6xy + 28y^2,\ 17x^2 + 2xy + 20y^2,\ 12x^2 + 6xy + 19y^2,$$

$$13x^2 + 10xy + 28y^2,\ 15x^2 + 12xy + 25y^2,\ 20x^2 + 18xy + 27y^2,$$

$$20x^2 + 2xy + 23y^2,\ 20x^2 + 18xy + 21y^2,\ 9x^2 + 6xy + 52y^2,$$

$$13x^2 + 8xy + 25y^2,\ 19x^2 + 8xy + 25y^2,\ \text{etc.}\ldots$$

49. Outre les travaux déjà cités de Cauchy et de Jacobi sur la représentation de certaines puissances des nombres premiers $n\varpi + 1$ par la forme $x^2 + ny^2$, nous mentionnerons sur ce sujet deux théorèmes dûs, l'un à M. Hermite, l'autre au R. Père Joubert. M. Hermite, en s'occupant d'une théorie plus générale, a obtenu comme cas particulier le théorème suivant, qui se rapporte à notre sujet (Journal de M. Liouville, t. XIV, p. 451) : « p désignant un diviseur de la formule $x^2 + Ay^2$, une puissance convenablement déterminée de p pourra toujours être représentée par cette forme, c'est-à-dire qu'on pourra toujours faire $p^\mu = x^2 + Ay^2$. »

Le R. Père Joubert, dans son savant Mémoire *sur les fonctions elliptiques et sur son application à la théorie des nombres*, est arrivé à un théorème analogue, où il détermine l'exposant μ de la puissance convenable. Désignant par n un nombre premier dont le déterminant $-\Delta$ soit résidu quadratique, le P. Joubert arrive à cette conclusion, que l'on peut toujours résoudre en nombres entiers et premiers entre eux l'équation $n^\mu = s^2 + \Delta T^2$, où μ représente un diviseur du nombre des classes du genre principal pour le déterminant $-$ D, si n appartient au genre principal, ou du double de ce nombre, dans le cas contraire. Ce théorème est compris comme cas particulier dans notre théorème III. Le Père Joubert en deduit une conséquence remarquable dont nous aurons à nous occuper dans le paragraphe suivant.

§. VII. *Sur la classification des formes quadratiques*

50. Le second volume des œuvres complètes de Gauss renferme des tables où l'on trouve les nombres de genres et de classes de formes quadratiques proprement primitives, qui correspondent à un déterminant donné. En considérant ces tables Gauss a observé un fait remarquable : Pour les déterminants négatifs le nombre des classes contenues dans chaque genre finit par croître avec le déterminant, de telle sorte que, après le déterminant 1848, on n'en rencontre plus aucun n'offrant qu'une classe par genre ; de même les déterminants qui présent les mêmes nombres de classes et de genres finissent par cesser tout à fait, et d'autant plus rapidement que le nombre des classes est plus petit. Au contraire, pour les déterminants positifs non carrés, les classifications qui comprennent un petit nombre de classes ne cessent jamais de se produire, alors même qu'elles deviennent plus rares à mesure que les détetminants deviennent plus grands. Dirichlet, dans une note lue à l'Académie des sciences de Berlin et publiée en français dans le Journal de M. Liouville (2ᵉ série, t. I. p. 76), a pleinement justifié l'indu-

ction précédente, en ce qui concerne les déterminants positifs. Mais la question reste indécise pour les déterminants négatifs, quoique les résultats obtenus à ce sujet par le R. P. Joubert, dans le Memoire cité, donnent une très grande probabilité a la conjecture de Gauss.

En désignant par g le nombre des classes du genre principal de déterminant $-\Delta$, le R. P. Joubert déduit du théorème cité les formules

$$n^{2g} = s^2 + \Delta T^2,\ g > \frac{\log \Delta}{2 \log n}$$

dont la seconde montre que, pour les déterminants $-\Delta$ qui sont résidus quadratiques d'un même nombre n, le nombre des classes du genre principal reste supérieur à une limite qui croît comme le logarithme de Δ. En prenant par exemple $n = 3$, on devra considérer les valeurs de Δ comprises dans la formule $3l + 2$, et de la formule $g > \dfrac{\log \Delta}{\log 9}$, on conclut que, parmi les déterminants $-(3l + 2)$, ceux qui surpassent 9 présentent au moins deux classes par genre; ceux qui dépassent 81 en présentent au moins 3, et ainsi de suite. De même si Δ est de l'une des deux formes $5l + 1, 4$, on peut prendre $n = 5$, $g > \dfrac{\log \Delta}{\log 25}$; on en conclut que si Δ est compris dans l'une des deux progressions arithmétiques $5l + 1$, $5l + 4$, le genre principal de déterminant $-\Delta$ présente au moins deux classes aussitôt que Δ surpasse 25.

51. Le nombre 2 lui même donne un théorème semblable pour les déterminants $-(8l + 7)$; le P. Joubert est parvenu à cette conclusion que

$$g \text{ ou } 2g > \frac{\log \Delta}{\log 2} - 2.$$

On l'obtient aussi par des considérations purement arithmétiques, de la manière suivante. Résolvons d'abord la congruence $b^2 + \Delta \equiv 8 \pmod{16}$; on y parvient en prenant $b = 1$, si $\Delta = 16l + 7$, et $b = 3$, si $\Delta = 16l + 15$. On aura de la sorte $b^2 + \Delta = 2^3 c$, c désignant un nombre impair. Cela fait, considérons la suite de formes proprements primitives que l'on obtient par la duplication, la triplication, etc.... de la forme $(2^3, b, c)$. Supposons que l'un des termes de cette suite soit $(2^{3+i}, b_i, c_i)$ et que l'on ait $b_i \equiv b \pmod{2^3}$; je dis que le terme suivant sera $(2^{3+i}, b_{i+1}, c_{i+1})$ et que l'on aura $b_{i+1} \equiv b \pmod{2^3}$. Il résulte en

effet de notre hypothèse, $b_i \equiv b$ (mod. 4), que la somme $b_i + b \equiv 2$ (mod. 4). Le plus grand commun diviseur des trois nombres 2^{2+i}, 2^2, $b_i + b$ est donc $p = 2$. Si donc nous représentons par (A, b_{i+1}, C_{i+1}) la forme composée, obtenue au moyen des formules, II (n° 23), nous déduisons de ces formules, entre autres relations,

$$4A = 2^{2+i}.\ 2^2,\ b_{i+1} = b - 4p''.$$

On a donc $A = 2^{2+i}$. Quant à b_{i+1} nous n'avons pas à déterminer sa valeur, il nous suffit de remarquer qu'il vérifie la congruence $b_{i+1} \equiv b$ (mod. 4). Ainsi, sous la condition $b_i \equiv b$ mod. 4), la forme composée de $(2^{2+i}, b_i, c_i)$ et de $(2^2, b, c)$ est $(2^{2+i}, b_{i+1}, c_{i+1})$, et l'on a $b_{i+1} \equiv b$ (mod. 4).

Ce résultat s'applique au cas où l'on a $i = 1$, $b_1 = b$, $c_1 = c$; on en conclut que la duplication de la forme $(2^3, b, c)$ donne pour résultante une forme $(2^{2+2}, b_2, c_2)$ dont le second élément vérifie la congruence $b_2 \equiv$ (mod. 4). En faisant successivement $i = 2, 3, 4$, etc., on reconnaît que la suite considérée est

$$(2^{2+1}, b, c),\ (2^{2+2}, b_2, c_2), \ldots (2^{2+i}, b_i, c_i).$$

Or, si l'on désigne par A la classe à laquelle appartient la forme $(2^2.\ b, c)$, les classes qui correspondent aux formes suivantes sont $A^2, A^3, \ldots A^i$, respectivement. Si l'on désigne par g le nombre des classes du genre principal et qu'on suppose $i > 2g$, on conclut du théorème VII (n° 38) que la classe A^g ou la classe A^{2g}, suivant que la classe A est ou n'est pas du genre principal, est identique avec la classe principale. Désignant donc par μ l'un de ces deux nombres, nous concluons que la forme $(2^{2+\mu}, b_\mu, c_\mu)$ est équivalente à la forme $(1, 0, \Delta)$. Puis désignant par $\begin{matrix}\alpha, \beta \\ \gamma, \delta\end{matrix}$ une transformation de la dernière en la première, nous obtenons trois relations, dont la première

$$2^{2+\mu} = \alpha^2 + \Delta\gamma^2,$$

démontre le théorème du R. P. Joubert. On en déduit

$$2^{2+\mu} > \Delta\gamma^2,\ \mu > \frac{\log \Delta}{\log 2} - 2,$$

c'est-à-dire

$$g \text{ ou } 2g > \frac{\log \Delta}{\log 2} - 2.$$

Si Δ est > 15 on a $\frac{\log \Delta}{\log 2} \geqq 4$, et l'on déduit de la formule précédente $g > 1$. Ainsi les déterminants -7 et -15 sont les seuls, parmi les determinants $-(8l+7)$, qui ne présentent qu'une seule classe par genre.

52. Ces théorèmes particuliers, qu'il serait facile de multiplier, ne montrent pas la vérité de la conjecture de Gauss, que au delà de -1848 il n'y ait plus de déterminant négatif qui jouisse de la propriété de n'offrir qu'une seule classe par genre. La conjecture du même auteur relativement aux classes de déterminants positifs est susceptible d' une démonstration complète; mais cette démonstration est plutôt indiquée que développée dans la note citée de Dirichlet; car, après avoir démontré que dans la formule $Ds^2 = D.\, p^{2\alpha} p_1^{2\alpha'} p_2^{2\alpha_2} \ldots$ on peut, à partir de certaines valeurs, faire croitre indéfiniment les exposants $\alpha, \alpha_1, \alpha_2, \ldots$ sans faire varier le nombre des classes de déterminant Ds^2, il se contente d'ajouter: « En choisissant convenablement l'entier D et les nombres premiers $p_1, p_2, \ldots$ on peut faire en sorte, et cela d'une infinité de manières, que le nombre invariable des classes coincide pour toute cette série infinie de déterminants avec celui des genres . . . ». Il ne sera pas inutile, sans doute, d'indiquer comment il faut faire ce choix pour arriver au but désiré; c'est pourquoi je vais reprendre cette question.

53. Soit D un déterminant positif et p un nombre premier. Désignons par h, h' les nombres de classes proprement primitives pour les déterminants D et Dp^2; par T, U, et par T', U' les plus petits nombres entiers et potifs qui vérifient respectivement les deux équations

$$T^2 - DU^2 = 1,\ T'^2 - Dp^2 U'^2 = 1.$$

On aura 1° si p est impair

$$h' = ph\left(1 - \left(\frac{D}{p}\right)\frac{1}{p}\right)\ \frac{\log (T + U\sqrt{D})}{\log T' + 2U'\sqrt{D})},$$

2° si $p = 2$,

$$h' = 2h\frac{\log (T + U\sqrt{D})}{\log (T' + 2U'\sqrt{D})},$$

avec cette condition, pour la première formule, que $\left(\frac{D}{p}\right)$ doit se réduire

à zéro quand D est divisible par p. Ces formules, dues à Dirichlet, sont démontrées dans mon Mémoire sur le nombre des classes de formes quadratiques . . . n.° 16 et 17 (Annales sc. de l'Ecole Normale, 1874, p. 182).

Si l'on désigne par λ le plus petit exposant positif et entier qui vérifie l'équation

$$T' + pU' \sqrt{D} = (T + U \sqrt{D})^{\lambda},$$

le rapport $\log (T' + pU' \sqrt{D})$ est égal à $\frac{1}{\lambda}$ et les deux formules précédentes deviennent

$$(1) \qquad h' = \frac{2}{\lambda} h\,, \quad (2) \qquad h' = h \frac{p}{\lambda}\left(1 - \left(\frac{D}{p}\right)\frac{1}{p}\right).$$

Examinons d'abord la première formule. 1° Si $D \equiv 1$ (mod. 4), le nombre U doit être pair de sorte que l'on a $\lambda = 1$, $h' = 2h$; mais en même temps le nombre des genres de déterminants 4D est double de celui qui concerne le déterminant D; le nombre des classes de chaque genre est donc le même pour les deux déterminants.

2° Si $D \equiv 3$ (mod. 4), U peut être pair ou impair; dans le premier cas $\lambda = 1$, $h' = 2h$; dans le second, $\lambda = 2$, $h' = h$. Du reste le nombre des genres est le même pour les deux déterminants D et 4D. Ces deux déterminants offrent donc la même classification quand U est impair; au contraire, si U est pair le déterminant 4D offre un nombre de classes double, distribuées dans le même nombre de genres.

3° Si $D \equiv 2, 4, 6$ (mod. 8), le nombre des genres est doublé quand on multiplie le déterminant par 4. En même temps le nombre des classes est doublé, car U étant nécessairement pair, $\lambda = 1$, $h' = 2h$.

4° Si $D \equiv 0$ (mod. 8), les deux déterminants D et 4D présentent un même nombre de genres; d'ailleurs U peut être pair ou impair; on peut donc avoir comme au second cas, $\lambda = 2$. Donc

Théorème I. *Lorsqu'un déterminant positif* D *est multiplié par* 4, *le nombre des classes de chaque genre demeure invariable*, *si* D *est de l'une des formes* $8l + 1, 2, 4, 5$ *et* 6, *ou encore si*, D *étant de l'une des trois formes* $8l + 0, 3$ *ou* 7, *le nombre* u *défini plus haut est impair. Ce nombre est au contraire doublé dans les autres cas.*

Ainsi quand $D = 8$, $U = 1$, car $3^2 - 8 . 1^2 = 1$; le déterminant -32 offre donc le même nombre de classes que le déterminant -8, savoir deux classes par-

tagées en deux genres. Il en est de même pour tous les déterminants compris dans la formule 2^{2k+3}, où k désigne un nombre entier et positif quelconque; car si U est impair dans l'équation $T^2 - 2^{2k+1} U^2 = 1$, U' est aussi impair dans l'équation $T'^2 - 2^{2k+3} U'^2 = 1$, puisque de l'équation

$$T' + 2^{k+1} U' \sqrt{2} = (T + 2^k U \sqrt{2})^2 = (T^2 + 2^{2k+1} U^2) + 2^{k+1} TU \sqrt{2},$$

on déduit $U' = TU$.

54. Quand p est impair, si l'on veut que les deux déterminants D et Dp^2 répondent à la même classification, il faut d'abord, pour que le nombre des genres soit le même, que p soit diviseur de D. La formule (2) devient donc

$$h' = h . \frac{p}{\lambda}.$$

On aura donc $h = h'$, si le plus petit exposant, λ, qui vérifie l'équation

$$(T + U \sqrt{D})^\lambda = T' + U' p \sqrt{D},$$

est égal a p. Or on déduit de cette équation

$$U'p = U \left(\lambda T^{\lambda-1} + \frac{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)}{1 . 2 . 3} DU^2 T^{\lambda-3} + \dots\right),$$

Puisque p est diviseur de D, tandis que T est premier avec D, cette équation exige que λU soit divisible par p. Si donc U n'est pas multiple de p, il faut que λ le soit, de sorte que la plus petite valeur de cet exposant est $\lambda = p$. La même conclusion subsiste lorsqu'on remplace p par p^α; si U n'est pas divisible par p, le plus petite exposant λ qui vérifie l'équation

$$(T + U \sqrt{D})^\lambda = T' + U' p^\alpha \sqrt{D}$$

est $\lambda = p^\alpha$, et dans ce cas les deux déterminants D et $Dp^{2\alpha}$ présentent le même nombre de classes.

On déduit de là que, si $p, p_1, p_2 \dots$ sont des facteurs premiers impairs de D, non diviseurs de U dans l'équation $T^2 - DU^2 = 1$, tous les déterminants compris dans la formule $Dp^\alpha p_1^{2\alpha_1} p_2^{2\alpha_2} \dots$, lorsqu'on donne aux exposants $\alpha, \alpha_1, \alpha_2 \dots$ des valeurs entières et positives quelconques, répondent à la même classification que le déterminant D. Si l'on veut que le nombre invariable des classes pour cette série indéfinie de déterminants coïncide

avec le nombre des genres, il suffit de prendre pour D l'un des déterminants qui ne présentent qu'une classe par genre, puis de prendre pour valeurs de $p, p_1, \ldots$ les facteurs premiers de D qui ne divisent pas le nombre U. Or parmi les 90 déterminants non carrés, inférieurs à 100, il y en a 86 qui jouissent de cette propriété. Si l'on représente par d l'un quelconque de ces déterminants et que l'on prenne dans la table X de la *Théorie des Nombres* de Legendre, les plus simples fractions $m:n$ dont les termes vérifient l'équation $m^2 - dn^2 = 1$, on reconnaît que tous ces déterminants renferment quelque facteur, non diviseur de n, de sorte que, désignant par p l'un de ces facteurs, on en déduit une série indéfinie de déterminants, compris dans la formule dp^{2k} qui n'offrent qu'une seule classe par genre. On trouve de cette manière que:

Théorème I. *Pour les déterminants renfermées dans les formules*

$$3^{2k+1},\ 5^{2k+1},\ 2.3^{2k+1},\ 7^{2k+1},\ 11^{2k+1},\ 4.3^{2k+1},\ 13^{2k+1}, \ldots$$

chaque genre de formes quadratiques ne renferme qu'une seule classe.

55. On peut obtenir d'une autre manière encore des séries de déterminants pour lesquels il n'y ait qu'une seule classe par genre. Si le déterminant d n'offre qu'une seule classe par genre, le déterminant dm^2 jouira de la même propriété, pourvu que le multiplicateur m^2 soit tellement choisi que, dans le passage du déterminant d au déterminant dm^2, le nombre des genres et le nombre des classes varient dans une même rapport. Or si l'on multiplie d par le carré p^2 du nombre premier p, le nombre des genres est doublé; le nombre des classes comprises dans chaque genre restera donc le même, si le nombre total des classes est doublé, ce qui exige que l'on ait $h' = 2h$. On déduit, par conséquent, de l'équation (2)

$$p - \left(\frac{d}{p}\right) = 2\lambda,$$

λ désignant toujourt le plus petit exposant entier qui satisfasse à l'équation

$$(\mathrm{T} + \mathrm{U}\sqrt{d})^\lambda = t + pu\sqrt{d},$$

où T et U sont les plus petits nombres entiers et positifs qui vérifient l'équation $T^2 - dU^2 = 1$. Soit $d = 3$, on trouve $T = 2$, $U = 1$. Il reste donc à choisir le nombre p de manière à vérifier les conditions

$$p - \left(\frac{3}{p}\right) = 2\lambda,\ (2 + \sqrt{3})^\lambda = t + pu\sqrt{3}.$$

La première équation donne $\lambda = \frac{p+1}{2}$ ou $\frac{p-1}{2}$ suivant que p est de l'une

des deux formes $12l+6$, 7 ou de l'une des deux suivantes, $12l+1$, 11. Cette valeur de λ vérifie bien la seconde condition, mais elle peut ne pas être la plus petite, comme on le suppose dans la première formule. Toute incertitude disparait si cette valeur de λ est un nombre premier; car la seconde condition équivaut à la congruence

$$\text{(A)} \qquad (2+\sqrt{3})^\lambda - (2-\sqrt{3})^\lambda \equiv 0 \pmod{p}.$$

Comme toutes les valeurs de λ qui satisfont à cette congruence sont des multiples de la plus petite d'entre elles, si l'une de ces valeurs est un nombre premier, elle est nécessairement la plus petite. Soit donc $p=12l+11$; on a $\frac{p-1}{2}=6l+5$, qui sera la plus petite valeur de λ, lorsque le nombre $6l+5$ sera premier. Donc

Théorème II. *Si les deux nombres* $12l+11=p$ *et* $6l+5$ *sont premiers, les déterminants compris dans la formule* $3.3^{2k}p^{2\alpha}$, *où* k *et* α *sont deux nombres entiers, positifs ou nuls, n'offrent qu'une seule classe par genre.* On reconnaît aisément que les conditions énoncées sont remplies quand on donne à p l'une des valeurs 11, 23, 48, 59, 63, etc.

56. On peut encore former d'une autre manière des déterminants qui ne donnent lieu qu'à des formes quadratiques distribuées en autant de classes que de genres. On peut chercher pour un nombre premier p, pris à volonté, les nombres d premiers avec p, tels que tous les déterminants compris dans la formule dp^{2k} offrent le même nombre de classes par genre; puis choisir parmi ces nombres d deux pour lesquels le nombre des classes est égal à celui des genres.

On résout le premier problème en choisissant les nombres d pour lesquels l'exposant $\lambda=\frac{1}{2}\left(p-\left(\frac{d}{p}\right)\right)$, est le plus petit qui vérifie la congruence

$$\text{(A)} \qquad (m+n\sqrt{d})^\lambda - (m-n\sqrt{d})^\lambda \equiv 0 \pmod{p},$$

où m et n forment la plus petite solution de l'équation $m^2-dn^2=1$. Soit $p=5$ et d non-résidu de 5; on a $\left(\frac{d}{p}\right)=-1$, $\lambda=3$. Cette valeur de λ étant un nombre premier satisfait nécessairement à la condition d'être le plus petit nombre positif qui vérifie la congruence (A), pourvu seulement que le nombre n ne soit pas multiple de 5.

Pour que les deux déterminants d et $25\,d$ présentent le même nombre de classes par genre, il suffit que n soit premier avec 5; mais si l'on veut que tous les déterminants compris dans la formule $d.5^{2\lambda}$ présentent la même classification, il faut de plus que $3m^2+dn^2$ ne soit pas divisible par 25. On peut réunir ces deux conditions en une seule en disant que $4m^2-1$ doit être divisible par 5 sans l'être par 25; car de l'équation $dn^2=m^2-1$, on déduit $dn^2+3m^2=4m^2-1$; et cette équation montre en même temps que le nombre n ne peut pas être multiple de 5, quand $4m^2-1$ est divisible par 5.

Or, parmi, les déterminants inférieurs à 50, on trouve les nombres 3, 7, 8, 18, 22, 28, 33, 38, 43, 48 qui vérifient la double condition énoncée. Si donc d représente l'un quelconque de ces nombres, les déterminants renfermés dans la formule $d.\,5^{2k}$ répondent tous à la même classification pour chaque valeur de d. De plus, si $d=3, 7, 22, 33, 38, 43$, cette classification commune ne comprend qu'une seule classe par genre.

57. Conservant toujours $p=5$, prenons d résidu quadratique de 5; on a $\left(\frac{d}{5}\right)=1$ et $\lambda=\frac{5-1}{2}=2$; la congruence (A) devient donc

$$4mn\sqrt{d}\equiv 0 \pmod{5}.$$

Pour que cette condition soit vérifiée sans que n soit divisible par 5, il faut que m soit multiple de 5. Si donc m est multiple de 5, les deux déterminants d et $25d$ offrent le même nombre de classes par genre; si de plus m n'est pas divisible par 25, tous les déterminants compris dans la formule $d.\,5^{2k}$, pour des valeurs entières et positives de k, présentent la même classification.

On obtiendra donc des valeurs de d convenables pour notre objet, en donnant à m les valeurs $5, 10, 15, 20, 30,\ldots$ multiples de 5 sans l'être de 25, et posant $m^2-1=dn^2$. On trouve ainsi :

$$m=5,\qquad dn^2=3.8,\qquad d=6,\ 24;$$

$$m=10,\qquad dn^2=11{,}9,\qquad d=11,\ 99;$$

$$m=15,\qquad dn^2=7.32,\qquad d=14,\ 56,\ 224;$$

$$m=20,\qquad dn^2=399,\qquad d=399.$$

Pour toutes les valeurs de d ainsi déterminées, les déterminants compris

dans la formule $d.\,5^{2k}$, pour des valeurs entières quelconques, positives ou nulles de k, présentent un même nombre de classes par genre. Comme il n'y a qu'une seule classe par genre pour les déterminants 6, 24, 11, 14, 56, il n'y a de même qu'une seule classe par genre pour les déterminants compris dans les formules 6.5^{2k}, 24.5^{2k}, 11.5^{2k}, 14.5^{2k}, 56.5^{2k}.

En prenant ensuite $p = 7$, $p = 11$,... On obtiendra par la même méthode de nouvelles séries indéfinies de déterminants pour lesquels le nombre des classes sera égal à celui des genres. Les cas particuliers que nous venons de développer suffisent pour justifier et la conjecture de Gauss et l'assertion de Dirichlet, savoir que « en choisissant convenablement l'entier D et les nombres premiers p_1, p_2,... on peut faire en sorte, et cela d'une infinité de manières, que le nombre des classes coïncide pour toute cette série infinie de déterminants avec celui des genres... ».

RISPOSTA AD UNA CRITICA DEL SIG. FILIPPO KELLER INTORNO ALLE OSSERVAZIONI DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA FATTE ALL'OSSERVATORIO DEL COLLEGIO ROMANO NEGLI ANNI 1875 E 1877 SOTTO LA DIREZIONE DEL P. ANGELO SECCHI

PEL P. G. STANISLAO FERRARI

Veramente doloroso ed ingrato si è il còmpito affidatoci dall'amore per la verità e per la scienza, di dovere una seconda volta difendere il vilipeso onore di quel grande scienziato che fu il P. Angelo Secchi d. C. d. G. e nostro venerato maestro, dagli attacchi che gli vennero fatti, mentre viva è tuttora la sua memoria in quanti si pregiarono di conoscerlo ed ammirarlo. Prima il Winnecke col censurare a torto la sua bell'opera intitolata *le Stelle*; ora, nel Giugno decorso, ecco sorgere il Keller, sostenuto dal Blaserna, a tacciar d'inesatte e difettose le osservazioni magnetiche dell'Osservatorio del Collegio Romano prendendo ad esame le osservazioni degli anni 1875 e 1877, epoca in cui ne avea la direzione il compianto P. Secchi. Al Winnecke fu da noi data soddisfacente risposta, veniamo ora alla Nota del Sig. Keller.

Affinchè dai nostri colleghi e lettori meglio si possa giudicare con piena cognizione di causa in siffatto argomento, ed essendo assai breve la Nota suddetta, reputo pregio dell'opera il qui riprodurla distesamente, quale può leggersi da chicchessia nel fascicolo 7.° del Giugno 1879 de' Transunti pel Vol. III degli Atti della R. Accademia dei Lincei (Serie 3ª). Leggesi pertanto a pag. 209 così:

Il Socio Blaserna presenta la seguente nota del Prof: Filippo Keller intitolata: *La variazione secolare della declinazione magnetica in Roma.*

« Nella seduta del 7 aprile 1878 presentai a quest'Accademia i risultati delle mie ricerche sulla declinazione magnetica eseguite a S. Pietro in Vincoli, avendo principalmente in mira di determinare l'andamento secolare di questo elemento. Dai valori ottenuti messi a confronto con quelli trovati anteriormente si conclude che la declinazione decresce in Roma presentemente per circa 7′ all'anno.

» Siccome si osserva alla Specola del Collegio Romano l'andamento dell'ago di declinazione regolarmente parecchie volte il giorno, ho creduto opportuno

di profittare di queste osservazioni per vedere fino a quale punto si accordano colla diminuzione da me trovata.

» Le osservazioni in discorso si fanno mediante un declinometro differenziale a scala arbitraria, ed i risultati ottenuti si trovano pubblicati nel *Supplemento alla Meteorologia italiana*.

» Scelgo per questo fine gli anni 1875 e 77. Facendo le medie di queste osservazioni si ottengono i seguenti valori per le medie mensili.

	1875	1877	1877—75
Gennajo	69. 69	71. 58	1. 89
Febbrajo	71. 28	70. 95	—0. 33
Marzo	71. 10	73. 25	2. 15
Aprile	69. 47	73. 33	3. 86
Maggio	67. 56	72. 41	4. 85
Giugno	65. 84	71. 24	5. 40
Luglio	66. 77	70. 13	3. 36
Agosto	66. 07	70. 95	4. 88
Settembre	66. 61	69. 88	3. 27
Ottobre	66. 90	68. 89	1. 99
Novembre	67. 24	72. 72	5. 48
Decembre	67. 61	73. 96	6. 35

» La scala alla quale si riferiscono queste indicazioni è arbitraria; ma Secchi determinò il suo valore che risulta = 1′ 367 per ogni divisione (1); la numerazione della scala è fatta in guisa che ai numeri crescenti corrisponde un aumento della declinazione. Uno sguardo gettato sopra i valori su riportati fa vedere che tutti indicano un aumento della declinazione dal 1875 al 77, escluso il solo mese di Febbrajo, il quale dà una diminuzione di 0, 33 divisioni. Facendo la media dei valori contenuti nell'ultima colonna si trova div. 3, 60 il quale numero ridotto in arco dà un aumento di declinazione di 4′, 9 per l'intervallo di due anni. Arriviamo così al risultato inaspettato che il declinometro differenziale del Collegio Romano dà un aumento di declinazione col tempo, mentre le misure assolute di tutti gli osservatori non escluso il P. Ferrari, danno invece una diminuzione assai forte della declinazione.

» Certamente non pretenderà nessuno che le misure assolute e differenziali della declinazione mostrino una perfetta coincidenza; ma il fatto che uno

(1) Supplemento anno citato 1875 fasc. 1.° pag. 35.

di questi sistemi di osservazioni dia una diminuzione col tempo, mentre l'altro assegna invece un aumento, mi pare abbastanza grave per non passare inosservato.

» Non oso punto spiegare questa contraddizione fra le misure assolute e differenziali, ma non mi sembra inverosimile che la vera causa potrebbe essere la torsione del filo di sospensione. Infatti il filo di argento che viene adoperato in queste osservazioni ha una torsione molto grande, un solo grado di torcimento del suo estremo superiore sposta l'ago magnetico per 1', 19 mentre per il declinometro di S. Pietro in Vincoli, il relativo spostamento è di solo 0', 0027.

» Per avere una maggiore concordanza fra i due declinometri, uno assoluto, l'altro differenziale, proporrei di abbandonare quella pesantissima sbarra dell'istrumento differenziale, sostituendo invece una piccola di dieci o al più venti centimetri di lunghezza e di adoperare per la sospensione un filo di seta invece del filo metallico, come viene praticato in quasi tutti gli osservatorii magnetici. Egli è vero che il filo metallico ha il vantaggio di non sentire l'influenza della umidità, ma esso è sensibile alla temperatura. La seta per avere una rigidità senza confronto minore dei metalli, esige già da se una correzione assai piccola (e questa pel filo di S. Pietro in Vincoli non può in verun modo sorpassare i 15 o 20 secondi); una piccola incertezza nel valore del coefficiente di torsione ha quindi poca influenza sul risultato, mentre coi fili più rigidi si possono facilmente commettere degli errori considerevoli. »

« Riguardo alla Nota del Sig. Keller, e specialmente riguardo all'inesattezza o difetti da esso rilevati nelle osservazioni magnetiche dell'Osservatorio del Collegio Romano, il socio Respighi dichiara che il supposto risultato deve essere l'effetto di un equivoco, e chiede perciò al Socio Blaserna, se egli assume la responsabilità sulla esattezza delle conseguenze dedotte a questo proposito dal Sig. Keller.

Il socio Blaserna risponde, dichiarando di assumere tale responsabilità. »

Fin qui i Transunti. Tocca ora a noi di porre in chiaro le cose e restituire il dovuto onore al ch. P. Secchi e vedere quale stima debba farsi di un sistema di osservazioni magnetiche che da quattro lustri fu dal medesimo stabilito all'Osservatorio del Collegio Romano.

Siano grazie pertanto al ch. Astronomo Prof. Lorenzo Respighi che in buon punto, essendone noi tuttora inconsapevoli, sorse a difendere il

P. Secchi colla sua nobile e franca dichiarazione e quanto bene ei si apponesse or lo vedremo.

E primieramente, ottimo fu il consiglio del Sig. Keller, di volere cioè istituire un confronto fra le osservazioni della declinazione magnetica fatta al Collegio Romano per lunga serie di anni, con quello che da poco tempo egli ha cominciato a fare a S. Pietro in Vincoli, e ciò per vedere fino a qual punto esse si accordassero insieme.

Prima però di accingersi a tale studio comparativo facea mestieri di provvedersi dei dati necessari all'uopo, e però non bastava lo scegliere soltanto gli anni 1875 e 1877, sibbene conveniva aver sottocchi eziandio il 1876 che al pari degli altri due anni fu pubblicato dal Ministero d'Agricoltura e Commercio. Almeno dovea consultarsi detto anno allorchè si fecero le maraviglie per l' inaspettato aumento di declinazione. Tanto più che la scala del declinometro differenziale è *arbitraria*, il che non deve intendersi soltanto rispetto al suo valore angolare ma eziandio (e molto più) rispetto al punto di partenza delle divisioni. Ed infatti basta consultare i volumi del nostro Bullettino Meteorologico per vedere come bene spesso ciò è accaduto alla scala del nostro Declinometro; tanto che il Ch. Professore Karlinski Direttore dell'Osservatorio Astronomico di Cracovia, il quale nel 1878 fece il medesimo studio del Keller sul grande declinometro (e vedremo più oltre il ben diverso risultato) mi scrisse in una sua cortesissima lettera del 27 settembre 1878 le seguenti parole: « Ego hieme praeterita *variationem annuam* declinationis Romae, alio modo invenire sum conatus. Ex observationibus nempe vestris in *Bullettino* publicatis deduxi pro unoquoque mense et anno media arithmetica, medii status acus magneticae. — Eheu ! solummodo anni 1864–69 erant a perturbationibus aranearum liberi ». Quindi è che questo solo periodo fu preso ad esame dal Karlinski e lasciati gli altri; i quali, come vedrassi, sono però egualmente ottimi per lo scopo principale e direi unico del declinometro grande, quello cioè di indicare l'andamento del magnete nelle ore tropiche e l'ampiezza dell'escursione diurna, mensile ed annuale.

Chi pertanto sia esperto in tal genere di riduzioni allorchè incontrasi in simili apparenti anomalie, vedendo pel rimanente conservata la regolarità nello strumento, tosto si accinge a meglio esaminare quando incominciò il salto dalla diminuzione all'aumento, e per ciò fare bastava dare anche solo una superficiale occhiata al fascicolo delle Osservazioni Magnetiche per l'anno intermedio 1876 (anch'esso pubblicato dal ch. P. Secchi che ne firmò l'intro-

duzione) e si sarebbe subito accorto della cagione manifesta del creduto aumento.

A pagina 38 del suddetto fascicolo nel mese di Dicembre, come ne'mesi antecedenti, l'oscillazione diurna mantenevasi fino al giorno 5 dentro i consueti limiti fra la 60ª e 70ª divisione della scala e precisamente pel giorno 5 si ebbero i seguenti valori:

Ore	Declinom.°
7 0 ant.	63, 0
9 0	63, 0
10 50	63, 0
12 0	63, 0
2 pom.	62, 9
3 0	63, 0
5 30	62, 6
9 0	62, 2
Medio	62, 7

Escursione = 0, 8

In questo giorno pertanto il declinometro era *paralizzato*, come trovasi notato nel quadro del Bullettino del 31. Gennaio 1877 pag. 8 mentre era fluttuante il verticale e perturbato il bifilare; tutto all'opposto del giorno 10 in cui si ebbe una escursione di 11, 5 divisioni nel declinometro, 37, 2 nel bifilare e 9,0 nel verticale; segno di fortissima perturbazione. Ciò dimostra l'usata sensibilità de' nostri strumenti.

Ora pel giorno 6, nel suddetto fascicolo, invece delle osservazioni trovansi altrettante lineette — fino alle $11^h\ 25^m$ del giorno 7. coll'asterisco sul giorno 6 e la seguente nota: *I verniciari puliscono i muri e si sospendono per oggi le osservazioni magnetiche*. Nella copia poi che io tengo per mio uso privato, come anche nel luogo citato del bullettino vedonsi aggiunte a mano queste parole: « *e per un piccolo urto dato alla colonna del declinometro muta la scala, e vanno d'ora in poi diminuiti di* 10 *divisioni i valori del declinometro affinchè siano comparabili coi precedenti.*

Nel giorno 7 si ebbero i seguenti valori:

Ore	Declinom.°
11 25 ant.	71. 6
12 0	72, 2
1 30 pom.	73, 3
3 0	72, 5
9 0	71, 1
Medio	72, 1

Escursione = 2, 2

L'andamento fu regolare col consueto massimo ad 1ʰ 30ᵐ pom. Solo si trova d'un tratto aumentato di 10 il valore della scala. (1)

E con ciò resta spiegato l'equivoco, come ben dichiarò a favor nostro il sullodato Prof. Respighi, provvedendo così all'onore della vera scienza e del P. Secchi.

Se si applichi pertanto detta correzione approssimata in numeri tondi di – 10 divisioni ai valori del 1877 si ottiene una diminuzione media annuale di – 4', 3, compresovi le perturbazioni.

E qui è da notare come il giorno 22 Novembre del 1875 (v. pag. 37) dopo le 9ʰ ant. come leggesi in nota, fu *ripulita* la *cassa* del *declinometro*, e quantunque ciò si facesse colla massima attenzione pur tuttavia non si può essere al tutto sicuri se abbia di alcun poco cangiato il valore della scala. Certo è che esaminando i medii valori pubblicati nel nostro Bullettino meteorologico si scorge un leggiero aumento dopo quest'epoca.

Il perchè, come appunto fece il Karlinski, stando così le cose, doveansi lasciare da parte questi anni; dalla discussione de' quali altro non poteasi dedurre se non una inconsiderata critica ed una taccia ingiuriosa a un tale scienziato qual era il P. Secchi, ed agl' incauti o malevoli, dare per qualche tempo un pretesto per ispregiarlo.

Avendo noi nel decorso di questa discussione fatto menzione del ch. Prof. Karlinskí di Cracovia, sarà pregio dell'opera il qui riprodurre testualmente quanto egli dedusse dall'esame del nostro grande declinometro per que' soli anni che furono immuni da cangiamenti di scala. Occasione di queste sue lettere si fu la determinazione da noi fatta nell'Aprile e nell'Ottobre del 1878 insieme coi PP. Faura e Denza del valore assoluto della declinazione magnetica in Roma, dalle quali estrarremo i brani seguenti. Nella lettera del 27 Settembre 1878 ci partecipa il risultato del suo esame intorno al periodo 1864–69 che è il seguente:

« Hi mihi dederunt;

		variatio annua
1864, 5	n = 104, 745	
		– 4, 007 unit. scalae
1865, 5	= 100, 738	
		– 6, 700
1866, 5	= 94, 038	
		– 5, 073
1867, 5	= 88, 965	
		– 4, 765
1868, 5	= 84, 200	
		– 4, 400
1869, 5	= 79, 800	
	Media	= – 4, 989

(1) *N. B.* A scanso di nuovi equivoci, anche nel Febbrajo del 1879, atteso la sensibile diminuzione della declinazione, il grande declinometro incominciò ad oscillare irregolarmente accennando ad uno stato di equilibrio instabile e però fu nuovamente mutato l'angolo al punto di sospensione e quindi cangiossi nuovamente la scala.

et cum valor angularis unius millimetri scalae declinometri, torsione fili eliminata, (juxta Vol. V. p. 3. Bull.) est = 1′, 368, ergo media variatio annua declinationis Romae invenitur — 4, 989 × 1′, 368 = 6′,82; et haec congruit cum illa quam in mari Adriatico invenerunt observatores austriaci ».

E nell'altra del 19 Decembre così si esprime:

« Pro missa mihi epistola sincerissimas tibi gratias refero. Valor enim declinationis magneticae, quam cum R. P. Denza die 18ª octobris 1878 obtinuistis, absque omni dubio certissimus est et optime probat nullam supra ecclesiam existere perturbationem localem ».

E più oltre:

« Certum igitur teneo ab anno 1841 variationem annuam, si non stricte, tamen proxime uniformem esse et collatis observationibus in undecim locis Europae institutis, medium hujus elementi valorem = — 7′, 148 invenio.

Comparando nunc observationes Romae institutas cum formula empirica

$$D = 12^\circ\, 4',\, 0 - 7',\, 148\, (t - 1878,\, 794)$$

statim apparebit, observationes ab anno 1869 institutas esse (inter limites errorum admissibiles) omnino bonas ». Fin qui l'egregio collega ed amico Prof. Karlinski.

È da notarsi come nella riduzione delle osservazioni magnetiche varii sono i metodi adoperati dagli scienziati. Vi ha chi deduce l'escursione diurna partendo da due ore tropiche fisse, come p. es. a Milano, quella fra le 8^h ant. e le 2^h pom. Altri invece la deduce dal massimo e minimo osservato nella giornata, in qualunque ora esso vada. Altri esclude dalla riduzione le perturbazioni, riconosciute tali secondo una convenzione adottata. Altri invece ve le comprende. È manifesto che per tal guisa debbono aversi delle sensibili differenze fra i vari luoghi; tutti però saranno sufficientemente comparabili con se stessi.

Ed è perciò che noi abbiamo fino dal 1859 tenuto sempre lo stesso metodo ed è quello di prendere il massimo e minimo diurno assoluto, e di non escludere le perturbazioni; così i nostri valori sono comparabili e vanno d'accordo colla diminuzione undecennale delle macchie sulla superficie del Sole.

Fino a tanto che non si adotti per legge dagli scienziati un metodo comune e ben definito, proseguiremo la nostra serie adoperando il metodo fin qui tenuto che è quello del ch. P. Secchi.

Non dee pertanto recar meraviglia se la determinazione del valore assoluto dedotta dal grande declinometro differenziale non corrisponde sempre a ca-

pello con quella ottenuta dal declinometro portatile destinato a tale scopo. Anzi a seconda delle varie epoche ed ore in cui essa viene determinata anche col piccolo declinometro, se non venga applicata l'opportuna correzione si può per avventura incorrere in errori non trascurabili.

Avendo pertanto dedotto i medii mensili, col metodo sovraesposto, delle posizioni della sbarra del grande declinometro pel 1878, i cui elementi si trovano nel volume XVII del nostro bullettino meteorologico ed avendoli paragonati con quelli del 1875 (dopo applicata la correzione approssimata di – 10) si ottennero i seguenti valori:

	1875	1878	1875–1878
Gennaio	69. 69	62. 53	7. 16
Febbrajo	71. 28	59. 96	11. 32
Marzo	71. 10	58. 53	12. 57
Aprile	69. 47	63. 19	6. 28
Maggio	67. 56	61. 63	5. 93
Giugno	65. 84	61. 21	4. 63
Luglio	66. 77	60. 39	6. 38
Agosto	66. 07	60. 35	5. 72
Settembre	66. 61	53. 61	13. 00
Ottobre	66. 90	50. 09	16. 81
Novembre	67. 24	49. [illegible]6	17. 68
Decembre	67. 61	52. 00	15. 61

Il qual numero multiplicato per il valore angolare della scala corretta dall' influsso della torsione sopraccitato, cioè per 1', 368 ci dà, ridotto in arco, una diminuzione di 14', 032 per l'intervallo dei tre anni, e conseguentemente per diminuzione annuale il valore di 4', 677. Che se invece a questo fine medesimo si assumano i medii valori dei due ultimi quadrimestri del 1875 e 1878, epoca in cui si ebbe più sensibile la diminuzione annuale e che fu scevra da perturbazioni straordinarie, si ottiene il valore medio = 15, 77 divisioni le quali ridotte ad arco come sopra ci danno precisamente per diminuzione media annuale di questo periodo il valore di –7', 223 il quale è per l'appunto quello che si è ottenuto da tutti gli osservatori, come notava il Karlinski, e solo di 4/10 differisce da quello che esso ottenne pel periodo 1864–69 delle nostre medesime osservazioni.

Parmi pertanto, dal fin qui dimostrato, doversi conchiudere quanto inopportunamente sorgesse il Keller contro d'un P. Secchi; e, quel che più riesce inesplicabile, quanto leggermente assumesse per se il Blaserna l' insostenibile incarico di essere responsabile sopra l' esattezza delle conseguenze dedotte per quell' *equivoco* dal Sig.^r Keller.

Poste così in chiaro le cose non, sarà inopportuno (e con ciò si avrà un altro argomento sopra l'esattezza delle indicazioni del grande declinometro del P. Secchi) il venir qui esponendo il vero e principale scopo di

tale strumento, e da 20 anni di osservazioni con esso istituite scrupolosamente dagli antichi osservatori e colleghi del P. Secchi, mostrarne il suo pieno e perfetto adempimento.

Ciò faremo assai facilmente, essendo già pubblicati per sì lungo periodo (il solo che sia così esteso in Italia) i risultati annuali, e per 19 anni i decadici e mensili, e con tali cifre parlanti convincere i più restii; salvo che taluno fra essi non ami meglio di chiudere gli occhi alla luce della verità, allorchè essa viene promulgata da chi per avventura non dà loro nel genio, per motivi assai facili a indovinarsi. Che se ciò avvenga, tal sia di loro, non ne saremo per questo punto turbati, avvezzi come siamo ai dì nostri ad esser vittime di un tal procedere.

E primieramente riprodurremo il quadro di un ventennio di osservazioni magnetiche che pubblicammo in parte fino dal 1874 nella 1ª nostra comunicazione intorno alla relazione fra i massimi e minimi delle macchie solari e le straordinarie perturbazioni magnetiche (1) nel quale sono messe a riscontro e la variazione media diurna della declinazione magnetica in Roma ed in Praga ed il numero complessivo annuale de' gruppi o macchie sul disco solare. Dal 1870 fino al 1878 vi si aggiungeranno altre stazioni europee quali sono Monaco, Cristiania, Milano, Moncalieri dal 1871, Parigi dal 1876, delle quali sole possediamo una sufficiente e continuata serie di risultati.

L'accordo mirabile di questi valori dentro i limiti assegnabili ben dimostra come il declinometro differenziale, per un istante sì vilipeso, possa reggere al paragone di quelli de' più accreditati stabilimenti scientifici. Eccolo nella sua integrità.

Quadro A.

Anni	Numero delle macchie solari	Variazione media annuale della declinazione magnetica						
		Monaco	Praga	Cristiania	Milano	Roma	Moncalieri	Parigi
1859	257	—	10.'37	—	—	10.'871	—	—
1860	251	—	10. 05	—	—	10. 984	—	—
1861	251	—	9. 17	—	—	9. 596	—	—
1862	112	—	8. 59	—	—	8. 995	—	—
1863	105	—	8· 84	—	—	7, 861	—	—
1864	97	—	8. 02	—	—	8. 377	—	—
1865	86	—	8. 14	—	—	7. 591	—	—
1866	81	—	7. 65	—	—	7. 143	—	—
1867	32	—	7. 09	—	—	6. 585	—	—
1868	92	—	8. 15	—	—	7. 132	—	—
1869	198	—	9. 44	—	—	8. 953	—	—
1870	305	12.'27	11. 47	9.'95	11.'52	10. 97	—	—
1871	304	11. 70	11. 60	9. 86	10. 70	11. 13	11.'56	—
1872	292	10. 96	10. 70	9. 21	10. 32	10. 65	10. 53	—
1873	215	9. 12	9. 05	9. 72	8. 64	9. 01	9. 28	—
1874	159	8· 33	7. 98	7. 09	7. 77	8. 11	8. 21	—
1875	91	7. 05	6. 73	5. 66	5· 78	6. 97	6. 48	—
1876	57	6. 79	6. 47	5. 48	6. 31	6. 82	6. 31	6.'3
1877	49	6. 61	5. 95	5. 20	5. 68	6. 63	5. 83	6.2
1878	19	»	5. 65	5. 79	5. 30	6. 22	4. 50	5.4

(1) V. Atti dell'Accademia Pontificia de' N. Lincei anno XXVII. Sess. III. del 22 febbrajo 1874.

Affine poi di meglio esaminare i vari periodi della variazione annuale riprodurremo al principio della pagina seguente il quadro B che pubblicammo in parte fin dall'Aprile del 1874 (1) nella 2ª Comunicazione sopra la correlazione suddetta de' fenomeni solari e magnetici estendendolo a tutto il Novembre 1878.

Da questo quadro apparisce manifesta la legge seguita dall' escursione media mensile. Ne' mesi caldi cominciando dall' Aprile fino all'Agosto, essa è circa il doppio di quella dei mesi freddi, cioè Novembre, Decembre e Gennajo: nei quattro mesi di Febbraio, Marzo, Settembre ed Ottobre essa è intermedia. Nel dedurre questi medii mensili non si sono eliminate, come dicemmo, le straordinarie escursioni cagionate dalle straordinarie pertubazioni magnetiche; il perchè è manifesto come negli anni di maggiori perturbazioni, corrispondenti appunto a quelli del maggior numero di macchie sul Sole, oltre la variazione dovuta alla diversità della stagione, apparisce manifesto l'influsso delle perturbazioni in aumentare questi valori, laonde a volere ottenere unicamente la variazione secolare della declinazione, conviene, come già fece il Gen. Sabine, trattare separatamente le sole perturbazioni straordinarie. I risultati però da esso ottenuti fanno vedere, come eziandio per le perturbazioni straordinarie si osserva un massimo nei mesi estivi.

VALORE MEDIO MENSILE DELLA VARIAZIONE DIURNA DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA IN ROMA.

QUADRO B. (2)

Anno	Dicem.	Genn.	Febb.	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Sett.	Ottobr.	Novem.
	d											
1860	4·23	4·53	8·71	9·05	10·24	9·34	9·84	9·65	10·93	7·91	7·91	4·66
61	3·33	5·00	6,06	7·22	9·90	8·15	9·62	8·28	9·33	7·04	5·56	4·64
62	4·87	4·57	4·90	6·39	7·86	6·98	8·32	8·58	7·72	7·50	6·19	5·01
63	3·91	5·04	4·76	5·47	7·56	8·93	7·92	6·93	5·84	4·85	3·82	3·91
64	4·05	3·54	4·04	6·59	7·46	7·71	8·70	7·04	7·42	6·21	5·02	5·26
65	3·99	3·69	4·95	6·06	6·46	6·64	6·40	6·06	6·43	6·08	5·32	4·36
66	2·55	3·26	5·89	5·52	6·85	6·18	6·78	6·18	5·51	5·06	5·89	3·54
67	2·87	3·36	4·28	5·29	6·12	6·11	6·22	6·15	5·15	5·07	4·85	2·80
68	2·26	2·39	3·42	5·57	7·89	6·65	6·29	6·69	6·34	5·81	5·48	3·73
69	3·23	3·22	4·35	6·56	8·71	8·82	9·41	8·94	8·25	7·29	5·84	2·87
70	3·37	4·11	5·31	8·00	10·35	10·44	8 37	9·99	9·94	10·00	9·28	6·86
71	4·83	4·75	5·97	9·20	11·84	9·80	9·24	8·31	10·73	8 37	7·82	7·11
72	4·52	5·11	6·08	8·46	9·94	8·81	9·57	8·80	9·26	8·06	7·92	5·27
73	4·38	5·46	5·22	7·60	9·31	7·65	7·74	7·52	7·47	6·97	5·52	4·11
74	3·80	5·12	5·60	6·43	8·15	7·10	6·70	6·16	5·61	5·69	6·48	4·22
75	3·02	2·[illegible]6	3·28	5·96	7·52	6·79	6·31	5·69	6·21	5·67	4·39	3·34
76	3·03	3·32	3·35	5·06	6·77	5·40	6·60	6·60	6·41	5·34	4·95	3·53
77	2 88	2·98	3·12	4·93	6·27	5·71	6·56	6·33	6·12	5·26	4·89	2·98
78	2·36	2·56	3·23	6·73	6·40	5·49	6·68	5·93	5·55	5·15	3·68	2·65
Medio	3·55	3·94	4·87	6·53	8·19	7·51	7·80	7·36	7·39	6·49	5·78	4·23
Medio in arco	4.'86	5.'39	6.'67	8.'94	11.'21	10.'28	10.'67	10.'07	10.'12	8.'88	7.'91	5.'79

(1) V. Atti etc. Sess. V. del 26 Aprile 1874.
(2) Anno Meteor. dal Dic. dell'anno prec. al Nov. del seguente.

Dal fin qui esposto apparisce chiaro come la luce del Sole come il grande declinometro dell'Osservatorio del Collegio Romano ha perfettamente adempiuto al suo ufficio che è quello specialissimo di registrare le variazioni diurne del magnetismo terrestre e solo secondariamente (qualora non siano avvenuti cangiamenti di scala, ovvero si siano applicate le opportune correzioni) la variazione secolare.

A questo fine allorchè il Ch. P. Secchi fondò l'Osservatorio Magnetico nel 1858 lo provvide di doppia serie di strumenti, gli uni per le variazioni diurne differenziali, gli altri per le determinazioni assolute a varî intervalli di tempo.

Da quanto siamo venuti esponendo, ognun vede in qual conto debbano tenersi le conclusioni dedotte dal Keller ed il rimedio che suggerisce. Tutto essendo fondato su di una falsa supposizione e dall' avere ignorato il fatto capitale in questa materia, il salto cioè delle 10 divisioni fatto per l'urto, tutto in un giorno, è manifesto, che tolto il fondamento, la fabbrica se ne va tutta in rovina.

Qui potrei far punto se si fosse trattato di cosa mia personale, ma trattandosi di un P. Secchi quasi non conoscesse il vero metodo di fare una lunga serie di osservazioni magnetiche, anzi che ne ignorasse perfino le cose più elementari note ad un qualsiasi scolaretto studioso, mi conviene di fare qui alcune osservazioni riguardo alla censura inflitta dal Sig. Keller a quel povero filo d'argento che da ben 22 anni sostiene la pesante sbarra del declinometro di Gauss.

Basterà pertanto consultare quanto ne scrisse in proposito il P. Secchi nelle Memoria dell' Osservatorio del 1859 e nel Bullettino Meteorologico del 1866. Nelle prime impiega ben 52 pagine in quarto per descrivere le diligenze praticate ed i metodi accurati che furono tenuti per l'esatta collocazione degli strumenti magnetici ed in particolare del declinometro, ed egli stesso non dissimula le difficoltà incontrate per effetto della torsione e dello stiramento del filo ne' primi anni. A pag. 196 così si esprime: « Attesa la poca altezza della stanza non si è potuto ancora dare al filo di sospensione che una lunghezza di due metri onde il coefficiente di torsione è assai considerabile essendo il filo di argento del peso di grammi 0, 48 per ogni metro di lunghezza; quindi molte ricerche e più accurate che si potè furono fatte per determinarlo ». E più oltre (pag. 197) ne fissa il valore definitivo colla nota formola in un numeri astratti:

$$1 + \frac{H}{mX} = 1 + \frac{1,19}{60} = 1,0198$$

nella quale dagli esperimenti fattine, la forza di torsione H = 1', 19 per 1°; ed mX è il momento magnetico ».

A pag. 202, là dove espone le conclusioni che si deducono da circa tre anni di osservazioni al § 5° dice così: « secondo l'andamento del declinometro differenziale, la declinazione sarebbe in aumento annuale; anzi nel 1859 (cioè non lungi dall'epoca della prima collocazione) tale aumento sarebbe stato straordinario cioè di 29^d, 78 = 38', 75; ma non essendo ciò confermato da altre osservazioni è più probabile che tal fenomeno dipende da qualche cagione locale o stiramento del filo ».

Quello poi che dimostra anche meglio l'inopportunità della critica del Keller si è che oltre al detto di sopra, anche nel 1866 il ch. P. Secchi nella prima riduzione che fece delle osservazioni magnetiche dal Gennajo del 1860 a tutto il 1864 (1) non mancò schiettamente, senza aspettare Aristarchi, di notare un simile fenomeno dandone la spiegazione, ma senza concludere, come il Keller, che dunque si abbia da abbandonare detta sbarra; e quanto bene si apponesse i risultati sopra esposti chiaro il dimostrano, risultati al sommo approvati dai primi Scienziati Europei, anche dopo la critica del Sig. Keller.

Il passo fa troppo a proposito pel caso nostro da non potersi omettere ed eccolo nella sua integrità al luogo sopraccitato.

« Nelle Memorie dell'Osservatorio (così il P. Secchi) pel 1859 fu descritto tutto il processo tenuto in determinare le costanti relative al declinometro, e non occorre qui ripeterlo. Solo diremo che il magnete è di grandi dimensioni e pesa 1, 31 chilogr. è sospeso ad un filo di argento e si legge collo specchio a distanza di 3,$^{met.}$ 8 mediante un teodolite.

« La posizione del magnete è restata inalterata dal principio della serie nel Maggio 1858 fino al presente, e nessuna mutazione si è fatta nè nel filo, nè nella torsione . . . .

» Un fenomeno curioso si è rivelato in questo tempo, ed è stato un continuo movimento della sbarra in senso opposto alla variazione secolare della declinazione che è durato fino al 1862 e deve avere influito anche nel medio del 1863. Talchè mentre la declinazione diminuisce realmente, il nostro declinometro avrebbe dato un aumento. Questo moto progressivo (*non tutto d'un tratto come nel caso nostro del* 1876) è cessato dopo il 1863 ed è rivolto adesso in senso opposto, e come porta la diminuzione regolare della declinazione. Giacchè nulla è stato mutato, nè nella fabbrica, nè nei ferri nelle vicinanze dei magneti, io non saprei spiegare questo fenomeno altrimenti che attribuendolo allo stiramento progressivo del filo, il quale deve aver mutato il valore della torsione. Che quella sia la vera causa me lo persuade il fatto, che nello studio fatto per determinare il valore della torsione, e nel determinare il piano del suo valore zero, questo si trovava va-

(1) V. Bullettino Meteorologico Vol. V. pag. 1.

riare col tempo, e benchè a lungo si aspettasse non si riuscì a determinazione soddisfacente (V. le *Memorie dell'Osservatorio* pel 1859 pag. 201 e 202).

« Questo rende inutili le indicazioni del declinometro in ordine alle variazioni della declinazione a lungo periodo, ma *non influisce sensibilmente sulle variazioni diurne, a cui è specialmente destinato lo strumento.* Il valore assoluto della declinazione è stato d'altronde determinato con altro strumento come vedremo a suo luogo ». Fin qui il Ch. Autore e pone infine uno specchio che da un'idea di questo movimento.

Avendo inoltre il P. Secchi istituito una serie di confronti fra il declinometro piccolo ed il grande (v. Memorie etc. pag. 202 § 6°); così si esprime: « Il declinometro piccolo, colonna 5ª (pag. 201.) darebbe una variazione diurna alquanto più forte, di circa 0',5; probabilmente tal differenza è difetto della grande inerzia della sbarra maggiore. Certamente (e lo noti il critico) le piccole sbarre sono più sensibili, specialmente alle variazioni più repentine e brevi, come spesso abbiamo veduto accadere durante diversi temporali, nel corso dei quali al guizzo dei lampi, il grande magnete restava immobile, mentre il piccolo oscillava sensibilmente: ma i piccoli strumenti *hanno il grande difetto della poca stabilità*, onde per fare una lunga serie normale e comparabile di osservazioni, i grandi saranno sempre preferibili ». Fin qui l'illustre scienziato.

Il perchè, anche prescindendo dalle ragioni adotte ed invincibili, stando alla sola autorità, noi ci teniamo piuttosto al parere di un P. Secchi che vuole conservato il grande declinometro, anzichè a quello del Keller che propone (e ciò per un equivoco preso) *di abbandonare quella pesantissima sbarra* com'egli chiamala per dispregio.

Ma tutto possiamo aspettarci in un tempo, nel quale, quantunque a parole si mostri di venerare la scienza, per tuttavia quando essa alberghi in persone per professione di vita e fermezza di principii, invise a chi vorrebbe fare della scienza stessa un monopolio, non si lascia mezzo intentato per opprmerla e calunniarla.

Avendio consultato la classica opera di M. De La Rive intitolata « Traité » de l'Electricité theorique et appliquée ». uscita in luce nel 1858 quando appunto il P. Secchi fondava l'Osservatorio Magnetico, là dove tratta degli strumenti magnetici; parlando del declinometro di Gauss (ediz. di Parigi 1858. Tomo III. pag. 210) assegna appunto alla sbarra magnetica la lunghezza di circa 600 millimetri « *le barreau aimanté long environ de* 600 *milli-»mètres* ». Ora la sbarra magnetica del P. Secchi è lunga appunto 600 millimetri (v. mem. cit. pag. 194). Era dunque quale esigevasi in quell'epoca da quei luminari della scienza che erano un Gauss ed un De la Rive.

Ma basti ormai di sì penoso argomento, che solo trattammo per adempiere al sacro dovere di difendere la vera scienza.

Ben diversamente dal Keller diportavansi verso l'Osservatorio magnetico del P. Secchi gli scienziati più competenti in questa materia. Allorchè al-

l' epoca del Congresso meteorologico internazionale dell'anno scorso vennero a visitarci all'Osservatorio del Collegio Romano i Sigg. Hervé-Mangon e Mascart, gli Aguilar i Poujazon gli Hellmann, ed altri scienziati, non è a dire quanto rimasero essi altamente soddisfatti del nostro Osservatorio magnetico. Ben pochi osservatorii dissero potergli stare a paro in Europa! E non ha guari il Sig. Wolf Direttore dell' Osservatorio di Zurigo chiedevami la continuazione de' nostri quadri intorno la variazione mensile della declinazione in Roma per pubblicarla nei suoi « Mittheilungen ».

Finalmente, il Ch. P. Denza nella sua recente comunicazione all' Accademia delle scienze di Parigi (v. Comptes Rendus. 12 Gen. 1880) sopra la variazione della declinazione magnetica dedotta dalle osservazioni di Moncaliari nel periodo 1871-1878; così si esprime:

« Dans le calcul de l'escursion diurne de la declinaison . . . . j'ai suivi la methode adoptée par le R. P. Secchi à l'Observatoire du Collége Romain ». E più oltre: « Ayant comparé les resultats obtenus dans notre Observatoire de Moncalieri avec ceux obtenus dans les deux observatoires de Milan et de Rome (Collége Romain), les seuls en Italie qui aient publié les valeurs moyennes mensuelles et annuelles de la variation de la déclinaison magnetique observées dans ces établissements, j'ai trouvé que dans la moyenne générale les trois series de Rome (1860-76) Milan (1870-78) et Moncalieri (1871-78) offrent un accord plus que suffisant dans la marche, soit mensuelle, soit annuelle, des variations susdites.

« Je donne ici seulement la moyenne génerale de cette variation, resultant des periodes d'observation de chacun des trois observatoires italiens:

	Moyenne générale
Rome	8′, 55
Milan	8, 64
Moncalieri	7, 89

« J'ai aussi trouvé un notable accord entre les observations italiennes et celles faites en d'autres pays d'Europe (v. precedenti quadri da noi pubblicati), même eloignés, comme a Prague a Christiania a Munich et a Greenwich. »

Fin qui egli.

Questi attestati di stima prodigati al nostro venerato Maestro da tanti dotti italiani e stranieri sono pure un grande conforto nelle dure prove trascorse e ne sarem loro in eterno riconoscenti. Essi ci serviranno di sprone a proseguire coraggiosi nell' incominciato arringo in servizio della scienza secondo le tradizioni lasciateci del P. Secchi, senza commuoverci per gli attacchi degli avversari, quali ben volentieri dispensiamo dal carico di soddisfare a responsabilità insostenibili; paghi soltanto di avere una seconda volta, e vogliamo sperare che sia l'ultima, difeso l'onore del P. Secchi, allorchè ad esso era ormai impossibile il farlo di propria mano.

COMUNICAZIONI

Castracane Conte Ab. Francesco. – *Presentazione di una monografia del D.r G. Terrigi.*

Il Sig. Conte Ab. Francesco Castracane ha dato comunicazione all'Accademia di una monografia del Dott. Guglielmo Terrigi, intitolata: *Fauna vaticana a Foraminiferi delle sabbie gialle nel pliocene subapennino superiore*, della quale l'Accademia decretò la pubblicazione nei suoi Atti, e perciò verrà stampata in uno dei prossimi fascicoli.

Lanzi Dott. Matteo – *Presentazione di un lavoro del Prof. G. Inzenga.*

Il Dott. Matteo Lanzi presenta all' Accademia la seconda Centuria dei Funghi Siciliani ora pubblicata dall'Illustre prof. Giuseppe Inzenga, Direttore dell'Istituto Agrario di Palermo.

Comincia dall'annotare come l'autore in questa seconda Centuria rettifichi la diagnosi di due specie nominate nella prima cioè dell'Agaricus Bertoloni e della Helvella panormitana dietro il parere emesso del sommo Fries, il quale in pari tempo annuiva approvando le altre sette specie da esso date come nuove, lodando la intera prima centuria ed incoraggiandolo a proseguire. Dice che il prof. Inzenga stimolato dalle meritate lodi e dagli eccitamenti del Fries e del De Notaris ha continuato lo studio dei Funghi Siciliani, ed ora ha pubblicato la seconda centuria, corredata di dieci belle tavole cromolitografate, che fra le cento specie nominate, delle quali riporta una esatta sinonimia, indica il luogo ed il tempo propizio a farne raccolta, le qualità e l'uso, il tutto avvalorato da quando a quando da preziose osservazioni; si leggono pure le descrizioni e si veggono le figure dei funghi del tutto nuovi scoperti del medesimo. Sono essi il *Boletus aetnensis*, il *B. Bellini*, il *B. Friesii*, il *B. Lanzi*, (fungo dedicato dall'autore al nostro accademico imponendogliene il nome, pel quale atto di somma cortesia glie ne rende pubbliche grazie), il *B. messanensis*, il *B. panormitanus*, il *B. siculus*, il *Cantharellus Turrisii* il *Coprinus panormitanus* e la *Peziza sicula*. Vi si vedono pure illustrati con figure alcuni Agarici, alcuni altri Boleti, uno *Stereum*, e quella specie di *Dedalea*, cui il Fries impose il nome di *Dedalea Inzengae*. Chiude col dire che, con la pubblicazione delle due centurie il prof. Inzenga ha colmato una lacuna nella flora micologica italiana, rendendo noti i funghi, che allignano nell'isola di Sicilia, dei quali nulla si sapea, e che la scienza deve essergliene grata per tale servigio ad essa resso.

Cialdi Commend. Alessandro. – *Presentazione di un lavoro del ch· Sig. L. E. Bertin.*

Il Presidente sig. commend. Cialdi presentò all'Accademia un nuovo lavoro del nostro attivo corrispondente Sig. L. E. Bertin, ingegnere delle costruzioni navali in Cherbourg. Questo lavoro ha per titolo: *Communication sur le relévé automatique des vagues de la mer obtenu en cours de navigation*, la quale comunicazione fu fatta nella seduta del 26 agosto 1878 alla *Association française pour l'avancement des sciences.*

Il Cialdi, dopo aver fatto l'elogio del gran sapere e della grande attività del nostro illustre corrispondente sull'importante argomento del moto ondoso del mare per dedurne regole utili all'architettura navale, accennò a qualche particolarità della citata pubblicazione e terminò con dichiarare che essa, malgrado la sua piccola mole, è di molto valore.

Boncompagni Principe D. Baldassarre. – *Presentazione di un lavoro del P. Th. Pepin.*

D. B. Boncompagni presentò l'originale manoscritto del lavoro del socio corrispondente padre Teofilo Pepin intitolato: *Composition des formes quadratiques binaires*, che sopra è pubblicato. Comunicò un passo d'una lettera scrittagli dallo stesso P. Pepin in data dei 3 dicembre 1879, nel quale egli avverte, che il detto lavoro è il principio d'una serie di comunicazioni ch'egli si propone di fare all'Academia stessa intorno alla composizione delle forme quadratiche ed alle sue applicazioni.

De Rossi Prof. M. Stefano. – *Presentazione del suo Bullettino del Vulcanismo italiano.*

Il Prof. M. S. De Rossi presentò l'undecimo fascicolo del 1879 del suo Bullettino del Vulcanismo Italiano, richiamando l'attenzione degli adunati sopra le principali trattazioni che esso contiene.

Finalmente il Segretario e il Sig. Principe D. B. Boncompagni presentarono le molte pubblicazioni giunte in dono all'Accademia durante le vacanze estive.

COMUNICAZIONI DEL SEGRETARIO

1. Venne reso conto all'Accademia dell'Udienza Sovrana concessa al Comitato Accademico dalla Santità di N. S. Papa Leone XIII, il giorno 1 Luglio 1879, per la presentazione del volume XXXI degli Atti, e vennero riferite le graziose ed incoraggianti parole colle quali il S. Padre accolse e benedisse i lavori nostri scientifici e la promessa fatta d'ogni favore allo sviluppo ed incremento del lustro dell'Accademia, per quanto consentono le eccezionali presenti circostanze.

2. Fu ancora reso conto delle due dolorose perdite fatte dall'Accademia nel ceto dei Soci onorari, per la morte dell'Avv. Maria Desjardins, e del Conte Prof. Augusto della Porta.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Ordinari. – Comm. A. Cialdi, Presidente – Mons. F. Regnani – Comm. C. Descemet Conte Ab. F. Castracane – Dott. Matteo Lanzi – P. F. S. Provenzali – P. G. S. Ferrari – P. G. Foglini – Prof. M. Azzarelli – Prof. A. Statuti – Principe D. B. Boncompagni – Prof. F. Ladelci – P. G. Lais – Prof. M. S. de Rossi, Segretario.

Onorari. – Can. D. E. Fabiani – Cav. C. Palomba – D. S. Vespasiani.

Aggiunti. – D. Ferdinando dei principi del Drago – Prof. G. Giovenale. – Prof. F. Bonetti – Prof. O. Persiani – Prof. G. Tuccimei.

La seduta aperta legalmente alle ore 2 $\frac{1}{2}$ p. fu chiusa alle 5 p.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Abhandlungen der königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin — Aus dem Jahre* 1878 — Berlin, ecc., 1878. In 4°.
2. —— *der Mathematisch-Physikalischen classe der königlich Bayerischen, ecc.* — Munchen, 1879. In-4°.
3. *Annali della Accademia di scienze, lettere ed arti in Catania, ecc.* — Anno I, — Fasc. III, IV, V, VI. — Catania, ecc., 1879.
4. *Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze Lettere ed arti, ecc.* — Tomo quinto, Serie quinta — Dispensa 7ª, 8ª e 9ª — Venezia, Tip. di G. Antonelli, 1878–79. In 8°.
5. *Atti della R. Accademia delle scienze di Torino, ecc.* Vol. XIV. Disp. 2ª, 3ª, 4ª, 5ª, 6ª e 7ª. — Stamperia Reale di Torino, ecc. In 8.°
6. *Atti della R. Accademia dei Lincei* — Anno CCLXXVI, 1878—79. — Serie 3ª — Vol. III, IV. Roma, coi tipi del Salviucci, 1879.
7. *Atti della Società Crittogamologica Italiana — Volume secondo* — Milano, Tipografia Editrice Lombarda, ecc., 1878. In 4°.
8. *Atti della Accademia Olimpica di Vicenza.* — Secondo Semestre 1878. In-8°.
9. *Auctarium ad Floram novo-comensem editam a Iosepho Comolli, ecc.*, In-4°
10. BAEYER (Dr. Adolfo), *Ueber die chemische Synthese, ecc.*, Munchen, 1878. In 4.
11. BUSIRI (Andrea). — *Progetto dell'avvenire, ecc.* Tip. Tiberina, ecc., In-4°.
12. BUGGE (Sophus). — *Rune-endskrleten paa ringen i forsa kirke i nordre helsingland, ecc.* Christiania, ecc., 1877. In-4°.
13. —— *Altitalische Studien von Sophus Bugge, ecc.* Christiania, ecc. 1878. In-8°
14. *Bollettino dell'Osservatorio della R. Università di Torino.* — Anno XIII, 1879. — Stamperia Reale di Torino. In-4.
15. *Bullettino Meteorologico dell'Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri, ecc.*, Vol. VII, Num. 12. — Vol. X, Num. 6. — Vol. XI, Num. 3—12. — Vol. XII, Num. 1—10. Vol. XIII, Num. 5—6. — Vol. XIV, Num. 1—6.
16. *Bulletin de l'académie impériale des sciences de St.-Pétersbourg.* — Tome XXV. — Num. 4—5. — Juillet, October, 1879. In 4.°
17. *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche pubblicato da B. Boncompagni, ecc.* — Tomo XII, — Giugno 1879. — Roma, ecc. 1879, In 4°.
18. *Bulletin de la Société Impériale des naturalistes de Moscou, ecc.* — Année 1879, Num. 1. — Année 1878, Num. 3—4. Moscou, 1878-79. In-8.
19. CHARRIER (Angelo). — *Osservatorio Astronomico dell' Università degli studi di Torino.* — *Effemeridi del Sole, della Luna, ecc.*, Stamperia Reale di Torino, 1878. In 8.
20. *Catalogo di una scelta e rara raccolta di libri antichi e moderni, ecc.* Roma, ecc., 1879. In-8°.
21. DORNA (Alessandro). — *Applicazione dei principii della meccanica analitica, ecc.* Nota I, II, III e IV. — Stamperia Reale di Torino 1879. In 8.°
22. —— *Sulla determinazione del tempo collo strumento dei passaggi trasportabile, ecc.* Stamperia Reale di Torino, 1879. In-8°.

23. —— *Sullo strumento dei passaggi tascabile di Steger, ecc.* Stamperia Reale di Torino, 1879. In-8°.
24. DE BOSNIASKI (Sigismondo). — *Cenni sopra l'ordinamento cronologico, ecc.*, — Estratto dal Rendiconto dalla Società Toscana di Scienze Naturali, ecc., Pisa, ecc., 1879. In-8°
25. *Dell'Eliotropio e dell'elianto, loro proprietà ed usi economici pel* Dott. A. Chiamenti, *di Chioggia.* — Estratto dal Giornale *Lo Sperimentale, ecc.* Firenze, Tip. Cenniniana. In-8.
26. HENRY (C.) — *Opusculum de multiplicatione et divisione sexagesimalibus, ecc.*, Halis Saxoniae, ecc., 1879.
27. HOLST (Elling). — *Om poncelet's betydning for geometrien, ecc.* Christiania, 1878. In 8.
28. *Intorno ai diversi mezzi proposti per combattere le infezioni parassitarie. Nota sintetica del* Dott. Alessandro Chiamenti. — Estratto dall'*Archivio Clinico Italiano.* — Roma, ecc., 1879. In-8.°
29. *Intorno al parassitismo dell'oidium lactis ed ai mezzi per prevenirne e combatterne lo sviluppo.* — Estratto dal Giornale *Lo Sperimentale, ecc.*, — Firenze, Tip. Cenniniana. In 8°.
30. *Jahreshefte des Vereins fur vaterlandische Naturkunde in Wurttemburg.* Stuttgart 1879. In-8°.
31. KJÉRULF (Dott. Theodor). — *Om stratifikationens Spor, ecc.*, Christiania, 1877. In 8.
32. *La Natura — Direttore Lamberto Cappanera* — Vol. III. — Num. 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 e 22. — In Firenze, ecc. 1879. In 8°.
33. LORENZONI (Giuseppe). — *Sulla determinazione delle coordinate angolari, ecc.*, (*con 4 Tavole*). Venezia, ecc., 1878. In-8°
34. *La Branche Ainée des bourbons le Comte de Chambord et l'adultère.* Lusanne, ecc.. 25 Aout 1873. In-16°
35. *Memorie della Reale Accademia delle scienze di Torino.* — Serie seconda, Tomo XXXI. — Torino, ecc., MDCCCLXXIX. In 4°.
36. *Mémoires de la Société Nationale des Sciences Naturelles et mathématiques de Cherbourg, ecc.* Paris, ecc., 1877-78. In 8.
37. *Mémoire de la Société des sciences Physiques et naturelles de Bordeaux.* — 2.e Série — Tome III. — Paris, ecc., 1878. In 8.
38. *Monatsbericht der Königlich preussischaften Akademie der Wissenschaften zu Berlin,* — November, December 1878. Mai, Juni, Juli, August, 1879. — Berlin, 1879. In 8°
39. *Nieuw Archief voor wiskunde.* — Deel IV. — Amsterdam, ecc., 1878. In-8.
40. *Osservatorio di Moncalieri. Osservazioni Meteorologiche fatte nelle Stazioni Italiane presso le Alpi e gli Appennini, ecc.* — Torino. — Anno VIII. Num. I, II, V, VI, VII, VIII, IX e X. 1878-79. In 8.°
41. *Polybiblion. Revue Bibliographyque Universelle.* Partie littéraire Deuxième Série. — Tome Dixième. — XXVI° de la collection. Deuxième Livraison. — Février. — Quatrième Livraison. — Octobre. — Sixième Livraison — Juin. — Septième Livraison — Juillet. — Huitième Livraison. — Aout. — Partie Technique. — Deuxième Série. Tome Cinquième. — XXVII° de la collection — Deuxième Livraisons. — Février. — Sixième Livraison. — Juin. — Septième et Huitième Livraisons. — Juillet-Aout — Neuvième et Dixième Livraisons. — Septembre-Octobre. — Onzième Livraison. — Novembre. Paris, ecc. 1879. In 8.°
42. *R. Comitato Geologico d'Italia,* — Numeri 1—10. — Gennaio—Ottobre. — Roma, Tipografia Barbèra 1879.
43. *Rendiconto delle sessioni dell' Accademia delle scienze dell' istituto di Bologna. — Anno Accademico* 1878-79. Bologna, ecc., 1879. In-8.
44. *Rassegna Medico Statistica della città di Genova, ecc.* Anno V. N.° X. Ottobre 1878. N.° XI. Novembre 1878. — N. III. Marzo-Aprile, 1879. — N. V. Maggio 1879. In 4°.
45. *Rendiconto della R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche.* — Fascicolo 4°—9° Anno XVII. — Aprile—Settembre 1879. In 4.°
46. *Rapida guarigione di un caso di psoriasis, ecc., Nota del Dott.* A. Chiamenti. — Estratto dal Giornale *Lo Sperimentale, ecc.*, In 8.
47. *Reale Accademia dei Lincei, — Domenico Chelini. — Cenno necrologico per* Luigi Cremona, ecc. — Estratto dal Vol. III.° — Serie 3ª. — Transunti. In-4°.
48. *Rivista Scientifico-Industriale compilata da Guido Vimercati,* Firenze, ecc., 1879. In 8°
49. *Sopra un giudizio del Sig. A. Winnecke, ecc., del P. G. St. Ferrari.* — Estratto dal *Bullettino Meteorologico dell'Osservatorio del Collegio Romano, ecc.* Roma, ecc., 1879. In 8.
50. *Temi di Premio del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, ecc.*, Venezia, ecc, 1879. In 8°.
51. ULRIC (Sigfrid). — *XXII. Jahres-Bericht des Schwedischen, ecc.*, Bremen, 1879 In 8.
52. *Vierteljahrshefte fur Wurttembergische Geschichte und alterthumskunde in Verbindung mit, ecc.,* — Heft I—IV. Stuttgart, ecc., 1878. In-8°
53. *Verhandlungen und Mittheilungen, ecc.* Hermannstandt, 1879. In 8.

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE IIª DEL 25 GENNARO 1880

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. ALESSANDRO CIALDI

MEMORIE E NOTE

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

OSSERVAZIONI METEORICHE ANTICHE

NOTA

DEL P. GIUSEPPE LAIS

Raro è che diligenti osservatori non abbiano reso qualche servigio alle scienze fisiche prima che con universale sistema, in vasta scala, e con la collaborazione di molti si ottenessero quei risultati che ne posero le fondamenta. La meteorologia, che entrò nel campo scientifico per impulso di Carlo Teodoro Elettor Paladino, e che ebbe per seguaci in Bologna il Matteucci, in Padova il Toaldo, ed il Calandrelli ed il Gilii in Roma, l'uno presso il Campidoglio l'altro presso il Vaticano, prima di possedere strumenti che fornissero con precisione il peso dell'atmosfera, il valore del calore, e dell'umidità dell'aria, ebbe lodevoli osservatori di meteore, i quali le registrarono con quell'accuratezza ed apprezzamento che si fa al presente nelle riviste dei diari meteorologici. Due sono le serie di osservazioni di questo genere che inosservate intendo recare alla luce nella presente communicazione, e doppio è lo scopo che mi prefiggo nel parlare di questi materiali scientifici; il 1º di consegnare alla storia i primi tentativi fatti da soli dilettanti ed amatori di meteorologia nella nostra regione; e ciò serve a dare un tributo di giusta lode a chi s'interessò di questi

studî : il 2.° di cavare qualche profitto da questa specie di osservazioni, che serve a stabilire preziosi raffronti dell'età presente con la trascorsa.

È certo che dalle antiche osservazioni raro è che possa trarsene diverso vantaggio; 1° perchè in esse non si trova nè quella costanza, nè quella precisione di orario che adesso sono rigorosamente richieste, 2.° perchè le osservazioni antiche non sono fatte con l'uniformità degli istrumenti che si adoperano presentemente. Ognuno sa quanti perfezionamenti sono stati apportati alla primitiva e più semplice costruzione e con le cure di costruzione frutto dei recenti progressi di fabbricazione, e con la purezza dei materiali impiegati, e con la scorrevolezza dei pezzi, e con le divisioni eseguite con più finezza, e portate con l'uso del microscopio semplice e doppio ai minimi intervalli per metterla in grado di somministrarci con più cautela e sicurezza l'osservazione.

Per quello poi che riguarda il metodo di osservazione, ognuno sa quanta cura si ponga nel determinare gli errori inseparabili da ogni strumento sebbene ben costruito, correggere lo zero della scala, conservare allo strumento la medesima temperatura, e se varia apporvi l'adequata correzione, escludere gl'influssi accidentali, e saggiare l'attitudine dell'osservatore, che deve essere una garanzia della bontà delle osservazioni, per mezzo della detetminazione dell'errore personale.

Quello che non possiamo sperare da strumenti che non si trovano in queste condizioni in ordine alle delicate ricerche alle quali di presente attende la meteorologia, possiamo sperare da semplici osservatori nell'annunzio di fenomeni meteorici d'indole grandiosa in ordine ad altro indirizzo; ciò l'otterremo scoperti che siano i materiali dell'edificio che devesi costruire. Ognun vede che i quadri meteorici locali e regionali presentano ancora molti vuoti, a riempiere i quali, se non si fa profitto dell'osservazione del passato, dovrassi attendere ancor lungo tempo in avvenire prima di colmare ed affrettare questo tempo: ed estenderlo al di là di quello che ci fornisce l'osservazione attuale è già un risultato. Così con quale frequenza e con quale distribuzione in un'area regionale si affacciano le nebbie, le grandini, le brine, i turbini, che tanto interesse presentano per la coltura, non è ben conosciuto, e si attende ancora un quadro statistico basato su le osservazioni che giacciono gran parte inesplorate nei fondi delle biblioteche e degli archivi.

Per tali utilità che in ordine al clima di Roma a della coltura del circondario possono ridondare, si è intrapresa la descrizione dei diarii meteorologici che sottoponiamo.

Diarium Meteorologicum in Castro Candulfo è il titolo prefisso ad un codice vaticano di quaranta cartellini di osservazioni meteoriche antiche, collocato provvisoriamente nella busta, dove sono raccolte le osservazioni di Monsig. Filippo Gilii, e che formerà parte della nuova serie di manoscritti, di cui si va redigendo il catalogo. Ogni cartellino di quattro fogli senza paginatura contiene un anno, ed ha per misura in larghezza cent. 13,5 , ed in lunghezza centimetri 19,4. La pagina è divisa in quattro colonne: nella prima vi è in dicato l'anno, il mese, il giorno, nelle altre i tempi di osservazione *Mane*, *Vespere*, *Noctu*: sotto queste rubriche vanno le principali meteore, la pioggia, il vento (direzione e forza), lo stato del cielo, la nebbia, la rugiada, il caldo, il freddo, il terremoto, le aurore ecc.

Il diario è anonimo: le osservazioni sono scritte in latino e a quando a quando ricorre qualche parola portoghese come nella nota al 3 Marzo 1762, e nella pagina del Maggio 1794, da cui rileviamo che l'osservatore era un distinto ecclesiastico fornito di cognizioni astronomiche, ed in relazione con la specola di Camerino e con altri personaggi ivi nominati. E quì potrebbe farsi la congettura che fosse quello stesso P. Eusebio di Castel Gandolfo, di cui si parla nelle schede appartenute alla specola Gaetani, e che si trovano tra i Mss. dell' illustre meteorologo e botanico Gilii. Il periodo di 40 anni è abbastanza lungo per ammirare la costanza dell'osservatore, che sfornito di mezzi e mosso soltanto dall'amore del vero spontaneamente si dedicava ad uno studio sì povero e di poca o nulla ricompensa; ma il suo lavoro era destinato a profitto e vantaggio dei posteri.

Dall' esame del diario emerge, che non fu tutto eseguito in Castel Gandolfo: (titolo che troviamo annesso all'anno 1760, 1764, 1770, con l'indicazione della latitudine 41° 44'); ma si mostra divisibile in due serie, la prima che ha principio con il 1760 e termina al 1773, e l'altra che va dal 1773 al 1799. Infatti in quest' intervallo troviamo, che la triplice giornaliera osservazione si converte in duplice per la diversa opportunità dell'osservatore, dove è data soltanto quella del giorno e della notte. A questo cangiamento corrisponde l'altro della stazione trasferita in Roma: argomento ne sia il veder nominati alcuni singolari e notissimi edifici colpiti da scariche elettriche, quali sono per l'anno 1775 la chiesa di s. Celso, pel 1778 un incognito punto della città di Roma (hic Romae), nel 1780 la Rotonda, nel 1784 il Banco s. Spirito ecc.

Questa seconda serie è un poco incompleta, e mentre da una parte lodiamo

la perseveranza e l'assiduità dell'osservazione, dall'altra deploriamo qua e là qualche leggera interruzione che non giunge però nel complesso allo spazio di 5 mesi.

Le notizie del vento sono anche più scarse, come era ben naturale dovesse accadere per la poca sicurezza delle osservazioni in una vasta città circondata da eminenti edificii. La sola aggiunta fatta a coteste osservazioni è la lettura di un termometro negli anni 1774 e 1775, da continua che fu nel 1775.

Poniamo qui uno specchio delle osservazioni per tipo di saggio

Januar 1760	Mane	Vespere	Noctu
1	Fer. 3. Sol inter nebul. frigid.	Nubilus vent. SSE.	
2	Fer. 4. Nubil. Sol vix appar.	Nubilus vent. NE.	Pluvia, et vent. SSE fort.
3	Fer. 5. Seren. et clar.	Nebul.	Clar. frigid. NE.
4	Fer. 6. Nubil. Sol vix appar.	Nubil. frigid.	Nubil. frig. S. pluv.
5	Sab. Nubil. temp. nivale.	Idem temp.	Nubil. S. aliq. pluv.
6	Dom. Obscur. et pluvia contin.	Idem temp.	Pluvia. S.
7	Fer. 2. Nubil. et nebula in vallib.	Nub. et frig.	Clar. Seren. NE.
8	Fer. 3. Vent. S. fort. nubil. frig.	Sol int. nub. frig. SSOE.	Vent. SE et clar. frig.
9	Fer. 4. Nubil. frig.	Sol int. nub. SOE.	Id. temp. seren. frig.
10	Fer. 5. Nubil. frig. SSOE.	Frig. nub.	SOE. frig. pluv.
11	Fer. 6. Nubil. frig.	Sol int. nub.	SSOE nub. pluv.
12	Sab. Frig. nub. SOE.	Id. temp.	Nub. Vent. frig. SE.
13	Dom. Nubil. frig.	S. frig. pluvia.	Frig. Nubil.
14	Fer. 2. Sol. int. nub.	Pluv. vent. SSOE.	Nubil. pluvia
15	Fer. 3. Nubil. SSOE.	Id. temp. et frig.	Nubil. S. pluv.
16	Fer. 4. Nubil. frig.	Temp. nivale.	Nubil. et frig.
17	Fer. 5. Clar. et seren.	Id. tempus.	Frig. tempus nivale.
18	Fer. 6. Clar. et seren. frig.	Id. tempus.	Clar. et serenus
19	Sab. Clar. et seren. frig.	Id.	Id.
20	Dom. Clar. et seren.	Id.	Id.
21	Fer. 2. Nubil. frigidiss.	Sol. inter nub.	Sol, inter rariores nub.
22	Fer. 3. Sol clar. et seren.	Id. NE.	Id.
23	Fer. 4. Sol clar. et ser.	Id.	Id.
24	Fer. 5. Aliq. nub. postea Sol.	Sol: clar. et ser.	Id. SE.
25	Fer. 6. Nub. obscur. SSE.	Id.	Id. SSE.
26	Sab. Sol int. nubil.	Id.	Id.
27	Dom. Sol. inter. nub.	Vent. vehem. repent. cess. SOE	Id.
28	Fer. 2. Sol. int. aliq. nub.	Id.	Id.
29	Fer. 3. Sol.	Nebul. alt. rar.	Vent. SOE. Sol. inter. nub.
30	Fer. 4. Sol inter neb. frig.	Nubil.	Nox clar.
31	Fer. 5. Sol clar. et seren.	Id. N. Vent.	Nox clar.

Una serie di codici della Biblioteca Vaticana con la cifra 8397 e seguenti, accoglie osservazioni meteoriche della città di Roma per la durata di 7 anni consecutivi (1783–1789) incl. col titolo di METEORI; è fatta con molta diligenza, e fa onore a chi l'ha intrapresa. I codici sono in 8° legati in pelle mac-

chiata, e la pag. ha cent. 18 per 22,5; Uno solo è mancante, quello dell'anno 1785 che si trova presso l'Osservatorio del Collegio Romano.

Ogni pagina è divisa in 7 colonne: nella prima è segnato il giorno del mese, viene poi l'ora d'osservazione, il barometro letto a pollici linee e decimi, il termometro all'aria libera in gradi e decimi, il vento nella direzione e forza, e l'aspetto del cielo.

La direzione del vento è notata così:

Tramontana	1	Ostro	9
Tramontana Greco . .	2	Ostro Garbino . . .	10
Greco	3	Garbino Libeccio . .	11
Levante Greco . . .	4	Ponente Garbino . .	12
Levante	5	Ponente	13
Levante Scirocco . .	6	Ponente Maestro . .	14
Scirocco	7	Maetro	15
Ostro Scirocco . . .	8	Tramontana Maestro .	16

La velocità del vento è segnata con molta industria in questo modo. I indica il moto delle foglie, II il moto dei piccoli rami, III il moto dei rami grossi, IV il turbine o vento violentissimo, O la calma perfetta.

Per l'aspetto del cielo si nota il sereno perfettissimo ⊙, il nuvolo perfettissimo ==, il più nuvolo che sereno ⩧, il sereno e nuvolo egualmente =, il più sereno che nuvolo ⩦, le nuvole disperse e rarissime ÷. Le meteore poi registrate sono la nebbia ⁘, la pioggia ‖, la neve ⧺, la grandine ⁚ ⁚, la brina ∴, l'iride ⌒, la tempesta con tuoni e fulmini ♂, la pioggia dirottissima ‖*. I segni convenzionali sono identici a quelli dei giornali delle antiche osservazioni del Collegio Romano: i caratteri nitidissimi: i titoli sono in rosso ed in nero i numeri. L'esattezza dell'indicazione delle più piccole meteore è garanzia della scrupolosa osservazione del barometro, e del termometro.

Che siano osservazioni romane si prova col raffronto non solo della coincidenza della pioggia, ma bensì delle scariche elettriche cadute in Roma, e notate nei registri delle osservazioni della specola Gaetani. Non oserei affermare che siano vaticane; 1° perchè Mons. Gilii dice di essere stato il primo organizzatore nella torre dei venti di un sistema di osservazioni meteoriche, 2° per l'autorità del Sig. Astronomo Feliciano Scarpellini, che accompagnando nel 1787 il celebre Toaldo nella torre dei venti trovò il luogo deserto e convertito ad altr'uso. Ecco un saggio delle osservazioni raccolte nel 1783 come sono state registrate all'originale.

DIES	HORA	BAROMETRUM P.	L.	D.	THERMOMETR. IUXTA BAROM. G.	D.	THERMOMETR. LIB. AER. EXPOS. G.	D.	VENTUS D.	V.	COELI FACIES
Mer.	12 ½	27	10		10		7		16	0	= =
1	24	27	10	5	11		9	8	3	0	⊙
Jov.	13	27	11	5	10		4	5	1	0	= =
2	24	28	1		10		8		1	0	= =
Ven.	13	28	1		9		4		16	0	= =
3	1	28	1		10		7		16	0	= =
Sat.	13	28	1		9		4	5	16	0	∴ ·.·
4	24	28	2		10		7	5	16	0	≡
Dom.	13	28	3		9		4		16	0	≡ ·.·
5	24	28	3		11		8		16	0	= =
Lun.	13	28	1	5	10		7	5	4	0	‖ ∴
6	24	28			10		9	5	8	0	‖ = =
Mar.	13	27	10		10	5	9	5	8	0	= =
7	24	27	8	5	11	5	10	5	9	0	= =
Mer.	13 ½	27	8		11		10		8	0	= =
8	24	27	8		11	5	11		16	0	= =
Iov.	13	27	10		11		8		1	0	= =
9	24	27	10		11		10		7	0	⊙
Ven.	13	27	11		10	5	6		2	0	⊙ ∴ ·.·
10	24	27	11		11		10		2	0	⊙
Sat.	13	27	11	5	10	5	7	5	2	0	= =
11	24	28		5	11	2	10	5	8	0	0 —

DIES	HORA	BAROMETRUM P.	L.	D.	THERMOMETR. IUXTA BAROM. G.	D.	THERMOMETR. LIB. AER. EXPOS. G.	D.	VENTUS D.	V.	COELI FACIES
Dom.	12 ½	28	0	5	10	8	8		6	0	= =
12	24	28	0	5	12		11		9	0	= =
Lun.	13 ½	27	11	5	11		10		8	II	= = ‖
13	24	27	9		11	8	10	3	8	I	‖
Mar.	13 ½	27	8		11		7		3	0	⊖— ∴
14	24	27	9		12		10	5	6	0	≡
Mer.	13	27	8		11		8		6	0	= =
15	24	27	8		11	8	6	5	8	I	= =
Jov.	13	27	7		11	8	11		9	0	= =
16	24	27	6		12		10	5	11	II	⊖—
Ven.	13	27	6		11	5	9		6	0	= = ∴
17	24	27	5		12	3	9	7	7	0	= =
Sat.	13	27	4		11	4	6	3	2	0	≡ ∴
18	14	27	3	5	11	5	7		1	0	⊙
Dom.	13 ½	27	5		10		4		1	0	⊙ ∷ ∴
19	24	27	6	5	11		7	5	8	II	‖
Lun.	13	27	8		10	3	5	8	3	0	= = ∴
20	24	27	9		11		8		10	0	⊙
Mar.	13	27	11		10		5		2	0	⊙ ∴
21	24	27	11		10		9		2	0	= =
Mer.	13	27	5	5	10	5	8		6	III	= =
22	24	27	4		11		8		2	0	⊖—

DIES	HORA	BAROMETRUM P.	L.	D.	THERMOMETR. IUXTA BAROM. G.	D.	THERMOMRTR. LIB. AER. EXPOS. G.	D.	VENTUS D.	V.	COELI FACIES
Jov.	13	27	5		10		5	5	2	III	‖ ∴
23	24	27	3		10	3	6		3	II	‖
Ven.	13	27	5		9	8	5	2	2	II	= =
24	24	27	7	5	10	5	7	5	1	III	⊙
Sat.	13	27	10		10	4	4		2	0	⊙ ∴
25	24	27	11		10	6	3	5	1	0	⊙
Dom.	13	27	11		9		3		1	0	—=
26	24	27	11		11	2	8		1	0	⊙
Lun.	14	27	11		9		3		2	0	—=
27	24	27	11		10	2	8		16	0	= =
Mar.	13	27		9	9	5	6	5	16	0	= = ‖
28	24	27		6	10		8		4	0	‖
Mer.	13	27	6	5	9	5	5		3	0	0 — ∴
29	24	27	8	5'	11		9	5	2	II	⊙
Jov.	13	27	11		10		5	5	1	0	0 —
30	24	28	0	5	11		10		5	0	⊙
Ven.	13 ½	28	1	5	10		4	5	2	0	0 — ∴
31	24	28	1	5	11		10		10	0	⊙

In altra comunicazione darò un cenno di altri rinvenimenti più o meno ricchi di osservazioni meteorologiche, che oltre alla storia, ed al profitto della meteorologia, potranno servire come materiali al lavoro della generale statistica cronologica e topografica dei fenomeni modificatori lo stato geologico del globo del chmo segr. Cav. Michele Stefano de Rossi.

NUOVA CONTRIBUZIONE ALLA FLORULA DELLE DIATOMEE DEL MEDITERRANEO

DELL' AB. FRANCESCO CASTRACANE DEGLI ANTELMINELLI

Il Creatore nella sua infinita sapienza, avendo decretato creare l'uomo a sua immagine e somiglianza, preparò la terra perchè dovesse a quello servire di dimora, e dall'origine dei tempi la dispose atta a produrre varietà di frutti e la volle popolata di pesci, di quadrupedi e di volatili di forme indefinitamente svariate, dei quali l'uomo costituì signore, chiamandoli a rassegna avanti lui, perchè a ciascuna specie imponesse il nome. Oltre di che avendo costituito l'uomo padrone di tutte le creature abitanti la terra, alle quali lo féce superiore nel dotarlo di ragione, così conseguentemente a differenza di tutti gli altri animali lo volle essere perfettibile, infondendogli una insaziabile sete di cognizioni, per la quale, nel mentre che gli è concesso progredire indefinitamente nello scoprimento del vero, ne fosse all'istesso tempo mantenuta viva la curiosità con la prospettiva di sempre nuove cognizioni da acquistare. Per tal modo l' uomo riconosce la nobiltà della propria natura nel continuo allargarsi dell'orizzonte della Scienza, alla quale aspira, e per la quale con ineffabile sentimento di piacere si adopera, mentre contemporaneamente ripiegandosi sopra se stesso viene ad ogni momento a sentire la sua nullità ed è portato ad umiliarsi innanzi al suo Creatore. Tale è la condizione di chi per soddifare alla smania innata di allargare le sue cognizioni indagando l' intima struttura dei corpi e le indefinitamente svariate maraviglie del microcosmo ricorre al microscopio e ne richiede l'ajuto di quanto quel prezioso istrumento di ricerca può dare di ingrandimento e di definizione. Ogni progresso di quello conduce l'osservatore a sempre nuove conquiste, e lo allieta nello svelargli nuove maraviglie: ma lungi dal renderlo pienamente contento invece gli fa intravedere ognora più lontani orizzonti ed un infinitamente più lontano confine, al quale gli è dato l'avvicinarsi ma non mai pervenire; mantenendone sempre eccitata la curiosità nel mentre che riconosce di non poter mai toccare l'ultima meta.

Il nuovo potente impulso avuto nella prima metà del secolo dai diversi rami di scienze naturali portò al perfezionamento del moderno microscopio, e questo oltre a innumerevoli altri minimi organismi ci svelò l'esistenza quasi non sospettata dell'ordine delle Diatomee, le quali alla loro volta nel

presentare dettagli e particolarità strutturali di squisita finezza su le loro valve silicee promossero il perfezionamento del microscopio, mentre gli studiosi ricercarono dagli Ottici prattici objettivi di sempre maggior forza e di più esatta costruzione. Tale progresso fu iniziato con l' introduzione degli objettivi ad immersione, cioè tali che richiedono l'apposizione di una gocciolina su la lente frontale del sistema objettivo, per cui mezzo la superficie di detta lente è messa in relazione con l'oggetto. Tale costruzione di objettivi fu lode dell' insigne nostro Micrografo il Modenese Professore Giovanni Battista Amici, e venne completata dalla introduzione in quelli della vite di correzione immaginata dal celebre Ottico Inglese Andrea Ross, con la quale vengono eliminate empiricamente le residuali aberrazioni sferica e cromatica. Ma l'ultimo considerevole progresso realizzato nella costruzione degli objettivi fuori di ogni dubbio vuolsi riconoscere in quelli detti ad immersione omogenea, cioè ad immersione di liquido tale, che abbia il suo indice di rifrazione eguale a quello del vetro copri–oggetto, i quali danno costantemente una immagine quasi perfettamente esente da qualsiasi aberrazione. Simile costruzione, la di cui prima idea venne escogitata dal nostro Amici, fu eseguita in Iena dall'abilissimo Ottico Signor Carlo Zeiss, e la formula ne venne calcolata dal Ch. Sig. Professore Abbe. L' invenzione di tale genere di objettivi ha segnato un notevole passo nel progressivo miglioramento del Microscopio, mentre l'uso della vite di correzione implicava un elemento incessante di incertezza nell' ingrandimento, il quale necessariamente variava ad ogni muovere della vite per la cangiata relativa distanza delle lenti, che compongono il sistema objettivo. Ma ancora con questi ultimi notevolissimi perfezionamenti fin a qual punto di finezza potranno tentare di giungere i nostri Microscopi? L'illustre fisico Professore Helmoltz ha determinato che il limite della visibilità nel Microscopio, per la natura della luce e in connessione con la lunghezza dell'onda luminosa, non possa arrivare più oltre di $\frac{1}{10000}$ di millimetro, quantunque l' insigne Micrografo Americano Colonnello Woodward ed io abbiamo potuto riprodurre con la fotomicrografia $\frac{1}{4480}$ di millimetro; ma sia pure che possasi distinguere $\frac{1}{5000}$ di millimetro, sia anche che possa distinguersi finezza del doppio maggiore: e crederemo che non vi siano organismi immensamente più piccoli, che mai ci sarà dato distinguere? e potremmo mai pretendere di scorgere con alcun più perfetto istrumento ottico la molecola della materia e l'atomo? Ed ecco come, nel mentre che il Microscopio ci svolge dinnanzi gli occhi un campo sconfinato di ricerche, e conseguente-

mente tiene eccitata la nostra curiosità, siamo però in pari tempo richiamati a meditare su la meschinità e deplorevole insufficienza di quelli stessi mezzi dei quali andiamo tanto superbi: e nell'istesso istante nel quale riconosciamo la nostra grandissima superiorità su gli animali nella facoltà di estendere le nostre cognizioni, precisamente da quella siamo richiamati a confessare il nostro nulla, e ad umiliarci avanti Colui, che ci ha creato.

La congenita tendenza, la quale mi spinge ad indagare le maraviglie della Creazione nelle minime cose, memore qual sono della verità della sentenza del grande Linneo – *Natura nunquam tam mirabilis quam in minimis* –, nel seguire con la maggiore sollecitudine ogni progresso del Microscopio, mi decise a fornirmi di uno dei nuovi objettivi di Zeiss. Questi ebbe la gentilezza di mandarmi non uno ma due dei nuovi objettivi, l'uno di $\frac{1}{8}$, l'altro di $\frac{1}{12}$ di pollice tedesco (*zoll*) di foco, affinchè potessi confrontarli, ed eleggere il migliore. Dopo lunghi ed accurati sperimenti mi attenni all'objettivo meno forte, avendo con la maggiore certezza riconosciuto, che non vi era *test* più rigoroso, il quale non venisse perfettamente risoluto dal più debole dei due objettivi come dal più forte, mentre l'objettivo più debole reggeva perfettamente ai più potenti oculari. E valga a prova l'aver io potuto con l'$\frac{1}{8}$ di pollice far vedere spiccatissime le minime lineette dell'*Amphipleura pellucida*. Kg. preparata al balsamo nella *Probe-platte* di Möller, però sotto l'influenza di illuminazione monocromatica: e di questo me ne possono far fede i Ch. Sigg. Professori Klebs di Praga e Tommasi Crudeli. Conseguenza del possedere un tanto squisito objettivo per me fu il riconoscere e lo scoprire ad ogni tanto nuove particolarità di struttura in non pochi tipi di Diatomee: per tal guisa sono messo al caso di controllare le osservazioni degli altri, e ancora di supplirle non infrequentemente nella parte, nella quale per avventura trovansi deficienti. Quindi ne viene, che quotidianamente debba avere ricorso a un tale efficacissimo mezzo di ricerca nell'esplorare le molteplici forme di Diatomee, che si contengono nelle diverse raccolte, che vado facendo, o che mi vengono cortesemente procurate dai miei Corrispondenti.

Ad esempio e a prova del sin qui detto mi sia permesso presentare lo studio da me fatto di una lavanda di alghe dello stretto di Messina, o a meglio dire di una preparazione racchiudente le forme silicee provenienti da detta lavanda. Fra i molti esempi, che avrei potuto egualmente addurre, ho dato la preferenza a quella preparazione, perchè racchiude alcuna singolare forma riconoscibile nel suo dettaglio soltanto con objet-

tivo tale come quello che possiedo, e perchè in pari tempo verrò così ad aggiungere un nuovo manipolo di forme diverse alla florula diatomacea di quelle istesse acque da me in altra occasione illustrata quando ebbi l'onore di presentare a questa Accademia l' – *Esame del contenuto nello stomaco di una* SALPA PINNATA *pescata a Messina* – (Atti dell'Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei. Anno XXVIII. Sessione V del 25 Aprile 1875). Ma qui nel muovere il passo mi si presenta una difficoltà su l'ordine da seguire nella enumerazione delle forme generiche e specifiche da me determinate nella preparazione presa ad esame. Una classificazione da riunire sistematicamente e in un modo razionale tutti i diversi tipi di Diatomee fu il desiderio di tutti sin dai primi anni della scoperta di quelle. Più di una di tali classificazioni venne immaginata, che però il progresso delle nostre conoscenze intorno le Diatomee istesse fece escludere, essendosi dovuto riconoscere, che molti generi da prima proposti, erano unicamente costituiti da modalità di stato e di vegetazione di talune forme, che quindi non avevano titolo sufficiente da venire distratte dai generi, ai quali la forma della cellula silicea le avrebbe riportate. Così in questi ultimi anni il Ch. D.r Pfitzer di Bonn seguito dai distinti Micrografi Alberto Grunow e Paolo Petit ha creduto di fondare una prima distinzione su la disposizione, nella quale si mostra l'endocroma nell' interno della cellula diatomacea, non avvertendo, che tale disposizione non è affatto costante per tal guisa, che una medesima Diatomea, la quale suole avere l'endocroma in una o due grandi masse o placche disposte lungo le due valve, in altra epoca evolutiva lo ha distinto in numerosi piccoli e uniformi corpicciuoli rotondi, costituenti individualità distinte: così che se generalmente una forma viene noverata fra le *placocromatiche*, ora è forza confessarla cangiata in *coccocromatica*. Di simile apparente anomalia ho registrato numerosissimi esempj, e ne ho incontrato altresì nell' istessa lavanda di alghe dalla quale proviene la preparazione, che ora imprendo ad esaminare; d'altronde parmi fuori di ogni dubbio, che anche un solo caso bene accertato sarebbe sufficiente a convincere della insussistenza di una simile base di classificazione, quantunque quella avrebbe presentato l' immenso vantaggio d'appoggiarsi ad una disposizione naturale.

Potrà pertanto ammettersi a base di precipua distinzione la forma dell'endocroma nella Diatomea, quando questa é tutt'altro che costante? Quindi è, che in attesa che venga proposta una migliore classificazione, mi sarà permesso anche in questa volta il registrare le forme generiche e specifiche determinate nella suindicata preparazione semplicemente in ordine alfabetico.

Le specie da me osservate iu questa preparazione sono:

Actinocyclus fulvus, E.
Actinocyclus subtilis Greg.
Amphiprora alata, Kg. (= *Amphicampa alata*, Rabh.)
Amphiprora lepidoptera, Greg.
Amphora costata, Sm.
Amphora ovalis, Kg.
Biddulphia aurita, Breb.
Biddulphia pulchella, Gray.
Campylodiscus decorus, Breb.
Campylodiscus Lorenzianus, Grun.
Cocconeis fimbriata, E.
Cocconeis Grevillei, Sm.
Cocconeis pseudomarginata, Greg.
Cocconeis Regina, Iohnston.
Coscinodiscus concavus, E.
Coscinodiscus eccentricus, E.
Coscinodiscus irroratus, n. s. (?).

Questo *Coscinodiscus* si trova nella preparazione in più esemplari di diversa grandezza. Esso richiamò la mia attenzione per la minutezza insolita dei granuli eguali che lo ricoprono senza ordine definito, ma tendente alla disposizione fascicolata, e il vederlo raramente sparso con qualche regolarità di granuli più salienti. A meglio studiare tale forma la volli riprodotta in fotogramma , e i granuli così misurati con l'usato mio sistema della projezzione li trovai tali da contarne 1300 al millimetro. Però alla designazione della nuova specie volli apporre il segno dubitativo, non potendo nel momento accertarmi se non coincide con i caratteri del *C. Punctulatus*. Greg. Con tale riserva ecco la definizione:

Coscinodiscus irroratus , n. s. (?) *C. mediocris , punctulis æqualibus nullo certo ordine dispositis, quorum nonnulli sparsim erectiores. Punctuli* 1300 *in millemetro*.

Coscinodiscus lineatus, E.
Coscinodiscus profundus, E.
Cyclophora tenuis, Castracane.
Cyclotella marginata, n. s.

È la prima volta, che incontro fra Diatomee marine una *Cyclotella*, nè so che da altri sia stata rinvenuta in simile condizione. È una delle forme più grandi nel suo genere, ed è singolarmente cospicua per il suo grande margine saliente, che risulta da forti e piuttosto rade costole. Una larga area centrale mostrasi liscia, finchè ne nasce una bella corona di strie e lineole. Lo spazio rimanente fra la corona e il margine è diviso da un contorno di granuli. Se tale Diatomea fosse avventizia in questa raccolta marina, come materiale convogliato da fiumi, non saprei riguardarla appartenente ad alcuna delle specie conosciute, e perciò mi ritengo autorizzato a designarla con il nome di

Cyclotella marginata, n. s. *Cy. striato-marginata, lineis ab area latiori tereti circumradiantibus, punctulorum corona a margine disjunctis.*

Epithemia marina, Donkin.
Grammatophora macilenta, Sm.
Grammatophora marina, Kg.
Grammatophora serpentina, Ralfs.
Grammatophora undulata, E.
Mastogloia apiculata, Sm. var?
Mastologia Smithii, Thw.
Navicula Bombus, E.
Navicula Crabro, Kg.
Navicula elliptica, Sm.
Navicula gemina, E. var. *Forma striata*, A. S.
Navicula interrupta, Kg.
Navicula Liber, Sm.
Navicula Lyra, E. var. *elliptica*.
Navicula Smithii; Breb.
Nitschia distans, Greg.
Nitschia Entomon. Pritch.
Nitzschia insignis, Greg.
Nitschia macilenta, Greg.
Nitzschia panduriformis, Greg.
Nitzschia Sigma, Sm.
Orthoneis punctatissima, Grun. (= *Cocconeis punctatissima*) Grev.
Pinnularia directa, Sm.
Pleurosigma formosum, Sm.
Pleurosigma naviculaceum, Breb.

Podosphenia ovata, Sm.
Rhabdonema Adriaticum. Kg.
Stauroneis aspera, Kg.
Surirella fastuosa, E.
Surirella striatula, Turp.
Synedra calva, n. s.

Synedra calva n. s. *Sy. a latere zonali linearis truncata; valvæ lineares, apicibus rotundatis; striæ medio interruptæ, ad apices cessantes,* 1100 *numerantur in millemetro.* Non è affatto rara questa forma nella nostra raccolta; essa appartiene alla sezione *Ulnaria* Kg. Questa specie ha esattamente il profilo della *Sy. obtusa* di Smith, la quale dal Ch. Rabenhorst è riunita alla *Sy. splendens*. Kg. della quale viene detta var. *æqualis*, dove Rabenhorst la dice « *sub polis subito attenuatis* » ad onta che di tale notevole circostanza il celebre Smith nè ha fatto cenno nè trovasi indizio nella (*Synopsis of the British Diatomaceæ* Tav. XI. Fig. 92). La singolarità dei due vertici lisci ha suggerito il nome specifico, mentre l'*habitat* in unione al sudetto carattere e alla misura delle strie le dà pieno diritto ad essere riguardata quale specie distinta.

Synedra crystallina, Kg.
Synedra Dalmatica, Kg.
Synedra fulgens, Sm.
Synedra superba, Kg.
Synedra toxoneides, n. s.

Synedra toxoneides n. s. *Sy. gracillima, acicularis, leniter curvata: valvis lineari-lanceolatis: apicibus clavatis: striis transversis marginalibus luce oblique reflexa vix conspicuis, quarum numerus* 2300 *in millemetro.*

Questa elegantissima *Synedra* a forma di arco (arco τόξον in greco) per la sua esilità lunghezza e graziosa curvatura, è alquanto rara e le sue estremamente delicate strie marginali richiedono la più abile disposizione di luce obliqua, e un objettivo della eccellenza di quello ad immersione omogenea di Zeiss per essere distinte. Da alcuni anni io avevo notato questa forma lievemente curvata nell'Adriatico, e nominatamente in Ancona, allo scoglio di S. Clemente, e la considerai come nuova. Lo studio che ne ho fatto di nuovo mi confermano nell'istessa idea.

Synedra undulata, Baril.
Synedra undulata, var.

Questa forma di *Synedra undulata*, Bail. differisce molto dalla tipica, mentre non è per nulla simmetrica avendo l'una delle estremità grandemente abbreviata, mentre i due vertici vedonsi in egual modo clavati.

Striatella unipunctata. Lyngb. Ag.
Triblionella punctata, Sm.

Nè dopo tale enumerazione vuolsi ritenere esaurita quella dei diversi tipi di Diatomee, che si contengono nella preparazione presa ad esame, nè molto meno i diversi tipi che si hanno in quella raccolta dello stretto di Messina. Ivi sono altre forme che richiedono ulteriore studio e che quindi rimetto il farle conoscere in altra occasione. Per modo di esempio ricorderò una *Amphora* con nodulo dilatato a stauro, la quale presenta la singolarità di striazione parallela obliqua incidente a destra e a sinistra dello stauro. L'averne trovato un solo esemplare imperfetto mi toglie il determinarne completamente i caratteri. Vi sono ancora abbastanza frequenti esemplari di *Navicula* prossima alla *N. Liber*, ma che ne differiscono sotto molti riguardi, nè si riscontrano fra i molti tipi figurati alla Tavola 50ª dell'Atlante delle Diatomee conosciute di Adolfo Schmidt, e che rimetterò il far conoscere in altra circostanza, essendo una forma molto interessante. Ma anche con tali omissioni mi persuado di avere ampiamente dimostrato quanto copiosa messe attenda a largamente compensare chiunque imprenda a studiare le Diatomee ancorchè voglia restringere le sue ricerche alle forme indigene, essendo che ricchissima ne è la flora italiana generalmente e in particolar modo quella dei mari, che circondano la nostra bella penisola; e la messe riuscirà di tanto maggior pregio quanto più efficaci saranno i mezzi nella osservazione adoperati.

SOPRA LA RELAZIONE FRA I MASSIMI E MINIMI DELLE MACCHIE SOLARI E LE STRAORDINARIE PERTURBAZIONI MAGNETICHE

DECIMA COMMUNICAZIONE

DEL P. G. STANISLAO FERRARI S. J.

Nella nona Comunicazione che facemmo intorno ai risultati de'nostri studi e di quelli del Ch. Sig. Ab. Eugenio Spée diretti a confermare l'ormai manifesta correlazione che passa fra i fenomeni solari e quelli del magnetismo terrestre, si fece osservare come per siffatto studio siano oltremodo favorevoli gli anni del minimo delle macchie solari; conciossiachè la loro scarsezza fa sì, che se ne possano seguire con più attenzione le varie fasi, e sempre più si esclude l'ipotesi che il loro accordo sia una mera coincidenza senza il minimo nesso di cagione e di effetto.

Quindi è che se a tal fine fu prezioso l'anno 1875 nel quale il numero delle macchie era disceso ad 86, mentre nel 1874 era di 153, ancor più prezioso sarà il 1876 poichè in esso soltanto 58 se ne contarono.

Come già facemmo negli anni 1872 e 1873 intorno alla correlazione delle nostre perturbazioni straordinarie e quelle che avvenivano all'Habana, e pel 1874 con quelle di Greenwich, così in quest'anno abbiamo una luminosa conferma del carattare cosmico di questi fenomeni se si mettano a confronto le osservazioni del Collegio Romano con quelle fatte a Stonyhurst in Inghilterra, a Vienna in Austria, e quel che più monta, nel nostro Osservatorio di Zi-ka-wei presso Chang-hai nella Cina, alla Latitudine 31° 12′ 30″ N. ed alla Longitudine di $7^h\ 56^m\ 24^s$ Est da Parigi.

Vuolsi dapprima osservare col compianto P. A. Secchi nella sua XV^a ed ultima comunicazione sopra le protuberanze e le macchie solari osservate in quest'anno (1) che la sola cosa importante da rilevare fu la scarsezza di numero e la piccola estensione della prominenze solari e delle facole, che tutte sono d'accordo colla scarsezza delle macchie in questo periodo che si accosta al minimo undecennale periodico.

La circostanza più importante da esso allora notata, fu quella di aver veduto bene spesso dei getti sottilissimi alzarsi perpendicolarmente all'orlo solare, conservando la loro direzione perfettamente rettilinea fino all'altezza

(1) V. Atti dell'Acc. Pont. de'N. Lincei Vol. xxx. pag. 51. e segg.

di oltre due minuti in arco. « Per noi che eravamo avvezzi (così il Ch. Autore) a vedere le protuberanze sempre inclinate e sistematicamente piegate con certa legge, e per fino i piccoli filetti della cromosfera curvati graziosamente in senso sistematico, il veder ora questi fili generalmente dritti, e più vederne di quelli che si sollevano fino all'altezza superiore di un minuto e perfino due, è cosa affatto sorprendente. »

» La spiegazione del fatto non è difficile, ma essa è del più alto interesse per la teoria solare. Ciò mostra una quiete assoluta nell'atmosfera dell'astro, la quale lascia salir così dritte queste colonne, come talora vediamo accadere durante la calma atmosferica, nei fumi de' nostri camini, che si piegano del resto per ogni minimo vento. Abbiamo dunque la prova che nell'epoca de' minimi delle macchie e delle protuberanze, il Sole sta in una vera quiete relativa, e che cessano le grandi correnti che strascinano la cromosfera e le protuberanze. Ciò non vuol dire che in queste epoche non vi abbiano mai da essere eruzioni di sorta, ciò non si pretende da noi e sarebbe assurdo. Ma diciamo che il fatto è questo: 1° che sono più rare, 2° che sono meno intense, quindi 3° durano meno se sono di queste piccole. Benchè le grandi e rare durano sovente, in proporzione molto più nei tempi di calma che in quelli di grande agitazione. » Fin qui egli.

Ricordiamo al lettore che il diametro delle projezioni delle macchie è di millimetri 244, laonde un millimetro equivale ad 8″ incirca e l'unità di misura per le macchie è uguale ad un quadrato di un millimetro di lato senza fare nessuna correzione per lo scorcio delle projezioni della curvatura solare.

« Non ignoriamo, soggiungeva il P. Secchi, quanto questo sistema sia imperfetto, ma rispondiamo che lo studio del Sole qualora volesse farsi con più precisione di questa, esigerebbe un personale ben più copioso, ed una fatica ben più grande di quella che possiamo intraprendere noi. Del resto questo stesso modo di osservazione non siamo tentati a cambiarlo nel timore che il meglio non sia nemico del bene, essendo questo modo usato fin ora fecondo di risultati non trascurabili e perciò degno di essere continuato. »

Come già fu notato nell'esame de' fenomeni solari e magnetici pel 1874, e si verifica ogni qualvolta, trascorsa che sia l'epoca del massimo incomincia a decrescere l'attività sulla superficie solare, dando un'occhiata alla curva che esprime la frequenza relativa del numero delle macchie, si comincia a scorgere in essa un'assai meno notevole distinzione in periodi, compresi fra un massimo e due minimi assoluti, come vedevasi nelle curve degli anni di maggiore attività; e l'aspetto della curva è anzi quello di una continua

fluttuazione fra lo stato di calma espresso dall'assenza delle macchie e quello di una debole attività espresso dal piccolo aumento non maggiore di due o tre macchie sulla superficie solare.

Dalla curva suddetta apparisce eziandio confermata la 2ª legge, propria degli anni di minore attività, che cioè, le perturbazioni oltre ad essere generalmente assai più deboli, avvengono principalmente quando nel sole, di pulito che era, si formano alcune macchie.

Avendo pertanto presa a dividere la curva che esprime la frequenza relativa del semplice numero delle macchie, (e che fù da noi pubblicata nel riassunto delle nostre ricerche intorno alla correlazione fra i fenomeni solari ad i magnetici letto nella sessione 7ª del 17 Giugno 1877) secondo i periodi di alternativa delle medesime, ne trovammo dodici ben distinti, che risaltano agli occhi a prima vista. Ora avendo con metodo indipendente preso ad esaminare, ne'quadri pubblicati dal P. Secchi nella sopracitata comunicazione, i numeri che esprimono la quantità dell'area di superficie perturbata dalle macchie, grande fu la nostra sorpresa vedendo che precisamente nello stesso numero di 12 periodi, e perfino dentro i medesimi limiti si succedevano le alternative fra i massimi e minimi assoluti dell'area di superficie perturbata, corrispondendo così perfettamente fra loro i due metodi sopra esposti.

Quel che possiamo dire generalmente intorno alla più volte mentovata correlazione fra i fenomeni solari ed i magnetici, si è che in in quest'anno 1876 alla diminuita attività solare tenne dietro una simile dimiuuzione nell'attività del magnetismo terrestre. Infatti, stando alla definizione da noi data al principio di queste nostre ricerche pe'vari gradi di perturbazioni straordinarie, in quest'anno non si ebbe, a dir vero, nessuna perturbazione fortissima, che cioè oltrepassasse le 40 divisioni nel bifilare. Solo se n'ebbero 4 *forti*, di quelle cioè che sono comprese fra il doppio e il quadruplo dell'escursione media degli strumenti. Anzi *una sola* a tutto rigore giunse pressochè al limite delle fortissime e fu quella del 20 Febbraio, come vedremo, e fu la sola notata come tale a Zi-ka-wei ed accade all'epoca stessa in cui accadde da noi a Vienna ed a Stonyhurst, tenuto conto della differenza di longitudine. Ma di ciò a suo luogo.

Veniamo pertanto coll'esame dei singoli periodi in cerca della conferma sopra la relazione fra i fenomeni solari e quelli del magnetismo terrestre. Per buona ventura ci è agevole questo compito avendo noi sott'occhi i quadri già pubblicati negli anni scorsi tanto per gli uni quanto per gli altri, sia nel bullettino meteorologico di quell'anno, sia nei quadri riassuntivi

per ciascun mese circa le macchie e le protuberanze, colle relative note ed i numeri esprimenti l'area di superficie perturbata per ciascun giorno. Dissi per buona ventura, chè altrimenti, cacciati violentemente, come fummo, dall'Osservatorio, affidatoci dal nostro venerato Maestro il P. Secchi, ivi dovemmo (almeno fino a causa finita ne' tribunali) lasciare i disegni del sole fatti colle nostre mani, ogni dì sereno, colle macchie e le protuberanze. Qualunque però sia per essere l'esito della causa ne' tribunali, ho già provveduto per trovar modo di proseguire fra non molto i diletti studi con proprie e personali osservazioni e così conservare le tradizioni ed i metodi usati dal compianto nostro Direttore e Maestro, secondo gl'incoraggiamenti avutine per lettera dai principali Astronomi italiani e stranieri, il che riuscì a noi di non lieve conforto nella grave sventura incoltaci, pressochè inaudita negli annali della scienza.

Il 1° periodo pertanto, sia nel numero come nella quantità di superficie perturbata delle macchie sul sole si estende dal 1° Gennaio al 4 Febbraio, compreso fra i due limiti notevolissimi di zero ed 1^{mmq}, con un massimo di 30^{mmq} il giorno 20. E qui ci piace di far notare l'enorme differenza che passa fra i valori che in quest'anno esprimono l'area di superficie perturbata e quelli degli anni del massimo e che già abbiamo pubblicato ai loro tempi, e specialmente nel 1871, in cui si ebbero fino a 400^{mmq} pe' massimi e pressochè 100^{mmq} pei minimi. In quest'anno invece tutti i minimi assoluti si tennero al zero e ad 1^{mmq} ed il massimo assoluto di tutto l'anno giunse soltanto a 45^{mmq}.

Il mese di Gennaio incominciò senza nessuna macchia sul sole e così durò fino al 6. Dall'8 al 16 vedeasi sul sole una piccola macchia a guisa di poro di 1 o 2^{mmq} di superficie, ma in pari tempo osservò il Ch. P. Secchi che il Sole vedevasi assai punteggiato. Non mancò la perturbazione ne' magneti la quale nel bifilare produsse una discesa di 19 divisioni. Anche a Stonyhurst fu notata simile perturbazione dal P. Perry la quale ivi salì al massimo di forza fra le 6 pom. del 14 e le 2 ant. del 15. I magneti proseguirono e da noi ed a Stonyhurst ad essere perturbati mediocremente fino al 17.

Il giorno 17 notavasi all'Orlo Est (immagine diretta) una vivissima eruzione, e il dì seguente vedeasi una macchia sul luogo preciso dell'eruzione coronata all'orlo da frangie assai vive. Il giorno 19 continuavano tuttora li getti dietro la macchia ed il 20 si vide una coda di macchiette che la seguiva. L'area di superficie perturbata, salì da 7 a 30^{mmq} di superficie ed era ancora di 26^{mmq} il 24.

Mirabile però fu la concordanza di questa manifestazione parziale d'attività solare con lo stato del magnetismo terrestre. Il declinometro percorse il 22 e 23 fino ad 11', cioè pressochè il triplo dell' ordinarie sue escursioni per questo mese. Il bifilare fù anch'esso largo e perturbato e strettissimo il verticale. Simile perturbazione trovo notata nei registri di Vienna e di Stonyhurst pel declinometro. A Vienna il 22 oscillò fra 28' e 13' ed a Stonyhurst trovo notato che il 22 a sera si ebbe una notevole diminuzione nella declinazione, ma il più rapido movimento si ebbe il 23 fra le 5^h e le 7^h pom. discendendo la declinazione di 42' 58'' in meno di mezz'ora, e risalendo poscia rapidamente.

Dal 26 a tutto il 30 il cielo fu coperto, ed il 31 eravi sul sole una sola macchietta nucleare di 3^{mmq} di superficie con magneti strettissimi. E così ebbe fine col 4 Febbraio questo 1° periodo.

Il 2° periodo che gli successe, ebbe il suo 2° minimo assoluto il giorno 24 Febbrajo con totale assenza di macchie. Il massimo assoluto che, come dicemmo, fu il più notevole di tutto quest'anno, salì a 45^{mmq} di superficie perturbata il giorno 15. Ci tratterremo alquanto nello studio del medesimo, conciossiachè da esso in maniera tutta speciale confermasi tanto l'ormai dimostrata correlazione de'fenomeni solari e magnetici, quanto la simultaneità delle variazioni straordinarie del magnetismo terrestre fra luoghi disparatissimi qualora si tenga conto delle differenze di longitudine.

Affine di meglio seguire le vicende di questi fenomeni, altro non faremo dapprima se non trascrivere esattamente e senza commenti le note che il Ch. P. Secchi aggiunse al quadro riassuntivo di questo mese.

« Giorno 3. Punte vive al Polo Nord.

» 9. A 59° e 64° due getti alti, leggieri, dritti di H. Sfumati, sfilosi, ed in cima quieti. Il 2.° è piegato un poco verso il primo. A 97° vi è eruzione viva assai, presi molti disegni. Si aspetta la macchia, ma pel tempo cattivo, non può vedersi che ai 12.

» 12. Gran macchia n° 8 grossa, nucleare. Ha una lingua nel nucleo. La 7ª sta all'orlo occidentale, ed ivi sono molti getti e fili vivi. Altri getti a 280.° Superficie perturbata 27^{mmq}. 13. La macchia è allungata ed ha un ponte. Vari getti leggieri alti, ma quieti. Superficie perturbata 41^{mmq}.

» 15. Il gran nucleo è diviso in tre da due punti. Superficie perturbata 45^{mmq}.

» 18. Il nucleo è allungato e diviso da due ponti in tre, che si sono anche allontanati, Superficie perturbata 40^{mmq}.

» 20. La macchia 8 ha 4 nuclei. Snperficie perturbata 30^{mmq}.

» 21. I 4 nuclei sono meglio separati di ieri. Grande ammasso di getti d'H. da 282° a 293°. Superficie perturbata 17^{mmq}.

» 22. Superficie perturbata 9^{mmq}.

» 24. Il tempo cattivo di ieri ha impedito l'osservazione della macchia all'orlo: oggi però seguitano nel luogo molte punte di viva ed alta cromosfera, sormontata da molti cirri idrogenici. Aria cattiva. Nessuna macchia sul sole. »

Prendiamo ora ad esame lo stato degli strumenti magnetici tanto da noi quanto nelle altre tre soprannominate stazioni; di Vienna cioè di Stonyhurst e di Zi–ka–wei, durante questo periodo del passaggio delle gran macchia n.° 8 sul sole.

Come già notammo in altre comunicazioni le perturbazioni straordinarie magnetiche che accadono al sopravvenire delle macchie non vanno intese così che al semplice apparire di un' eruzione o d' una macchia immediatamente debba accadere la perturbazione; sibbene richiedesi un certo numero di giorni prima che vengasi ad alterare profondamente lo stato del magnetismo terrestre. Basta quindi, perchè sussista tale correlazione, che la perturbazione straordinaria avvenga durante lo spazio di tempo impiegato dalla macchia o dal gruppo a passare per effetto della rotazione del sole davanti a noi.

Ciò premesso, ecco quanto rilevasi dai registri degli strumenti magnetici pubblicati dalle sopradette stazioni. E per cominciare dalla nostra, fino dal giorno 9 i tre magneti erano tutti fuor d'ora sebbene moderati nell'escursione diurna. Così si mantennero fino a tutto il giorno 8, salvochè il bifilare oltre ad essere perturbato, fu esagerato il 13 di 16,6 divisioni ed il 17 di 14,5 divisioni. Il declinometro invece ed il verticale furono piuttosto stretti. Il giorno 19 poi appena toccato il massimo assoluto dell'area di superficie perturbata, il declinometro discese di 10^{d} ossia di 13',6 alle 10^{h} 6^{m} pom. risalendo fino alle 9^{h} ant. del giorno 20 di 19', 36''. Il bifilare discese di 38^{d} ossia di 1° 6', il verticale poi oscillò di 19', 30'' in quest'intervallo. Fu quindi straordinaria, e assai forte questa perturbazione.

A Vienna l'escursione totale del declinometro dalle 9^{h} pom. del 19 alle 2^{h} pom. del 2° fu di 14', 24''. Altro non veggo notato in quei registri.

A Stonyhurst (1) il Rev. P. Perry S. J. assai minutamente, secondo l'usato, descrive le perturbazioni magnetiche di questo mese; e dopo avere accennato ad una discreta perturbazione del giorno 5, la quale da noi si ebbe principalmente nel bifilare che percorse 25,7 divisioni della scala ossia 43', viene poscia alle

(1) Results of meteorological and magnetical Observations 1876, pag. 47—48.

perturbazioni del 13–14, e del 17–18 e finalmente a quella del 19–20 la quale è da esso chiamata *the greatest storm of the year*, la più grande burrasca di tutto l'anno. Essa nel registro fotografico, ivi in uso, cominciò colà alle $3^h 45^m$ ant. del 19 e durò fino al mezzodì del 20.

« La prima indicazione della perturbazione fu un rapido movimento verso Ovest nell'ago di Declinazione, accompagnato da un debole ma ben pronunziato aumento nella forza orizontale, la variazione però nella forza verticale era ben poco sensibile. Una pausa verificossi nella burrasca fra le 8^h ant. e le $5^h 15^m$ pom. del 19. I movimenti in generale erano sciolti, ma vedeansi frequentemente delle rapide e brevi oscillazioni nelle ore antimeridiane del 19 e del 20. L'ago di Declinazione giunse al suo minimo nella mezzanotte del 19, ed il massimo fu raggiunto due ore più tardi; l'aumento della Declinazione durante questo breve intervallo fu di 1° 8′ 2″. Il bifilare eziandio fece un rapido movimento in questo medesimo intervallo di tempo e nelle due ore seguenti. La rapida diminuzione nella forza verticale cominciò alle ore 10 pom. del 19 e proseguì fino a tanto che il magnete non fu gettato compiutamente al di là del suo punto d'equilibrio fra le 2^h e le 3^h ant. La notte del 19 sfortunatamente era del tutto coperta, ma la *luce aurorale* fu chiaramente visibile alle $10^h 39^m$ pom. Ne' giorni 21, 22 e fino al 24 e 27 i moti irregolari degli aghi prima di mezzanotte furono ben notati nelle curve fotografiche ». Fin qui il P. Perry.

Da questa descrizione chiaro apparisce trattarsi qui di una straordinaria perturbazione magnetica di *carattere aurorale* quali le abbiamo esposte nelle precedenti comunicazioni allorchè si estendevano negli anni del massimo fino alle nostre latitudini.

Sebbene da noi fosse minore il grado d'intensità, pure è manifesta la coincidenza perfetta ne'moti degli strumenti magnetici con quelli di Stonyhurst.

Veniamo finalmente alla stazione di Zi-ka-wei presso Chang-hai nelle Cina ove trovasi un Osservatorio Meteorologico e Magnetico fondato nel 1872 dai PP. della Compagnia di Gesù ed ora diretto dal P. Dechevrens. Ivi l'osservatorio magnetico è montato sul sistema di Kew e di Stonyhurst delle curve fotografiche.

In quest'osservatorio di Zi-ka-wei la perturbazione del 20 febbrajo è stata studiata con ispeciale, attenzione, ed ivi pure è stata la sola fortissima di tutto l'anno. Tale perturbazione fu tanto sensibile che ne fu pubblicato un quadro litografico ponendolo a riscontro con una forte perturbazione nell'equilibrio atmosferico notata nel meteorografo del P. Secchi che ivi è in azione.

Noi ci occuperemo soltanto di ciò che riguarda la straordinaria perturbazione nella declinazione magnetica, che è la sola che trovo ivi notata.

Essendo pertanto la longitudine di Zi-ka-wei di $7^h\ 56^m\ 24^s$ Est da Parigi, ne risulta che da Roma sarà di $7^h\ 15^m\ 48^s$ Est secondo l'Alm. Nautico di Greenwich. Avendo quindi sul reticolo del quadro sopraccitato (tenendo conto della suddetta differenza di longitudine), tracciato per punti i valori dati dal nostro declinometro, subito a colpo d'occhio apparve manifesta la simultaneità del fenomeno per la nostra e quella rimota stazione.

Ecco come descrive con brevità e chiarezza, il Ch. P. Dechevrens la perturbazione di Zi-ka-wei. « Dopo avere (così egli) pei due giorni consecutivi 19, 20 tracciata la curva delle osservazioni orarie, affine di meglio far risaltare la perturbazione dell'ago nel giorno 20 rispetto al suo normale andamento del 19, fra le 65 osservazioni fatte in quel giorno, io trascriverò qui unicamente i principali valori.

PERTURBAZIONE MAGNETICA DEL 20 FEBBRAIO 1876

Ore – Declin.e	Ore – Declin.e	Ore – Declin.e
$7^h\ 30^m$ a. = $2^\circ\ 5',70$	$2^h\ 50^m$ p. = $1^\circ\ 59',74$	$4^h\ 40^m$ p. = $1^\circ 58',94$
12 30 p. = 2 2, 93	4 0 » = 1 57 48	6 0 » = 1 57 14
2 30 » = 2 1, 33	4 15 » = 1 56 04	7 0 » = 1 58 37

La variazione osservata in quel giorno fu di 10 minuti, mentre la variazione diurna normale in Febbrajo non è che di circa 2 minuti (v. bull. del 1874). L'inclinazione e l'intensità furono esse pure perturbate, e se ne possono vedere i valori osservati nei quadri delle giornaliere osservazioni alla data del 20 Febbrajo. »

Per averne un'idea faremo notare come essendo il medio valore mensile (esclusone il giorno 20) dell'Inclinazione = $46^\circ\ 14'\ 8''$; pel giorno 20 si ebbe $46^\circ\ 21'\ 8''$; e quanto all'Intensità si ebbe per media mensile della componente orizzontale il valore X = 6,94977 (un. ingl.) mentre il giorno 20 si ebbe X = 6,9282.

Ora avendo noi come dicemmo tracciato accanto alla curva di Zi-ka-wei la curva di Roma tenendo conto della longitudine, esse progrediscono pressochè parallele, tanto che il minimo principale che accadeva alle ore 4 pom. del 20 a Zi-ka-wei, in Roma accadeva alle 9 ant. dello stesso giorno cioè a dire pressochè nel medesimo istante, essendo Zi-ka-wei, come dicemmo $7^h\ 16^m\ 48^s$ all'Est di Roma.

Da quanto abbiamo finora, alquanto per disteso esposto, chiaro si scorge, come all'*unica* principale manifestazione di attività solare in tutto quest'an-

no, corrispose esattamente l'*unica* fortissima straordinaria perturbazione magnetica, generale per tutto il globo, e pressochè simultanea in così disparate stazioni. Il che somministra una prova luminosa della strettissima, da noi propugnata, correlazione fra i fenomeni solari ed i magnetici, non solo in generale, ma eziandio nei casi particolari, specialmente nell'epoca del minimo loro valore. Tanto che, come abbiamo altra volta fatto notare, siffatta correlazione è per noi sì evidente, che anche prima di esaminare più dappresso i loro valori, non appena scorgiamo l'apparizione di una macchia o gruppo di qualche entità sulla superficie solare, che subito siamo certi che non dovrà mancare la corrispondente perturbazione, ben inteso, dentro i limiti e le condizioni già espresse nelle anteriori comunicazioni.

Non appena erasi compito questo periodo il giorno 24, che prima di cominciare il 3° susseguente vi fu un breve intervallo in cui si ebbe un piccolo risveglio di attività pel passaggio d'una macchietta e d'un piccolo gruppetto formato da vari punti che giunse al massimo di 7^{mmq} il giorno 27 e si chiuse prima di compiere il suo passaggio per la rotazione. Il P. Secchi pel giorno 25 scriveva nel suo registro: « a 100° si ha una piccola eruzione viva, ma sottile. Fili vivi, bassi, e fumi alti nel luogo della macchia 8 già tramontata. 26. Facola viva presso l'eruzioncella di jeri. »

Or bene, sì poca cosa non mancò della corrispondente straordinaria mediocre perturbazione magnetica, specialmente nel bifilare, che fu largo e perturbato percorrendo il doppio della sua ordinaria escursione diurna, essendo fuor d'ora il massimo del declinometro. A Stonyhurst fu pure notata quest'agitazione dei magneti.

Il 3.° periodo corre dal 3 di Marzo al 2 di Aprile, ed è compreso fra due minimi di zero assoluto, ed un massimo il 22 con 34^{mmq} di superficie perturbata. Dall'1 al 13 si ebbe generalmente tempo cattivo che impediva l'osservazione, ma nei giorni d'osservazione discreta si vedeva ben poca cosa. Il giorno 6 vedesi notato negli specchi mensili un piccol gruppo formato da quattro piccoli punti con una superficie di 4^{mmq}. Il giorno 8 esso era chiuso. I magneti furono assai stretti ed invece fu largo e perturbato il bifilare. Dal 14 al 31 si ebbe un periodo di discreta attività con passaggio sul sole di quattro macchie e gruppi formati da molti piccoli punti che giunsero il 22 al numero di 30 ed occupavano una superficie di 34^{mmq}. La macchia 15 però era piuttosto grande e nucleare. In questo periodo di parecchi giorni e specialmente dal 22 al 27 non si potè fare l'osservazione pel tempo cattivo.

Come era da aspettarsi, anche a questo periodo di attività relativa sulla superficie solare corrispose esattamente la corrispondente perturbazione nel magnetismo terrestre. Essa fu notata da noi, a Vienna ed a Stonyhurst, e fu generale in tutti i magneti. A Vienna l'escursione fra le 2^h e le 9^h pom. fu di 17′ nel declinometro. « A Stonyhurst (così il P. Perry) la burrasca magnetica del 25 si manifestò con un subitaneo aumento di declinazione poco dopo le 2^h ant. seguito da una oscillazione a piccoli tremiti fra le 6 e le 7 ant. I magneti rimasero perturbati fino alla fine del mese. Un considerevole aumento di forza verticale si ebbe verso le 6^h 40^m pom. del 25, ed una diminuzione, meno notevole, si ebbe alle 5^h ant. del 27 ed alle 11^h pom. del 30. Sulla curva della forza orizzontale la burrasca del 25 fu notata soltanto da una debole e continua irregolarità, ma i moti della sera del 30 erano assai decisi. »

Nel nostro osservatorio il 25 si ebbe una ben forte perturbazione generale in tutti i magneti. Le ore tropiche quanto al declinometro ed al verticale non furono sensibilmente alterate, e solo furono esagerate le loro escursioni sopra il consueto valore del medio diurno. Così il declinometro percorse dalle 9^h ant. alle 2^h 50^m pom. 12 divisioni, ossia 16′,3 quasi come quello di Vienna. Il verticale eziandio percorse dal minimo del mezzodì alle 9^h 20 pom. 12 divisioni ossia (nella sua scala) 25′. Il bifilare fu il più perturbato e quanto all'escursione e quanto allo spostamento delle ore tropiche, percorrendo dalle 7^h ant. alle 9^h pom. una continua discesa di 31, 2 divisioni ossia 54′, 6.

A questi tre periodi ne' quali si ebbe una discreta benchè mediocre, attività sulla superficie solare succede il 4° periodo nel quale si ebbe una straordinaria calma sul sole dal 2 Aprile ai 30 di Giugno. Questa manifestossi per una assenza quasi totale di macchie ed una notevole diminuzione nel numero e nell'estensione delle facole e delle protuberanze. Come apparisce dai quadri in quell' epoca pubblicati nel bullettino dal Ch. P. Secchi, nel mese di Aprile si videro tre sole macchiette, ed il massimo di superficie perturbata fu di 4^{mmq} il giorno 19. Nel Maggio se ne videro 4, ed anch'esse, salvo la macchia 21 che occupò 10^{mmq} di superficie, tutte furono piccolissime. Nel Giugno furono ancor più piccole e se ne videro tre, le quali arrivarono soltanto ad occupare soli 2^{mmq} di superficie perturbata.

A questo stato di calma nel sole corrispose altrettanto di calma nello stato del magnetismo terrestre. Salvo alcune poche irregolarità ne' magneti dovute in parte ai cangiamenti nello stato atmosferico, in questi mesi i magneti furono assai tranquilli tanto da noi quanto a Stonyhurst. Il ch. P. Perry, intorno alle perturbazioni magnetiche dell'Aprile, osserva come due sole

mediocri perturbazioni si ebbero, la 1ª circa le 6^h pom. dell'8, e la 2ª il 19 assai breve; e che i magneti furono al sommo (exceedingly) tranquilli per tutto il mese. Le curve della forza verticale, atteso la loro somma regolarità, mostrano assai chiaramente l'andamento diurno con un massimo presso le 9^h pom.

Tutto questo si è verificato anche da noi e la perturbazione del 19 si fece sentire specialmente nel bifilare, che percorse 14 divisioni ossia 24', 5 senza però alterare l'andamento diurno e fu piuttosto una esagerazione del minimo pomeridiano. Essa accadde dopo il passaggio delle poche macchie di cui parlammo, e da quest'epoca fino al giorno 8 di Maggio non fu più vista alcuna macchia sul Sole.

Nel mese di Maggio da noi ed a Stonyhurst si nota la medesima calma negli strumenti magnetici ed atteso la cattiva stagione non si può ben confermare la coincidenza delle perturbazioni mediocri col passaggio delle poche macchie sul sole, oltre a ciò la macchia nucleare comparsa il giorno 8 era ormai esausta di attività avendo appartenuto alla precedente rotazione e rapidamente diminuì di estensione e si chiuse prima di arrivare all'orlo Ovest per effetto della rotazione. Sul termine della rivista meteorologica di questo mese pubblicata nel Bullettino si legge: « i magneti furono generalmente tranquilli senza straordinarie escursioni, salvo qualche fluttuazione nel bifilare ed anche il periodo diurno fu assai ristretto, specialmente nel verticale, il quale era più che raddoppiato negli anni corrispondenti al massimo di attività sulla superficie solare ».

Nel mese di Giugno continua la stessa calma solare e magnetica. Due sole mediocri perturbazioni furono notate a Stonyhurst e da noi nei giorni 16 e 28; e quella del 28 in particolare, che fu più forte, corrispose esattamente alla formazione di un piccolo gruppo verso ponente dal 26 al 29, indizio di una parziale attività con 3^{mmq} di superficie perturbata.

Il 5.° periodo è compreso fra il breve intervallo che corre dal 30 Giugno al 15 Luglio. I due minimi furono di zero assoluto ed il massimo, assai mediocre, fu di 16^{mmq} di di superficie perturbata il giorno 3 di Luglio e quanto al numero delle piccole macchie fu di 3 dal 6 al 10 Luglio. Ecco quali note pose a questo periodo il compianto P. Secchi.

1–10. Pochissime fiamme in tutto questo periodo. Nascono alcune macchiette ma presto scompaiono e si chiudono, riducendosi a semplici punti. Agli 11 è un vero minimo quanto alle protuberanze.

Durante il passaggio della macchia (28) che fu la più notevole si ebbe un

risveglio proporzionato nel bifilare e nel verticale che raddoppiarono la loro escursione sul finire della 1.ª decade e furono perturbati. La massima escursione del bifilare fu di 17', 5 il giorno 10 e quella del verticale di 18', 2 il giorno 8. Anche a Stonyhurst si notò dal principio del mese fino al 17 che gli aghi erano instabili.

Il 6° periodo, anch'esso assai breve, si estende fino al 2 di Agosto, compreso fra due minimi di zero assoluto e col massimo di 6^{mmq} di superficie perturbata il 23 e 24 Luglio. Il massimo del numero delle macchie fu di 3 nei giorni 21 e 22.

Quantunque, come ognun vede, ristrettissima l'attività solare, pure colla relativa proporzione l'accompagnò l'esquilibrio magnetico osservato specialmente da noi ed a Stonyhurst. Lo stato dell'attività solare viene così riassunto dal P. Secchi.

16. Recrudescenza dei getti idrogenici. Cromosfera alta ai poli.

18. Roba minuta benchè numerosa. Esagerazioni della cromosfera.

19. Cresce un gruppo di puntini al luogo della facola di ieri, ed una facola ov'era un gettarello.

20. La macchia 32 nasce al luogo della facola di ieri.

22–22. La 33 ha un bel nucleo che domani è diviso in due.

27. La cromosfera è alta da pertutto. La macchia s'impiccolisce.

28. Tutto oggi è meno attivo. La macchia è un poro.

30. Finita la piccola macchia (34), durata un giorno. Comincia un gruppetto di pori (35).

Si fa il passaggio delle macchie (33) quello che fu accompagnato dalla corrispondente mediocre perturbazione specialmente nel bifilare specialmente nei giorni 22 e 26. L'escursione fu di 14', 87. A Stonyhurst fu notato come fra il 26, il 28 ed al mattino del 30 i magneti erano irregolari. E generalmente parlando durante il mese di luglio i magneti furono assai meno tranquilli che nei tre mesi precedenti.

Il 7° periodo, dal termine del precedente ha l'altro limite il 6 di settembre con zero assoluto di macchie. Il suo massimo assoluto fu di 14^{mmq} di superficie perturbata il 18 con altro secondario di 10^{mmq} il 27.

Dall'1 al 16 fuvvi completa assenza di macchie, e del 16 fino al 1° settembre non si vide mai sul sole più d'una macchia per volta, le quali ancora si chiusero o s'impiccolirono prima del loro tramonto per la rotazione. Ecco ciò che pubblicammo intorno a questo periodo nella Rivista meteorologica del Luglio 1876 del nostro Bullettino Meteorologico.

« Il Sole fu quasi totalmente per tutto il mese privo di macchie, e solo due gruppetti formaronsi dal 16 al 21 e dal 24 al 28 ai quali corrisponde un pò di esagerazione nel bifilare; e grande fu la regolarità negli strumenti magnetici, salvo qualche leggiera fluttuazione e piccolo spostamento orario nel bifilare e nel verticale. È singolare la costanza di questa correlazione fra i fenomeni solari ed i magnetici, ed è tanto più importante, ora specialmente, che che ci troviamo prossimi all'epoca del minimo undecennale assoluto. Se prendiamo invece ad esame l'Agosto del 1871, epoca del massimo, ben 18 macchie o gruppi si formarono sulla superficie solare, molte e grandi furono le perturbazioni magnetiche e varie aurore boreali si videro nell'Europa. Ora niente di tutto questo ci annunzia il bullettino di Parigi.

Dalle note del P. Secchi risulta come le macchie 36 e 37 furono nell'interno dei loro nuclei assai agitate e cangiarono notevolmente di forma. A questo ci sembra doversi ascrivere la maggiore escursione del bifilare in questo mese se paragonisi a quella del mese scorso. Veduta il 30 all'orlo la macchia 38 presentò de' getti alti e filosi, assai vivi. A Stonyhurst per questo mese, quanto ai magneti, leggesi: che il mese cominciò con tre giorni alquanto sturbati. I magneti furono pure irregolari il 12 e il 13 prima del mezzodì, ed il 30 e 31.

L'8° periodo, di breve durata, e compreso anch'esso fra due minimi di zero assoluto, si estende dal 6 settembre al 21. Il massimo assoluto fu di 18^{mmq} di superficie perturbata con una sola macchia, la 40.ª Essa fu nucleare e grande e formossi e scomparve nell'intervallo di 7 giorni cioè dal 13 al 20. Nota il P. Secchi che essa nacque sul disco solare precisamente dove due giorni prima vedeansi a 101° delle fiamme vive l'11. Essa era fornita di pori nella penombra. I magneti furono fluttuanti e perturbati ma senza notevoli escursioni. La stesso viene notato per Stonyhurst ne' giorni 13, 14 e 15. Il 22 all'epoca del minimo assoluto si ebbe, come più volte abbiamo fatto osservare, la maggiore escursione del bifilare che fu di 20′, 2 mentre l'escursione media decadica fu di 12′, 6.

Il 9° periodo, dal minimo del precedente giunge fino agli 8 di Ottobre epoca del suo secondo minimo di zero assoluto. Anch'esso è breve come il precedente ed ha il suo massimo di 33^{mmq} di superficie perturbata il 30 Settembre. Esso fu cagionato dal rapido sviluppo d'un gruppo (42) il quale comparve come un ammasso di piccoli pori che allargossi il 27, ed il 30 presentava due nuclei il secondo de' quali frastagliato. Il 1.° di Ottobre esso era diviso in molti piccoli punti che formavano una catena la quale avea

ruotato a sinistra. Il 2 la catena si è chiusa in circolo dalla parte opposta. La macchia 43 è all'orlo e sopra di essa evvi un ammasso di fiamme. Vera eruzione, della quale si fanno varii disegni. Il magnesio, osserva il P. Secchi, s'indebolisce ma non si rovescia.

A questa parziale attività sulla superficie solare corrispose una relativa esagerazione nel bifilare con 25', 47 di escursione, cioè più che il triplo del valore medio decadico per questo anno che è di 8', 50. Un'altra simile escursione si ebbe il giorno 6 sul termine del periodo. Anche il declinometro fu largo e fluttuante.

Simile perturbazione fu notata a Stonyhurst ed a Vienna nel declinometro. « A Stonyhurst (così il P. Perry) una notevole diminuzione della declinazione durò dalle 4^h pom. dal 21 Settembre fino alle 7 ant. del 23. Essa fu accompagnata da simile diminuzione tanto nel verticale, quanto e più forte nel bifilare. Le curve del 26 e 27 sono piuttosto irregolari. Questa perturbazione crebbe fino ai 6 del mese di Ottobre, è poscia i magneti rapidamente riacquistarono la loro tranquillità ».

A Vienna parimenti si ebbe una simile diminuzione nella declinazione dalle 2^h pom. alle 7^h ant. del 23. e due altre più estese escursioni il 4 ed il 6 Ottobre.

Dal che apparisce come non solamente le straordinarie e fortissime perturbazioni sono quelle che, come abbiamo veduto, si manifestano simultaneamente in luoghi fra se distanti ma eziandio le mediocri, il che è una prova che ancor esse sono prodotte da una medesima causa, la quale forma tuttora il soggetto delle investigazioni dei dotti, ma che sembra intimamente connessa collo stato variabile dell'attività sulla superficie solare.

Il 10° periodo è compreso anch'esso fra due minimi di zero assoluto, il precedente cioè, e quello del 30 Ottobre che ne determina il limite. Il massimo assoluto fu di 17^{mmq} di superficie perturbata il 17, e di 16^{mmq} il 22 con una diminuzione intermedia il 18. Questo periodo a preferenza dei cinque precedenti si distinse per una straordinaria perturbazione magnetica, la quale, secondo il consueto, fu simultanea nelle summentovate stazioni; e per l'epoca di maggior calma nella quale ora trovansi gli strumenti magnetici, può chiamarsi secondo la convenuta definizione, straordinaria e fortissima.

Il compianto P. Secchi nelle sue note ai fenomeni solari pel mese di Ottobre riguardo a questo periodo osservò pel giorno 10, epoca del principio, che notavasi una recrudescenza nelle fiamme al formarsi d'una macchia benchè piccola. Il giorno 13 eravi qualche fiammone grande. Il 14 e 15 recrudescenza

di fiammoni alti e filosi. Il 17 leggesi: la macchia 44 è all'orlo, ha una facola vivissima intorno ed è molto frastagliata. Aspettiamo l'eruzione. All'Est è una viva eruzioncella, aspettiamo una macchia. Il 18: Macchia 44 mezza fuori a ponente, eruzione sopra essa. Macchia 45 entrata dentro a levante. L'eruzione non ismentì. La macchia 45 è piccoletta. Fino al 23 si ebbe un intervallo di tempo cattivo.

23. La 45 forma un nucleo principale ed una coda che è sparita quest'oggi. Finalmente il giorno 30 è notato che la macchia 45 tramonta ed ha molti gettarelli sopra, ma bassi e vivi a punte: Era sul chiudersi.

È quindi manifesto da queste osservazioni come in questo periodo fuvvi una particolare attività sulla superficie solare la quale appunto ebbe il suo parallellismo, in quella del magnetismo terrestre.

Il giorno 11 si notava in tutti gli strumenti magnetici una discreta perturbazione tanto da noi quanto a Stonyhurst. Il bifilare specialmente percorse 17 divisioni ossia 29', 7. Il declinometro fu stretto e fluttuante e quasi paralizzato il verticale, che percorse nell'escursione due sole divisioni ed ebbe il minimo fuor d'ora. Ciò corrispose al principiare dell'attività sul sole la quale principalmente manifestossi non tanto nell'apparire della macchia sotto forma di pori sulla facola del dì precedente quanto nell'aumento delle fiamme e protuberanze, le quali mentre il giorno 8 occupavano soltanto 62^{mmq} di superficie all'intorno del disco solare ed erano in numero di 4, il giorno 12 salirono al numero di 12 ed occupavano ben 182^{mmq} di superficie. Un'altra escursioncella nel bifilare si ebbe il giorno 16 di 17' e perturbazione nelle ore tropiche. Il 17 l'area di superficie occupata dai fiammoni era di 228^{mmq} e si ebbe il 1° massimo del periodo di 17^{mmq} di superficie nella macchia 64.

A questo primo massimo succedette, un breve intervallo di relativa calma, i fiammoni calarono a 101^{mmq} di superficie ed a 4^{mmq} le macchie 44 e 45. Poscia ricrebbe nuovamente l'attività solare, specialmente nella macchia n° 45 che giunse al suo massimo come la precedente di 16^{mmq} di superficie e presentava cangiamenti di forma nell'interno della sua penombra e ne' dintorni.

Il 23 pertanto, epoca del suo massimo si ebbe la maggiore straordinaria perturbazione magnetica, nel declinometro che fu largo e calante di 10', 2; ma specialmente nel bifilare che percorse ben 29 divisioni pari a 50', 7 in arco. A Stonyhurst questa perturbazione viene notata col titolo di burrasca (Storm) nello stesso giorno 23 con un minimo molto deciso. A Vienna il declino-

metro discese a 13', 2 alle 9^h p. da 28', 2 delle 9^h a. del dì precedente, e questa oscillazione, come straordinaria fu ivi notata con asterisco.

Da questo giorno diminuì rapidamente l'attività col tramontare della macchia ed il 30 si ebbe il 2° minimo di zero assoluto, quanto alle macchie, sebbene vi fossero tuttora 7 protuberanze coll'area complessiva di 202^{mmq}.

L'11° periodo, come il precedente, è compreso fra due minimi di zero assoluto e và fino ai 25 di Novembre. Le note apposte dall'illustre P. Secchi a questo periodo, che coincide appunto coll'andamento de' giorni del mese, indicano essere stata relativamente debole l'attività solare. Vi furono ancora in questo periodo due brevi rialzi con due massimi e minimi; il periodo del 31 Ottobre fino al 6 Novembre l'altro dal 6 Novembre fino ai 25. Il massimo principale fu quanto all'area delle macchie ne' giorni 18 e 19 con 13^{mmq} di superficie perturbata, il secondario si ebbe il giorno 3 con 9^{mmq} di superficie.

Otto furono in questo periodo le macchie che vennero formandosi e chiudendosi sul disco solare. Sebbene di poca importanza pure ancora per esse verificossi la solita coincidenza coi fenomeni magnetici, specialmente nel bifilare. Prima ancora di sapere in quali giorni vi furono sul sole queste varie manifestazioni di relativa, benchè debole, attività, eransi notati i giorni ne' quali furono straordinarie le escursioni del bifilare mentre gli altri magneti erano quasi paralizzati o strettissimi, e furono pubblicati nel bullettino di quell'epoca (Vol. XV pag. 101 e 104). Ora in quei giorni appunto nel registro delle macchie solari veggonsi notati i numeri progressivi delle varie macchie che venivansi formando, per lo più in forma di pori di poca durata.

Cominciò pertanto il periodo con un gruppo di punti che andò crescendo fino al giorno 3 in cui si ebbe, come dicemmo, il 1° massimo secondario di 9^{mmq} di superficie. Ad essi corrispose una straordinaria perturbazione nel bifilare il quale mentre il giorno 1 Novembre fu stretto assai, il giorno 3 percorse 22' e ne percorse 17' il 2 e il 4. Anche il declinometro fu pertnrbato.

Tramontate le macchie 46 il giorno 6 con un cono fino fino ma vivissimo pel suo nucleo all'orlo, come dice il P. Secchi, i magneti ritornarono ad essere tranquilli, fino al giorno 10, non essendovi nei giorni 6 e 7 nessun poro e nessuna macchia sul sole.

Il giorno 10 Novembre cominciò un parziale risveglio di attività sulla superficie solare che durò fino al 22 e con esso i magneti tanto da noi quanto a Stonyhurst ed a Vienna si ebbero ne' giorni 10, 13 e 14, i magneti perturbati piuttosto fortemente. Il bifilare il 10 percorse 37' 8; il declinometro 17' 3 e 19', 1 il verticale. Il 13 il bifilare ne percorse 28'.

Nota il P. Secchi ne'suoi appunti spettroscopici per questo intervallo, come le macchie sono semplici pori e durano poco ed i fili delle cromosfere sono dritti. Dal 24 al 26 non vi sono macchie affatto e così chiudesi questo periodo.

Il 12° ed ultimo periodo corre dal 25 Novembre al 31 Decembre Il 1° minimo, termine del periodo precedente, fu di zero assoluto, il 2° fu di 7^{mmq} di superficie perturbata essendo ancora presso all'orlo l'unica macchia nucleare di questo periodo. Il massimo si ebbe il giorno 23 con 37^{mmq} di superficie.

Nei giorni 2 e 3 osservato un piccolo poro senza protuberanza di sorta e fino al giorno 11 si ebbe sempre tempo cattivo, e però fu impedita l'osservazione.

I magneti però da noi furono in questa 1ª decade quasi sempre perturbati sebbene leggermente e solo nel giorno 10 si ebbe una piuttosto forte perturbazione generale in tutti i magneti ma non osservata a Stonyhurst ed a Vienna. Forse fu essa in connessione colle vicende meteorologiche locali, poichè le perturbazioni in connessione coi fenomeni solari sono generalmente comuni alle più disparate stagioni sulla superficie del globo, come abbiamo ampiamente dimostrato nelle precedenti comunicazioni. A Stonyhurst soltanto pel giorno 10 fu notata una certa irregolarità ne'magneti, ma fu cosa di poco momento.

Dall'11 al 17 fu fatta l'osservazione solare ma tranne alcune protuberanze idrogeniche non si vide nessuna macchia. Il giorno 17 nota il P. Secchi che vedeasi una macchia (55) all'orlo Est che aveva eruzione metallica viva, ma bassa. Il 20 fu vista con molto strascico al posto dell'eruzione, essa avea due nuclei vicini che parvero ne'dì seguenti dotati di moto rotatorio relativo. Essa era presso all'orlo Ovest il giorno 29, ma non avea ancora nulla di facole e distava dall'orlo 8 in 10″. Notisi che non avea facole precedenti. Tutto questo è indizio che non era dotata di molta attività, quale dovea avere esaurito durante il suo passaggio dell'emisfero opposto.

La sola perturbazione mediocre straordinaria durante il suo passaggio comune fra noi e Stonyhurst si fu quelle del 22 con 19′ di escursione nel bifilare seguita da un'altra il 26, da noi soltanto, con 23′ di escursione essendo paralizzati il declinometro e il verticale.

Così ebbe termine lo stato di attività solare e del magnetismo terrestre nell'anno 1876. Dovremmo ora proseguire lo stesso esame pel 1877 come fu annunziato in questa sessione, ma la materia cresciutaci fra mano ci astringe ad esporlo negli atti di una delle seguenti sessioni.

SULLA CONSERVAZIONE DEL MOTO

NOTA

DEL P. FRANCESCO S. PROVENZALI D. C. D. G.

Il principio della conservazione o come si suole anche dire della indistruttibilità del moto, al presente generalmente ammesso dai naturalisti, ha destato molti reclami, alcuni de' quali mi sembrano degni di considerazione. Ho quindi creduto di non fare cosa del tutto inutile col riepilogare in poche parole le osservazioni e le sperienze che hanno indotto i fisici moderni a formulare quel principio; onde vedere se debba esso considerarsi come legittima e necessaria conseguenza de' fatti recentemente conquistati alla scienza, o non piuttosto come una ingegnosa interpretazione de' fatti medesimi. Prima però di entrare in materia mi credo in obbligo di avvertire che sarebbe un oltrepassare i limiti della giustizia supporre che i fisici vogliano con quel principio dare a intendere che il moto sia necessario alla materia e indistruttibile anche dalle cause di ordine superiore. Se fra i fisici vi hanno alcuni tanto scarsi di senno da ammettere sì manifeste assurdità, queste sono del tutto estranee alle scienze positive, che non si occupano dell'origine delle cose e di quanto non è oggetto di osservazione e di sperienza. Del resto il concetto che ogni savio naturalista si è formato del moto considerato come causa immediata dei fenomeni di ordine fisico e chimico si può enunciare con queste o simili parole: *l'infinita sapienza del Creatore nell'atto che vide tutto il possibile liberamente impresse nella materia tale un movimento che, senza mai cessare di esistere nella sua qualità di moto, potesse trasformarsi in maniera da far nascere una immensa varietà di effetti* o, come dicono altri, *l'intera serie de' fenomeni che ci offre la materia inanimata.*

Senza entrare nella questione se il moto debba o possa dirsi la causa immediata di tutti i fenomeni che ci offrono i corpi, i fatti allegati a prova della perenne conservazione del moto si possono comprendere nelle seguenti proposizioni.

Allorchè un corpo perde tutto o in parte il moto che gli fu comunicato, sempre si produce in atto o in potenza un lavoro equivalente al moto perduto e capace a rigenerarlo. La produzione del lavoro in atto l'osser-

viamo p. e. nel calore che si sviluppa quando il moto viene distrutto da ostacoli incontrati dal mobile, calore che alla sua volta può sempre restituire il moto perduto, come vediamo di continuo accadere nelle locomotive a vapore in cui il calore perduto dal vapore nell'atto di agire sugli stantuffi ricomparisce sotto forma di moto della locomotiva. La produzione del lavoro in potenza si vede p. e. in una molla da orologio carica senza che il roteggio cammini o in un grave portato in alto e posato sopra un sostegno. Permesso il moto al roteggio e sottratto al grave il sostegno la molla restituisce tutta la forza impiegata nel caricarla ed il grave cadendo liberamente in virtù della gravità acquista una velocità che sarebbe capace di riportarlo al punto d'onde cadde; ma che in generale è impiegata a produrre il calorico che si svolge nell'urto, come il moto finalmente cessato nella molla ha il suo effetto nel calorico destato per l'attrito dei pezzi che compongono il roteggio.

Il rapporto fra le quantità di moto perduto ed il lavoro prodotto è sempre lo stesso qualunque sia la causa che fa cessare il moto. Ad ottenere p. e. del calore sia che si agiti un liquido mediante una ruota, sia che si lasci cadere un grave dall'alto, sia che si adoperi un gas compresso od un elettromagnete, fra i poli del quale si faccia rotare un disco di metallo senza alcun attrito sensibile, ad una determinata quantità di moto consumato nelle suddette o altre operazioni meccaniche, si trova corrispondere costantemente la medesima quantità di calore, convertibile in una equivalente quantità di moto.

Che se il moto che va ad estinguersi in cambio del calorico od unitamente al calorico produca elettricità, azioni chimiche o simili fenomeni, anche in questi casi sussiste l'equivalenza fra il moto cessato e la somma dei lavori ottenuti. Così p. e. si osserva che la forza necessaria per mettere in moto una macchina magneto-elettrica è molto diversa secondochè i circuiti sono aperti o chiusi e nel secondo caso quella forza cresce in ragione diretta degli effetti meccanici, calorifici e chimici prodotti dalla corrente, per modo che la somma di tutti questi effetti trasformati in potenza meccanica si trova equivalere alla differenza fra le forze impiegate a muovere la macchina a circuiti chiusi ed aperti.

Questi sono i fatti sui quali i fisici moderni hanno fondata la conclusione che *il moto una volta comunicato a un corpo non cessa mai di esistere nella sua qualità di moto attuale o virtuale.* Altri invece sostengono che dai medesimi fatti si possa solo inferire che *il moto comunicato ad*

un corpo non cessa mai di esistere o nella sua qualità di moto o in un' altra capace di destare un moto equivalente. La prima di siffatte illazioni è molto chiara ed esplicita, ma suppone che i corpi non sieno dotati di altre attività tranne quelle che procedono dal moto ed in moto si risolvono. Laddove nella seconda è compresa pure l'ipotesi, senza dubbio possibile, che nei corpi esistano delle qualità da renderli capaci di produrre dei fenomeni diversi dal moto, sebbene non indipendenti dal moto. Stando dunque al rigore logico vede ognuno che deve preferirsi la seconda, come quella che prescindendo da qualsivoglia ipotesi altro in fine non fa che ripetere in altri termini il principio stabilito da Newton e dopo trovato sempre conforme alle osservazioni e sperienze, cioè che *ad ogni azione corrisponde uguale la reazione*; principio che si può ben dire identico coll' altro della conservazione della forza, ma non con quello della conservazione del moto. Quando infatti noi vediamo che il moto con reciproca equivalenza genera calore o elettricità o azione chimica e viceversa che il calore o l'elettricità o l'azione chimica producono una equivalente quantità di moto, i termini dell'osservazione sono unicamente il moto cessato e l'equivalente quantità di calore o di elettricità o di azione chimica prodotta e per converso, ma resta sempre a decidere se in verità sia p. e. il moto delle masse sensibili che trasformato in moto delle masse insensibili costituisca il calorico o non piuttosto se il moto delle masse sensibili nell'atto di estinguersi determini l'azione di una forza capace di produrre i fenomeni del calorico. Una somigliante disgiuntiva si può ripetere per l'elettrico, per le azioni chimiche e per tutte le forze, che dai fisici si considerano come altrettante specie di movimento; nè sarà mai possibile per via di sperimenti decidere con certezza a quale delle sue due parti ci dobbiamo attenere. Queste cose ho voluto indicare per fare intendere che se i fisici moderni ammettono l'indistruttibilità del moto è perchè, dovendosi essi limitare alle immediate relazioni dei sensi, non trovano nè possono trovare nei corpi altro che materia e moto; epperò con questo si studiano di spiegare tutti i fenomeni della natura corporea.

FAUNA VATICANA A FORAMINIFERI DELLE SABBIE GIALLE NEL PLIOCENO SUBAPENNINO SUPERIORE DESCRITTA

DA GUGLIELMO TERRIGI

NOTE STORICHE

Nel sommario cenno storico-bibliografico da me dato nella mia prima memoria (1) degli studi fatti in Italia sopra i *Foraminiferi*, e fatto vedere come il primato di questi studi si debba per opera di Giacomo Bartolomeo Beccari distintissimo medico, che sino dal 1731 pubblicò le sue ricerche sulle arene gialle di Felsina, in una memoria dal titolo *De arena quadam Bononiensi*, e fatta parola delle ricerche istituite dai Naturalisti nei terreni di Roma, dissi che la Fauna fossile era stata studiata da non pochi.

Senza entrare nel dettaglio di quanto fu operato sino dal secolo passato, mi piace però rammentare, che fra altri investigatori di cose naturali figurano nel 1781 Schilling, Ricomanni, e Benigni della Compagnia di Gesù per aver esteso un catalogo dei fossili di Monte Mario. A questi tenne dietro il Calandrelli paziente ed instancabile cercatore, che in un suo opuscolo edito nel 1844 illustrò delle conchiglie fossili scoperte dal Riccioli sul principiare del secolo, e manifestò il divisamento di donare alla scienza un catalogo di 300 specie da esso rinvenute nel Monte Mario, il quale non venne mai edito. Non mancai allora di citare il sommo Brocchi, che con tanta cura e sapere si occupò del suolo fisico di Roma, esso fu talmente giusto e profondo osservatore, da rendere sino al presente le sue opere il *vade mecum* degli studiosi; per cui credo inutile aggiunger parola sulla illustrazione da esso fatta della nostra Fauna fossile.

In tutti questi lavori peraltro non figurano mai ricerche fatte sulla Fauna microscopica. Solo in una memoria pubblicata a Versailles nel 1854, col titolo *Catalogue des fossiles de Monte Mario*, compilata da una società di

(1) Terrigi « I Rizopodi di Fossili, o Foraminiferi dei terreni terziari di Roma studiati nelle sabbie gialle plioceniche. Communicazione fatta nella R. Università di Palermo in occasione del XII congresso degli scienziati Italiani. Seduta 1 Settembre 1875. Roma 1876. Bollettino della Società Geografica Italiana. Fasc. 10—12, pag. 666—669.

Naturalisti per cura del Conte di Rayneval, della quale fecero parte Monsignor Vanden Heche ed il Prof. Ponzi, si rinviene manifestato il dispiacere di aver dovuto omettere la lista dei *Foraminiferi* promettendola nel futuro anno, la quale però non fu pubblicata attesa la partenza e la morte del Conte di Rayneval. (1)

Un anno dopo nel 1855 il Prof. O. G. Costa già noto alla scienza per la sua Paleontologia del Regno di Napoli, nella parte II della quale (Napoli 1854–56) descrisse i *Foraminiferi* dello stesso Regno dandone le figure in 17 tavole; pubblicò una piccola memoria sui *Foraminiferi* fossili della marna blù del Vaticano corredata di una tavola. In questo scritto il Prof. Costa dice alle pag. 2 e 3 che avendo ricercati molti depositi terziari degli Abruzzi, e sapendo che nelle marne Vaticane vennero scoperte dal Riccioli, e descritte dal Calandrelli due specie del genere *Cleodora*, e che questo *Pteropode* per segni non dubbi esisteva in una somigliante marna di Notaresco nello Abruzzo ulteriore, come ancora nelle marne di Reggio della estrema Calabria, tali relazioni di un genere così raro (secondo esso) allo stato fossile, lo incitarono a conoscere quelle che potevano esistere fra i *Foraminiferi* di queste tre diverse località racchiusi nelle medesime marne. Dopo ostacoli ed un lungo attendere, ebbe dalla Chiarissima memoria del Prof. Volpicelli un saggio della marna a *Cleodora* del Vaticano, quale sottoposta ad esame gli svelò 22 specie di cui 17 nuove, che descrisse servendosi della classificazione d'Orbigny. Non posso al presente tener parola di queste specie, riserbandomi di farlo quando mi sarà dato compiere lo studio dei materiali raccolti nelle dette marne. Solo debbo far notare come il lavoro del Costa sia l'unico elaborato col dettato della scienza, preciso nella diagnosi delle specie, e nella esattezza delle figure.

Lo Scultore Conti pieno di ardore, e di costanza nelle ricerche paleontologiche, in due edizioni di Roma 1864, e di Ferrara 1871 ampliata, e corretta, col titolo il *Monte Mario ed i suoi fossili subapennini*, *all' elencus* di questi fa seguire quello dei *Foraminiferi* disposti secondo la classificazione d'Orbigny rappresentato da 37 generi, e 108 specie, delle quali 4 le dà come nuove, non celando il dubbio che lo siano. Questo fu il lavoro del Conti, al quale dobbiamo rendere l'incontestabile merito di essere stato il primo

(1) Nous avons dû remettre aussi à l'année prochaine la liste des Foraminifères, nous l'avons fait avec regret etc.

Catalogues des fossiles de Monte Mario pres Rome. Recueillis par M. le Conte de Rayneval, M.r Vanden Heche et M. le Prof. Ponzi Versailles 1854, pag. 4.

in Roma a donarci una lista di *Foraminiferi* fossili, redatta con una certa esattezza quale si poteva sperare dal suo buon volere. Infatti non trascurò di citare i luoghi in Italia e fuori ove si rinvengono fossili, ed i mari nei quali sono ancora viventi, colla misura micrometrica delle specie nuove; benchè sia mancante della citazione stratigrafica del luogo, e dell'epoca geologica. Ciò nondimeno per i suoi studi, le sue indefesse ricerche (1) abbiamo avuta la prima Fauna microscopica colla citazione delle specie più communi, la quale ha il suo valore, se non proporzionato al moderno progresso della scienza, almeno tale da essere consultata, e fu prodotta al pubblico con una modestia che onora il Conti, esponendo con verità quanto aveva osservato. (2)

L'egregio Prof. Giuseppe Ponzi, al quale dobbiamo dopo Brocchi la illustrazione di quanto concerne la storia fisica del nostro suolo, fatta con molti e pregevolissimi scritti, non ha trasandato lo studio della Paleontologia. I fossili che si rinvengono nelle differenti assise sedimentarie del terreno terziario e quaternario, sono stati da lui diligentemente studiati tanto nel regno della Fauna che della Flora. Non è mio subbietto parlar di tutto ciò, e restringendo il mio dire a quanto riguarda la Fauna microscopica, per non trascurare tutto quello che spetta alla sua storia, farò cenno di ciò che il Chiarissimo Professore ha pubblicato.

Cogli atti della Reale accademia dei Lincei Ses. III del 4 Febbraro 1872 vennero pubblicati in una sua nota « *I fossili del bacino di Roma*, *e la* » *Fauna Vaticana* » Dopo aver dato un sommario cenno della scala stratigrafica scorrente senza interruzione dall'infralias sino alle più recenti formazioni, e dei fossili caratteristici delle diverse epoche, alla pag. 3 si legge « *Fauna Vaticana*. Fossili delle marne inferiori subapennine rappresentanti » il miocene superiore o Tortoniano di Mayer estratti alle radici del Monte » Vaticano » segue quindi l'elenco di essi, ed alla pag. 4 dopo il N.° 107 *Cerato trochus* sono disposti i Foraminiferi da lui così indicati.

« 108 Globigerina universa
» 109 Rotalina
» 110 Nodosaria

(1) Debbo attribuire tale mia scoperta non al caso, ma alla costante ricerca che feci per molti anni di questi esseri invisibili della natura in mezzo alle sabbie, studiarne i caratteri, riconoscerli e classificarli. Conti il Monte Mario ed i suoi fossili subapennini. Roma 1864, pag. 14.

(2) Posando questa prima pietra faccio un appello agli studiosi a sussidiarmi nella continuazione dell'impresa, da parte mia escludo la presunzione di aver fatto molto, etc. Conti id. pag. id.

» 111 Helicostega
» 112 Sticostega
» 113 Monostega
» 114 Enallostega
» 115 Cloporta
» 116 Valvulina.

Termina la serie al N.° 122, in essa sono enumerati un *pesce cycloide*, *denti*, *vertebre*, *ossa di cetacei*, *di delfino*, *legni di pino*, *fucoidi diverse*.

Nel 1873 nella sua « Cronaca subapennina o abozzo di un quadro gene- » rale del periodo glaciale » inserita negl' atti dell' XI congresso degli scienziati Italiani tenutosi in Roma nell' Ottobre 1873, e pubblicati in Roma stessa nel 1875 coi tipi Paravia e C.; nella prefazione dopo aver richiamato una sua memoria col titolo « Il periodo glaciale, e l' antichità dell' uomo » pubblicata negli Atti dell'Accademia Pontificia dei nuovi Lincei Tom. XVIII Sess. II 8 Gennaro 1865, indicate le nuove ricerche, osservazioni, ed il progresso fatto in tale studio, e tracciata la storia delle successioni geologiche alle pag. 7, 8 descrive l' epoca miocenica nel piano superiore, (*terreno Tortoniano* di Mayer) rappresentata dalle prime marne subapennine come prima serie delle roccie subapennine. Accennati i probabili confini di un complicato arcipelago, citando altro suo lavoro (1), assegna queste prime roccie alle marne inferiori Vaticane. Segue quindi l' enumerazione dei « Fossili delle » marne inferiori del Monte Vaticano » che presso a poco è la stessa data nel 1872 e dal Ponzi stesso richiamata in nota (2). In questa alla pag. 10 pone ai N.[i]

» 106 Globigerina universa d' Orb.
» 107 Rotalina.

Cita appresso le ragioni che la fanno distinguere da quella del prossimo Monte Mario come posteriore, e quindi descrive le successive epoche.

Seguendo a trattare dell' epoca pliocenica « *Piano medio terreno Pia-* » *centino* » alle pagine 19-20-21, fa osservare che al cessare del plioceno inferiore, emerso il terreno *Zancleano* (Seguenza) di capo d'Anzio, Palo, Corneto, il fondo del mare subapennino tornava a sommergersi, per chiudere

(1) Ponzi « Storia naturale del Tevere » Bollettino della società geografica Italiana Vol. XII. Fasc. 1—2. 1875.

(2) Ponzi « I fossili del bacino di Roma, e la Fauna Vaticana » Atti della R. Accademia dei Lincei Tom. XXV. Ses. III. 4 Febbraro 1872.

l'interruzione notata nella serie delle roccie di Monte Mario; e così gli era dato riordinare la scala stratigrafica, nella serie delle deposizioni rappresentanti i tempi succeduti nella declinazione dell'epoca pliocenica. Secondo esso le prime assise di tale nuova scala sono rappresentate dalle marne fossilifere della Farnesina, su cui si adagiano le sabbie gialle del plioceno superiore, e che fanno vedere un'epoca di passaggio al detto pliocene per la quasi identica fisonomia dei fossili delle sabbie gialle. Il Ponzi fa seguire una nota dei « Fossili della Farnesina » (non sua) esprimendosi così « Il » Mantovani accusa d'aver trovato le seguenti specie » In questa nota agli ultimi due numeri vengono riportati

» 159 Orbulina universa d'Orb.
» 160 Triloculina gibba d'Orb.

Segue la descrizione dell'epoca pliocenica « *Piano superiore terreno* » *Astiano* » Esso si rende manifesto dalla comparsa delle sabbie gialle sovraincombenti nelle regioni subapennine alle marne turchine. Secondo il Ponzi rappresentano le sabbie un lungo periodo tranquillo per la mancanza d'intercalate ghiaie, o ciottoli, e per i numerosi fossili contenuti nelle fine sabbie siliceo-calcari del nostro plioceno superiore; nei quali fossili signoreggiano specie giunte a tale ampio sviluppo, da divenire caratteristiche del plioceno superiore di Monte Mario. Segue la lista di 310 specie nelle pagine 23 al 27 senza che vi sia fatta menzione dei *Foraminiferi*, che parimenti manca nella piccola lista di 42 specie alla pag. 27 stessa dei fossili delle sabbie gialle di Acqua traversa.

Nella sua Memoria « *Contribuzione alla Paleontologia Italiana, o Fossili* » *del M.te Vaticano* » pubblicata negli atti della R. Accademia dei Lincei 1876. Tom. 3. Serie II; dopo avere nella introduzione riassunti i suoi antecedenti lavori, e tessuta una breve istoria delle ricerche paleontologiche fatte da altri, passa alla descrizione dei fossili delle marne inferiori del M.te Vaticano epoca miocenica terreno *Tortoniano* rappresentati dai Verterbrati in *Cetacei* e *Pesci*; dagli Inverterbrati in *Insetti*, *Cefalopodi*, *Eteropodi*, *Gasteropodi*, *Conchiferi*, *Brachiopodi*, *Pteropodi*, *Cirripedi*, *Anellidi*, *Echinodermi*, *Zoofiti*, *Rizopodi*, che nel totale ascendono a 162 specie. Seguono in fine due tavole, nelle quali sono bene delineate le specie nuove.

Alle pagine 29, 30 nelle quali vien tenuta parola dei *Rizopodi*, il Prof. Ponzi lamenta la perdita avuta per effetto della inondazione del 1870 della raccolta dei *Foraminiferi* delle marne Vaticane. « Fu perduto un buon nu-

» mero di specie e d'individui che non furono studiati prima della inon-
« dazione » a confessione del Ponzi (vero danno pei confronti) e ben dice il suddetto, di esse non resta che la reminiscenza. Per supplire a tale mancanza riporta intero il catalogo dei *Foraminiferi* delle marne Vaticane del Prof. Oronzio Costa, di cui già tenni parola.

Il Prof. Ponzi per sua squisita bontà di animo, e cortesia ha creduto dire nella sua memoria alcune parole riguardo a quanto io stava preparando e studiando, e benchè io mi reputo immeritevole di ciò, sento il dovere non pertanto di manifestare a lui la mia riconoscenza, e rendergli pubbliche grazie.

Per ultimo nella « *Descrizione geologica della campagna romana di* » *Paolo Mantovani Roma* 1874 » nella quale vengono esposte tutte le ricerche, ed i studi fatti sulla campagna Romana, si rinvengono le liste dei fossili, quali sono quella del *Lias* dei monti Cornicolani, quella del *Cretaceo* medio e superiore dei Monti Prenestini e Lepini etc. ed una piccola lista del periodo eocenico del monte di Filettino. Alle pagine 35, 36 è riportata la Fauna miocenica del Vaticano di 25 specie nella quale si leggono ai numeri.

» 23 Spiroloculina pulchella D'Orb.
» 24 Rotalia subcarinata D'Orb.
» 25 Asterigerina Orbignana Phi.

Nel catalogo poi pliocenico del Monte Mario di 240 specie vengono citate delle specie di *Foraminiferi* alle pag. 46, 47 che fedelmente trascrivo.

» 221 Spiroloculina depressa D'Orb.
» 222 Miliolina trigonula Lam.
» 223 » seminulum Linneo.
» 224 » Mariae D'Orb.
» 225 » Rodolphina D'Orb.
» 226 » Josephina D'Orb.
» 227 Polystomella crispa Linneo
» 228 Rosalina Beccari Linneo
» 229 Globigerina bulloides D'Orb.
» 230 Nonionina communis D'Orb.
» 231 Asterigerina planorbis D'Orb.
» 232 Rotalina Minardi D'Orb.
» 233 Frondicularia annularis D'Orb.
» 234 Vaginulina loevigata Roemer.
» 235 Cristellaria Hauerina D'Orb.

» 236 Triloculina affinis D'Orb.
» 237 Quinqueloculina? . . . Mantovani.
» 238 Adelosina pulchella D'Orb.
» 239 Biloculina affinis D'Orb.
» 240 Orbulina universa, D'Orb.

Il Mantovani dice che molte specie del suo catalogo si rinvengono ad Acquatraversa sulla via Cassia, ed alla pag. 48 dice « che non si trascuri » raccogliere qualche pugno di sabbia del fosso di Acquatraversa. In essa » si troverà una profusione di piccole specie di *Gasteropodi* ecc. e si farà » ricca messe di *Foraminiferi* che ivi abbondano in grande quantità. » Lo stesso Mantovani nella sua « Costituzione geologica del suolo Romano » inserita nella Monografia archeologica e statistica di Roma e Campagna Romana presentata dal Governo Italiano alla Esposizione universale di Parigi nel 1878, torna a parlare dei *Foraminiferi,* dice alle pag. 22 che sono profusi nelle sabbie e nelle marne, che fra questi *Protozoi* predominano i generi *Triloculina Orbulina*, *Frondicularia* e *Fusulina*.

Questa è la storia della Paleontologia subapennina Romana che ho accuratamente tracciata, e da essa chiaro apparisce che poco sia stato finora fatto in riguardo alla Fauna micròscopica. Il riempiere tale lacuna, sarebbe lavoro possibile solo a persona eminente nella scienza: ad onta di ciò io nell'assumere da mia parte un tale compito, ho cercato di supplire colla volontà, e con indefesso studio, riconoscendo pur troppo quanto valga la mia forza intellettuale. Ho imposto sempre a me stesso, per non deviare dal fermo proposito di studiare diligentemente ogni specie fondandola sopra dati certi, e ben giustificati; onde non incorrere nel fallo di enunciare come nuovi degli organismi che per mancanza di maturo esame non possono sostenersi contro gli attacchi di giusta e scientifica critica, recando così danno e confusione alla scienza.

CENNI GEOLOGICI

La necessità di assegnare un posto nella scala stratigrafica dei nostri terreni ai *Rizopodi* fossili, mi obbliga a tener breve discorso su quanto è relativo alla storia fisica del Monte Vaticano, oggetto di molte ricerche dei Naturalisti tanto nostri che stranieri, e dalle cui marne sono stati estratti i fossili per le collezioni dei particolari, e dei musei.

Il Monte Vaticano situato ad ovest del bacino di Roma sulla destra del Tevere doveva avere anche sul versante Nord-Est una dolce inclinazione

sin presso il fiume, quale venne poi modificata dalla mano dell'uomo per stabilirvi in prima l'area sulla quale fu costruito il gran circo di Nerone, in appresso per erigervi la maestosa Basilica Vaticana che racchiude tante meraviglie e tesori dell'arte Italiana non spenta dopo la caduta della potenza Romana, ed ove i Papi cercarono di profondere quanto poterono per l'abbellimento e splendore del colossale Tempio, e finalmente per tutto quell'immenso materiale tolto sino dall'epoca Romana per opere laterizie e figuline.

Detto monte forma tutto un sistema di sollevamento sulla destra del Tevere assieme al Monte Mario, nel quale si mostra la scala subapennina delle stratificazioni costituite da sabbie gialle adagiate immediatamente sulle marne grigio–azzurrognole compatte. Questi due monti poco differiscono fra loro in elevazione sul livello del mare Tirreno; infatti il Monte Mario raggiunge i 146 metri, ed estende il suo sistema a Nord lungo le colline di Villa Madama della Farnesina di Tor de Quinto, ove ne segna il confine il fosso della Crescenza; il Monte Vaticano ne ha 76, (come rilevasi dalla carta topografica dei dintorni di Roma pubblicata dall'Istituto topografico militare Italiano; e metri 80 secondo le misure apposte nella carta Geologica della campagna romana compilata nel 1878 nell'Ufficio Geologico in Roma) e nella direzione di Sud è seguito dal Giannicolo e dai suoi prolungamenti sino a Monte Verde. Questi due monti sono separati fra loro da una valle intermedia detta Valle dell'inferno, che mostra una soluzione di continuità fra i due monti dovuta ad una frattura per movimenti sofferti dal suolo, quando ebbe principio il sollevamento dell' altipiano formato del suddetto sistema, sino al momento che ritirandosi il mare pliocenico subapennino, venne tale gruppo di monti posto in secco.

Per dare una spiegazione a queste fratture avvenute per dislocamenti sul piovente subapennino sino alla spiaggia del mare Tirreno, il già citato Prof. Ponzi (1) ha procurato di porre in rassegna, studiare le direzioni dei dislocamenti maggiori in rapporto coi minori, rinvenendone la causa nell'impeto di un immenso vulcanismo sviluppatosi nelle contrade dell'Italia centrale, esteso dai vulcani Vulsinii nel centro della penisola sino all' isola di Pantellaria oltre la Sicilia in linea quasi parallela alla catena apennina. Descrive tutta la fenditura principiando dal corso superiore del Tevere ove il primo centro eruttivo dei vulcani Vulsinii trovasi nella fenditura del corso Tiberino che s' incontra colla fenditura del Paglia; e così enumerando le

(1) Ponzi. Dei Monti Mario e Vaticano, e loro sollevamento. Atti della R. Accademia dei Lincei. Tom. 2. Ser. II. 1875. dalle pag. 4—13.

altre fenditure in rapporto cogli altri centri eruttivi fa osservare, che la maggiore fenditura fra i monti di Narni, e di Sabina è quella che prolungandosi, ed appressandosi al Soratte si associa all'altra ove corre il Tevere risultandone in tal guisa un solo alveo che si conduce nel bacino Romano, separando le due sollevazioni vulcaniche Sabatine e Laziali, e che serpeggiando sempre guadagna in fine la spiaggia Tirrena. Espone le fenditure laterali della traversata del fiume nel nostro bacino, che presso Roma stessa sono manifestate da quella frattura trasversa che corrisponde a destra allo sbocco del fosso della Crescenza, a sinistra dall'Aniene ove è palese la discrepanza delle roccie nelle due sponde: breccie diluviali (secondo Ponzi) a Tor di Quinto, tufi litoidi alla punta dei Nasoni. Tralasciando qui di parlare del dislocamento di sinistra che corre coll'Aniene, e seguendo a dire di quei di destra, la frattura Tiberina prima di entrare nella città riceve quella della Valle dell'inferno che separa i due monti Mario e Vaticano, la quale sembra non prolungata a sinistra.

Il Chmo Prof. M. S. De Rossi (1) tanto benemerito della scienza per i suoi studi sulla vulcanicità in Italia, ha fatto rilevare come il Tevere superata la città riceva altro incrociamento di fenditura a sinistra che si vede nel corso del fiumicello Almone diretto al centro vulcanico Laziale, a destra nella depressione che separa le alture del Giannicolo da quella di Monte Verde, nella quale si ravvisa pure una differenza di roccie, sabbie plioceniche al Giannicolo, tufi vulcanici a Monte Verde.

Il Prof. Ponzi spiega tali soluzioni di continuità per le violenze sismiche subite dall'involucro della terra nelle epoche passate, le quali si osservano non solo sulla catena dei monti, ma si continuano pur'anco sotto i sedimenti subapennini. Da ciò il più alto livello della destra del Tevere prodotto dal salto della frattura che lo accompagna, e che abbia subìto più gagliarde oscillazioni a suo parere « chiaramente lo dimostra il sollevamento dei due » brani che resero prominenti i Monti Mario e Vaticano separati dalla Valle » dell'inferno. Le assise di questi rilievi non sono più basse ed orizzontali » quali avrebbero dovuto essere, ma rialzate ad un angolo di 3 o 4 gradi, » per modo che la Valle dell'inferno intercorrente accenna alla direzione » dell'angolo anticlinale. Da ciò si scorge che la forza sollevatrice investì » quelle fratture, ne sollevò le masse laterali, e divaricandole produsse i » due opposti rilievi colla valle intermedia che li distingue. L'innalzamento

(1) Le fratture vulcanico-Laziali ed i terremoti del Gennaro 1873. Studi del Cav. Prof. M. S. De Rossi.

» di questi brani portò altresì la discordanza notata alle loro opposte estre-
» mità, che sono al fosso della Crescenza, ed al Monte Verde fra le due
» ripe » (1).

Dall'esposto sin qui ne risulterebbe che le parti investite dalle forze endogene espansive sarebbero state quelle che offrivano minore resistenza per confluenza di fratture, per cui si possa credere che essendo la fenditura della Valle dell'inferno uno dei punti più vicini ai vulcani Sabatini e Laziali formi parte del dislocamento che lega i vulcani della catena Italiana.

Essendo tali irregolarità di terreno effetto di cause vulcaniche vengono dal Ponzi attribuite specialmente ai violenti terremoti che precedettero ed accompagnarono le eruzioni sottomarine dei vulcani Sabatini per corrispondere il più elevato livello della destra del Tevere ai detti creteri, che in rapporto della sinistra è più basso. Tutto questo sarebbe avvenuto nell'epoca glaciale in cui furono maggiori i fenomeni sovversivi per opera del vulcanismo; e che le osservazioni fatte sui nostri monti offrono argomento a precisare il tempo del loro sollevamento, nella deposizione delle materie vulcaniche durante le eruzioni Sabatine (2).

Secondo lo stesso Professore il più leggero spessore dei tufi vulcanici alle cime dei Monti Mario e Vaticano in confronto della sinistra del Tevere di maggiore potenza da costituire tutta intera la massa delle colline, devesi attribuire a ciò, che il rilievo di sinistra non giungesse ad emergere dalle acque marine sotto cui accadevano i depositi di materiali vulcanici, e che perciò sotto di esse si formasse una specie di gradino, dal quale scorrendo, e discendendo per trasporto delle onde, e per gravità specifica i materiali vulcanici andassero in maggior copia a precipitare e deporsi nelle parti più profonde, donde una maggiore potenza per colmatura. Espone quindi sommariamente l'ordine di successione dei marini depositi dal basso alla cima dei monti che sono le seguenti.

1.° Marne turchine con alternanza di sabbione dello stesso colore in strati potenti (3). Per la Fauna che contengono le attribuisce al miocene superiore.

2.° Una successione delle stesse marne di potenza minore intercalate di sabbie giallastre (4). Il Ponzi dice che per la corrispondente Fauna di Formello accusano passaggio al pliocene.

---

(1) Ponzi. Memoria citata, pag. 7.
(2) Ponzi. Memoria citata, pag. 8—9.
(3) È una finissima sabbia marnosa con Fauna a Foraminiferi.
(4) Mostrano lo stesso colore, finezza e Fauna delle inferiori.

3.° Grande deposito di sabbie gialle subapennine siliceo-calcari, che per la Fauna di Monte Mario è un pliocene superiore.

4.° Banco di ghiaie più o meno grosse della stessa natura delle sabbie sottostanti, che fa appartenere al periodo quaternario nell'epoca diluviale.

5.° Per ultimo strato di tufi e conglomerati vulcanici costituenti il soprasuolo delle campagne Romane. Essi rappresentano secondo il Ponzi nel quaternario l'epoca glaciale, e tengono il posto del terreno erratico, il quale a causa del vulcanismo dall'Italia centrale non permise la formazione del detto terreno, ma bensì quello costituito dalle materie vulcaniche eruttate sotto le acque, e rimescolate da tempestoso mare. Siccome poi le dette materie furono l'ultimo deposito marino in tempi d'irrequieta natura il Prof. Ponzi ne deduce « che al compiersi del periodo vulcanico glaciale i Monti » Mario e Vaticano insieme a tutti gli altri subapennini, furono messi in » secco per un lento e generale sollevamento » (1).

Accennato così quanto l'Egregio Professore ha esposto nella sua memoria relativamente al modo come si effettuarono i movimenti del suolo, quale ne fosse la causa, ed in quale epoca avvenissero, mi sembra giusto ancora di tener breve parola di quello che opinarono altri. Il Prof. Paolo Mantovani nella pubblicazione dei suoi studi sulla campagna Romana (2) di poco si discosta dalle idee del Prof. Ponzi; ammette la formazione dei tufi in seno delle acque riferibili al periodo glaciale; con modestia espone alcune sue osservazioni che il suddetto dice di aver colla massima cura ripetute sul posto senza prevenzioni di sorta, che le concordanti ed estese stratificazioni tufacee si effettuarono bensì in seno delle acque, donde la loro regolare sovraposizione, e che dovevano essere contenute in vasti bacini per un'area di circa 120 chilometri. « Ma tali acque erano marine? ovvero erano acque » salmastre delle estese paludi che dovettero esistere dall'attuale spiaggia » marina sino al piede dell'Appennino prima del completo sollevamento » delle nostre pianure? come può dimostrarsi essersi i tufi deposti entro ad » acque marine? » (3)

A dir vero questi dubbi hanno un certo nè mal fondato valore, e giustamente soggiunge il Mantovani « non una conchiglia, non un'alga che at- » testi la formazione marina ». Infatti si conceda pure l'emigrazione da una parte, dall'altra che era impossibile la vita in condizioni così sfavorevoli; ma perchè non rinvenire almeno gli avanzi degli spenti dalla vulca-

(1) Ponzi, Memoria citata, pag. 11.
(2) Paolo Mantovani, Descrizione geologica della campagna Romana 1874, pag. 61—65.
(3) Mantovani, Opera citata, pag. 64.

nicità, e di quelli morti e deposti prima che il mare assumesse tali condizioni! Si rinvengono invece nei tufi avanzi di organismi rappresentanti una Fauna, ed una Flora tutt'altro che marina. L'abate Rusconi, colto e pazientissimo indagatore di cose naturali ha ritrovato nei tufi sotto Monticelli una quantità grande di piante terrestri, di alberi dei generi *Quercus Ulmus Fagus*. Il Mantovani ha osservato nei tufi al Campo Varano, alla punta dei Nasoni, ad Acquacetosa belle ed abbondanti impronte di piante terrestri ed alghe lacustri; dice che a Monte Verde i tufi racchiudono *Limnee*, *Paludine*, *Planorbi*; e quei di S. Agnese *Bulini*, *Elici*, *Pupe* ed ossa di Pachidermi dei quali esso conserva esemplari. Che poi sieno state trasportate tutte queste cose da affluenti terrestri, giustamente osserva il suddetto, che sarebbero limitate nei punti di affluenza mentre sono sparsi dapertutto uniformemente, e colla normale posizione indicano che restarono nel posto ove vissero; da ciò conclude che apparsi nel periodo glaciale i vulcani Sabatini entro acque paludose e salmastre, di tutto il materiale eruttato, il più leggero fu trasportato a distanza e depositò, operandosi così la formazione delle differenti qualità di tufo, includendovi animali e piante che vivevano in quelle acque.

Da quanto esposi chiara risulta la differenza fra le due sponde Tiberine quale venne già notata dal sommo Brocchi con colori diversi nella sua carta del suolo fisico di Roma pubblicata nel 1820. Nella sponda destra appariscono vallate in più numero, nella sinistra poi la elevazione delle colline è minore; in quella si mostra la scala dei terreni subapennini, di cui terrò parola in seguito, e se i tufi si mostrano solo alla sommità della scala; sulla sinistra formano un potente ed estesissimo strato da ricuoprire le sottostanti assise.

Il Prof. Ponzi non potendo per i suoi studi dire a quale profondità corrispondono a sinistra le roccie così rilevate del sistema di Monte Mario, si appoggia sulle asserzioni altrui (1) « Mi si assicura che l'ingegnere Poletti » trovasse la marna turchina nella piazza di Spagna nella fondazione della » colonna della Concezione; e l'Ingegnere Canevari asserisce averle viste » presso la fontana di piazza Barberini il cui piano è a metri 32, 29 sul » livello del mare, a metri 21, 77 di profondità; ed all'ingresso della Vil- » letta Massimi sotto l'Esquilino alto metri 41, 94, a metri 24, 50 di profon- » dità. » Per essere tali marne ricoperte di terreno di trasporto senza la sovraposizione delle sabbie gialle, dei conglomerati diluviali, e dei tufi vul-

(1) Ponzi, Memoria citata pag. 8.

canici; tale mancanza il Ponzi l'attribuisce ad una abrasione prodotta dalla corrente alluvionale che formò l'alveo fluviale. (1) Aggiunge non potersi calcolare lo spostamento della roccia del risalto Tiberino attesa la esportazione degli strati subapennini servendosi del confronto di questi punti: ma che tenendo conto dei 146 metri di elavazione del Monte Mario, e del piano della Città di 13 o 14 metri sul livello del Tirreno, e delle profondità in cui si dicono trovate le marne « si possa approssimativamente immaginare » che il sollevamento della destra sponda del Tevere non fu minore di » 130 metri. »

L' ingegnere Giordano parlando di ciò che si riferisce al suolo fisico delle nostre campagne (2) si esprime con riserva sulla formazione dei tufi. Ammette che i materiali eruttati da bocche vulcaniche sembrano indicare una stratificazione in seno delle acque in mezzo ad un vasto estuario in fondo al quale si disponevano regolarmente sopra i terreni pliocenico e postpliocenico che ne sono direttamente ricoperti come lo mostrano i lembi alla sommità del Monte Mario e Gianicolo. Il fatto di questi antichi terreni quindi sollevati per interno impulso forse lentissimamente e con qualche sussulto, fu causa di assai irregolare elevazione producendo fratture nella crosta terrestre salite a diverse altezze; donde fra le altre fenditure si formò quella Tiberina il cui dislocamento fu massimo presso Roma, per cui marne plioceniche sabbie e ghiaie si mostrarono a destra coronate da qualche residuale lembo di tufo vulcanico; mentre a sinistra apparvero a più basso livello i colli della Città sui quali è predominante il tufo come nel resto della campagna, sotto il quale a livello del fiume ed a 25 o 30 metri sul mare si trovano argille e marne plioceniche, che a sinistra sono sopra gli 80 e 100 metri. Il Giordano alla deposizione delle marne ed argille plioceniche fa succedere un periodo di grandi pioggie donde la formazione di sabbie e ghiaie trascinate al mare, quindi aggiunge.

« Dopo tale fenomeno che segna il fine dell'epoca incominciarono eru- » zioni vulcaniche *probabilmente subaquee* le cui dejezioni di ceneri e » lapilli pumicei si sparsero vastamente all' intorno sparpagliate e livellate

(1) Se dopo tali preziosi ragguagli si fosse acceduto sui luoghi, e raccolti saggi delle dette marne rinvenute dal Poletti, e dal Canevari e stabilito non solo il confronto colle marne Vaticane, e ricercato se racchiudevano fossili anco microscopici, e determinatane la identità sarebbe stato un fatto interessantissimo per la storia fisica del nostro bacino.

(2) Condizioni topografiche e fisiche di Roma e Campagna Romana. Cenni dell'Ingegnere F. Giordano. Monografia Archeologica e Statistica di Roma e Campagna Romana presentata dal Governo Italiano all'Esposizione universale di Parigi nel 1878. pag. 31.

» dalle acque stesse formando quei banchi di tufo. La prova ne sarebbe » nei resti vegetali, canne palustri p. es. che qua e là vi si trovano. » Una parte almeno delle bocche vulcaniche d'allora doveva essere nel sito » degli attuali Sabatini, dove vedonsi alternare coi tufi anche non poche » colate di solide lave. Ciò avveniva sott'acqua almeno in massima » parte ecc. » (1).

Mi sia permesso su tale soggetto riportare alcune mie osservazioni e studi fatti sul colle Quirinale situato all'Est di Roma dirimpetto al Monte Vaticano in occasione del taglio della Via Nazionale. Nella tornata della R. Accademia dei Lincei del 3 Giugno 1877, per squisita cortesia dell'illustre Comm. Quintino Sella fu data lettura e quindi pubblicata (2) una mia piccola nota intitolata « *Considerazioni geologiche sul Quirinale* » della quale darò ora un breve sunto, onde possa servire di paragone coll'opposta sponda destra del Tevere. Descriverò gli strati che si mostrarono dall'alto in basso a seconda che veniva rimosso il terreno per stabilire il piano stradale ed il sottostante fognone, e quelle di una trivellazione fatta per concessione dell'Ufficio Tecnico Municipale.

Al di sotto della terra di scarico elevata a metri 49, 65 sul livello del mare alla villa Aldobrandini (secondo i calcoli, e le misure date dal detto Ufficio Municipale,) (3) si mostra a metri 42, 00 sul livello stesso *un tufo ora granulare, ora più compatto di natura vulcanica* della potenza di circa 3 metri piuttosto leggero, che racchiude anfigeni decomposti, mica, cristalli di pirosseno, rarissime scorie, che si estende in tutti i versanti del Quirinale,

Sotto questo tufo stratificato regolarmente trovasi a metri 41,15 sul mare un *tufo terroso* composto da materiali analoghi a quelli del già descritto, a cui sono commisti lapilli, pezzetti di lava, tronchetti legnosi di vario diametro, e lunghezza. Ha la potenza di metri 2,48, e l'aspetto di un materiale fangoso vulcanico trasportato, nel quale per ragione di specifica gravità sono deposti in basso i materiali più grossolani, e benchè stratificato offre tutti i caratteri di una vorticosa mescolanza.

Inferiormente a queste vulcaniche formazioni si offre per metri 4,97 *una argilla calcare giallastra* priva assolutamente di fossili che Brocchi vide e descrisse come fluviale nei colli Quirinale Capitolino Celio. La sua altezza sul livello del mare è a metri 38,67.

(1) Giordano Opera citata pag. 35,

(2) Atti della R. Accademia dei Lincei. Anno CCLXXIV. 1876—77. Serie terza. Transunti. Volume 1.° Roma 1877. pag. 209—10.

(3) La sezione e scala altimetrica venne gentilmente data dell'Egregio Ingen. Moretti.

È seguita da un piccolo ondulato stratarello di 7 ad 8 centimetri di potenza costituito da fina sabbia fluviale contenente sottilissime intercalazioni di tripoli bianco o violaceo. Vi si rinvengono abbondanti spicule e gemmule di spongiarie in ispecie la *Spongilla lacustris* (Johnston) e le spicule adulte della *Spongilla fluviatilis*, e qualche Diatomea dei generi *Cyclotella Cymbella Diatoma*.

Si osserva quindi a metri 33,70 sul livello del mare uno strato di *argilla grigio-turchiniccia* della potenza da 30 a 60 centimetri colle prime traccie di fossili di acqua dolce, seguito da altro che unitamente al suddetto ha la potenza di metri 3,30. È un *argilla nerastra torbosa* ricchissima in specie dei fossili seguenti, ed ambedue rappresentano un deposito lacustre

Planorbis corneus Lin.
» carinatus Drap.
Limnaea stagnalis Lin.
» palustris Drap.
» auricularia Drap.
Paludina impura Drap.

Tutti di una straordinaria abbondanza, conservatissimi, ed in posto.

Succinea un frammento.
Cyclostoma elegans Drap.
Achatina acicula Iurton.
Bulimus decollatus Brug.
Helix pomatia Lin.
» nemoralis Lin.
» nitida Drap.

Sono molto rari e ben conservati.

Un dente di giovane Elefante, così pure altro del genere *Canis*, denti molari di Ippopotamo? qualche omero di uccelli aquatici, avanzi di Alghe filamentose, coni del *Pinus silvestris*, semi dell'*Iris pseudo-acorus*.

Per ultimo a 60 cent. sotto il piano del Fognone (che trovasi a m. 31,00 sul livello del mare) termina lo strato torboso ed a metri circa 30,40 sul livello del mare per trivellazione si estrasse una *marna giallastra* finamente sabbiosa, e quasi totalmente quarzosa. Contiene Fauna marina a Rizopodi, scoperta nell' Ottobre 1876 che indica colla sua *facies* un mare piuttosto profondo, anche avuto riguardo, alla prevalenza delle *Orbuline Globigerine*,

alla loro conservazione, a cui si associano i generi *Bulimina Bolivina Rotalia Fruncatulina Verneuilina Pulvinulina Discorbina*, etc. che sarà a suo tempo illustrata.

Assegnava la formazione tufacea a provenienza dei vulcani Laziali; le argille giallastre prive di fossili a sedimento alluvionale fluviale Tiberino; lo stratarello con tripoli lo designava come un limite fra le formazioni fluviali e lacustri; le argille grigio-turchiniccie che si cangiano quindi in nerastro torbose con fossili caratteristici le attribuiva a deposito tranquillo lacustre; le marne giallastro-pallide a finissima sabbia quarzosa con *Foraminiferi* le faceva appartenere a deposito marino, che per molte analogie si rassomiglia ai depositi Vaticani superiori riferibili all'epoca pliocenica di questi.

Quali possono essere le naturali e logiche deduzioni dietro quanto ho con accuratezza osservato, ed esattamente esposto? Che possibilmente avvicinandosi il termine dell'epoca pliocenica, ad iniziandosi l'epoca glaciale, per la quale si originò il vulcanismo dell'Italia centrale, allora per impeto di endogena azione si sollevarono le nostre contrade, nelle quali stagnarono acque sul primo salmastre convertite poi in dolci per affluenza di acque terrestri e contenute, formarono una vasta palude maremmana ove poterono tranquillamente vivere e prosperare i fossili rinvenutivi in abbondanza. Che all'epoca alluvionale le acque fangose Tiberine colmarono la laguna depositando ove giunsero col loro livello le argille calcari giallastre, nel quale lago alluvionale sopravvenendo i materiali vulcanici Laziali (da questo lato più vicini dei Sabatini) che si trovano sparsi sù tutta la campagna a Sud, Sud-Est, uniti a lave, per i quali si effettuarono i tufi, e che infine fu questa un'epoca in cui si avvicendarono fenomeni alluvionali e vulcanici. (1)

(1) Nella stessa seduta della R. Accademia il Prof. Ponzi fece osservare che la prima serie dei tufi stratificati del Quirinale è il tufo ricomposto del Brocchi per materie vulcaniche disfatte e rimpastate dalle correnti alluvionali come tutte le altre deposizioni della medesima serie che gli fanno seguito. Non convenne per l origine Laziale dei tufi, imperocchè avendovi rinvenute delle pomici queste sono caratteristiche dei vulcani Cimini e non dei Laziali nei quali non sono stati mai rinvenuti prodotti feldespatici. Perciò quel tufo si deve credere derivato dalle abrasioni dei veri tufi litoide e granulare di Brocchi rimpastate dalle acque nell'epoca delle grandi alluvioni quaternarie. Disse quindi delle parole a mio riguardo per la Fauna rinvenuta, perchè riempie il vuoto lasciato da Brocchi nell'opera *il suolo fisico di Roma* ove sono citati pochi fossili per provare l'origine fluviale dei sedimenti addossati ai colli di Roma nell'epoca alluvionale. Crede poi interessantissimo il fatto, che tali depositi riposino direttamente sopra le marne marine delle assise subapennine senza l'intercorrenza delle sabbie gialle, che forse mancano per sottrazione avvenuta prima della deposizione dei tufi vulcanici.

Non è in questo scritto che debba rispondere a tali osservazioni, sarebbe un dir cose estranee al soggetto che tratto, e che può farsi solo in luogo più opportuno. È mio dovere soltanto ora di nuovamente rendere grazie al Prof. Ponzi e per le osservazioni fattemi, e per quanto ha detto in mio favore.

Se queste mie deduzioni motivate da fatti osservati sul posto fossero state da me male interpretate, e perciò incorse nell'errore, siano come una via aperta per altri più competenti di me, onde portare una correzione al mio detto mediante migliori studi ad osservazioni; a me resterà solo la soddisfazione di aver narrato con verietà i fatti. La sezione del colle Quirinale, Vedi Tav. I, sez. B, presa sul posto mostra tutta la successione degli strati che si osservano sulla destra del Tevere, e che ho potuto riscontrare identica nel Palatino, nel Capitolino, nei loro versanti verso il Velabro.

Dopo tutto il sopra esposto parlerò brevemente del sedimento stratigrafico lasciato dal mare subapennino che si mostra nei terreni del bacino Romano o per sollevamento del suolo, ovvero per abrasioni subìte. La scala dei differenti piani delle roccie Nettuniane fu dai Geologi fondata sulla presenza dei fossili che esse racchiudevano, e così venne stabilita quella serie di tempi remoti nei quali si operò il marino deposito in alcune epoche, ed in altre si effettuò l'emersione dal seno di quelle acque tanto feconde di vita.

Un attento esame portato sulle roccie del terreno Apennino, e subapennino ci mostra che durante il periodo miocenico si effettuò l'ultimo sollevamento Appennino che il Ponzi assegna al tempo fra la deposizione delle arenarie *Molasse* degli Svizzeri, e le prime marne subappennine a motivo della loro discordante giacitura, poichè le arenarie sono sollevate, e spostate dal primitivo adagiamento; le marne poi sono a loro orizzontalmente addossate, per conseguenza costituiscono la prima serie delle roccie subapennine (1).

Sollevati adunque nel mioceno gli ultimi Apennini si effettuò in seno del mare subapennino quel deposito di roccie che noi vediamo a destra del Tevere, nelle quali si rinviene una interessante Fauna microscopica. Tali roccie furono prodotte dal sedimento di un mare che nell'epoca terziaria lambiva ancora il piede dell'Apennino dopo aver deposte quelle arenarie, che si mostrarono quindi nel sollevamento di detti monti; e rinvenendo addossate su quelle arenarie alle radici dell'Apennino roccie differenti, dobbiamo dire che rappresentino il primo gradino della scala delle roccie subapennine. I materiali di cui constano sono differenti, così le epoche di formazione che il Prof. Ponzi ha stabilito nel modo seguente.

1.° Strati marnosi più o meno calcari alternati con fina sabbia dello

(1) Ponzi, Cronaca subapennina già citata, pag. 7.

stesso colore, cui si pose il nome di marne turchine subapennine. Le più profonde di queste apparterrebbero al periodo terziario sul finire del mioceno.

2.° Le medesime continuate in alto colla eguale alternanza della stessa sabbia rappresenterebbero la prima epoca pliocenica.

3.° Sabbie gialle di minore potenza in confronto delle sottoposte marne, che incluse nello stesso plioceno chiuderebbero l'epoca pliocenica.

4.° Ghiaie e breccie sovrapposte alle sabbie gialle di maggiore o minore potenza secondo i luoghi, o mancanti affatto. Con queste si aprirebbe il periodo quaternario, epoca il diluvio Appennino corrispondente all'Alpino.

5.° Tufi vulcanici che a lembi in alcuni punti ricuoprono le ghiaie sarebbero l'ultimo marino deposito; e che distesi a sinistra del Tevere nella campagna Romana rimpiazzano il posto delle morene e massi erratici nella media Italia all'epoca glaciale pel sopraggiunto vulcanismo. Vedi Tav. I, Sez. A.

Il mare subapennino pertanto come risulta dai suoi relitti ora esposti, operò per lunga serie di tempi sedimenti differenti, che nelle marne per la finezza della materia lentamente deposta a strati regolarmente paralleli parlano in favore di un mare profondo e tranquillo, ma di ciò si terrà parola in luogo più opportuno (1). Solo ora è scopo dell' opera assegnare colla scorta della Fauna fossile il tempo della loro formazione.

La Fauna Vaticana raccolta e studiata da molti ha servito di guida alla determinazione dell'epoca dei diversi piani. Senza fare una lunga citazione delle liste prodotte da altri, mi limiterò alle ultime pubblicate dal Ponzi nella sua *Cronaca subapennina*, e nella memoria del titolo *I fossili del Monte Vaticano*, nella quale è riportato un catalogo, a cui l'autore si riporta a preferenza degli altri prima pubblicati.

TERRENO TORTONIANO DI MAYER

Marne inferiori profonde Vaticane.

Senza riprodurre i cataloghi che possono riscontrarsi nelle memorie citate, la Fauna contenuta in queste marne oltre avere un carattere terziario differisce per l'aspetto tutto suo proprio dalle altre rinvenute a Monte Mario ed altrove. Il Ponzi per l'assoluta mancanza del *Buccinum semistriatum* Brocchi, che caratterizza il plioceno, fa appartenere le marne inferiori Va-

(1) Il taglio del Monte Vaticano alla casa Vannutelli mostra quasi tutta la potenza delle marne, poichè dal piano delle fornaci alla sommità esse raggiungono metri 16, 50, che uniti ai 12 o 13 di profondità dei pozzi formano in tutto circa 30 metri di potenza misurati sul posto.

ticane al mioceno nel suo declinare, ponendolo nel terreno *Tortoniano* di Mayer, perchè i fossili non oltrepassano tale confine. Il Mantovani parimente considera mioceniche le marne inferiori.

TERRENO ZANCLEANO DEL SEGUENZA

Marne superiori Vaticane.

Questo terreno formatosi nel tempo che il mioceno aveva compiuto il suo tramonto, e quando cominciava a sorgere il plioceno, il Ponzi lo divide in due epoche. La prima che chiama transitoria al plioceno è rappresentata dalle marne superiori, nelle quali benchè i letti offrano la stessa natura degli inferiori, pure ne differiscono per le seguenti ragioni, che sono: 1.° la giacitura degli strati che sembrano corrispondere a quelli che sottostanno alle *calcarie Zancleane, o Messiniane* di Sicilia e Calabria descritte con tanta accuratezza, e dottrina dal Prof. Seguenza (1). 2.° i fossili che sebbene comincino a mostrare fisonomia pliocenica come il *Buccinum o Nassa semistriata* caratteristica del plioceno vi fa la sua prima comparsa assieme ad altre varie specie; pure in mezzo a questi fossili si rinvengono certe specie mioceniche, che in seguito spariscono. (2) Il vero terreno poi Zancleano o Messiniano di Sequenza appartenente al piano inferiore del plioceno, il Ponzi lo assegna alle masse insulari poste sopra una linea fratturale del littorale tirreno formate per sollevamento, e costituite da una calcare grossolano chiamato *Macco*; che sarebbero il capo d'Anzio, Palo, Civitavecchia, e la collina di Corneto, che hanno tutti i caratteri corrispondenti a quelli descritti dal Seguenza (3). In attesa di altri studi sulle marne Vaticane riterremo per plioceno inferiore i piani superiori di dette marne.

TERRENO ASTIANO

Sabbie gialle Vaticane e del Monte Mario.

Senza occuparmi qui del terreno *Piacentino* del piano medio del plioceno rappresentato secondo il Prof. Ponzi dalle marne fossilifere della Farnesina, che si riscontrano nella pendenza del Monte Mario diretta verso il Ponte Milvio; terrò solo parola di quella estesa deposizione di fine sabbie gialle

(1) Ponzi. Cronaca subapennina, ecc., pag. 11.

(2) Idem. I fossili del M. Vaticano, pag. 7. In questa memoria dice che la prima epoca pliocenica è racchiusa nelle marne superiori o Zancleone di Sequenza che precedette la Piacentina.

(3) Ponzi. I fossili del M. Vaticano, ecc. pag. 15.

giacente sulle marne turchine nelle regioni subapennine, comprese nel piano superiore del plioceno, e che ricuopre tutta la zona di sollevamenti a destra del Tevere. Queste sabbie a seconda dei luoghi sono talmente fossilifere in specie a Monte Mario da fornire per così dire una inesauribile miniera a tutte le ricerche paleontologiche. Il Prof. Ponzi accennando alle specie più communi così si esprime « Tanto le conchiglie, quanto i *Zoofiti* » vi si osservano nella loro naturale posizione, e distribuiti in famiglie, » per somministrare una prova di più della tranquillità nell'ordine di natura. » Però vi si notano signoreggiare certe specie, che a preferenza delle altre » giunsero ad avere un più ampio sviluppo fino a divenire caratteristiche » di quei tempi. Per tale ragione vediamo diffuse per tutto la *Mactra* » *triangula*, *la Corbuta nucleus*, *la Turitella tricarinata*, *l'Ostraea foliosa*, » *il Pectunculus insubricus*, *il Pecten opercularis* ecc. » (1) segue quindi il catalogo dei fossili di Monte Mario.

Sul rapporto delle sabbie il Prof. Ponzi dice che sieno state formate sotto un cielo sereno, e da un mare che con un dolce moto ondoso convertì le sue *deiezioni* in quella fina sabbia gialla costituita da sottili granellini silicei e calcari, come il risultato del più avanzato raffinamento delle roccie apennine. Quale sabbia poi distesa in ripetuti e numerosi banchi orizzontali indica lungo periodo di tempo e tranquillo per la mancanza di intercalati letti di ghiaia e ciottoli, che sarebbero opera di violento trasporto (2).

Il Mantovani crede che la qualità, e quantità di conchiglie fossili del Monte Mario dimostrino mare profondo e tranquillo (3). Su tale argomento si parlerà altrove e più opportunamente.

Ora restringendo il mio dire su quanto riguarda le sabbie gialle del Monte Vaticano, in questo come in tutto il resto del sollevamento costituiscono quasi l'ultimo sedimento marino deposto pria che il mare lasciasse di lambire i subapennini. Esse sul Vaticano offrono ove più ove meno una potenza di metri 4, 50, sono quarzoso-calcari, miste a breccie e ciottoli di pietre calcari e focaie colorate, e più in basso a ghiaie fine con rari fossili, che per quanto io mi sappia non sono stati finora illustrati.

In attesa di studi più profondi riguardanti la geologia stratigrafica del bacino Romano, che possono portare maggior luce su molti fatti ancora dubbi, io non mostrerò la pretesa di entrare nella grande questione sostenuta dal-

(1) Ponzi, Memoria citata pag. 23.
(2) Idem, pag. 22.
(3) Mantovani, Descrizione geologica della campagna Romana 1875. pag. 40,

l'illustre Prof. Stoppani. Questo sommo scienziato, sempre profondo ed elegante scrittore ha trattato quanto riguarda i rapporti storici fra il periodo pliocenico, e l'epoca glaciale sostenuti nelle Note ad un corso di Geologia, e più diffusamente nel Corso di Geologia, come nella Geologia d'Italia sul carattere marino dei grandi anfiteatri morenici dell'alta Italia; che cioè l'epoca glaciale abbia seguito immediatamente quella delle argille azzurre del plioceno, e che le sabbie gialle sieno l'equivalente marino del terreno glaciale, ed immaginario l' interposto *diluvium* (1).

Da questo opinamento mi sembra poco si discosti il Prof. Ponzi non esitando a distinguere l'epoca pliocenica col nome di *pre-glaciale,* per il graduale abbassamento di calorico che dovette precedere l'epoca glaciale dimostrato dai fossili nel decorso delle epoche subapennine (2).

Se sotto questo rapporto venisse studiata la Fauna fossile non esclusa la microscopica del terreno morenico littorale, e di fondo degli antichi *Fiords* dell'alta Italia, e messa in confronto con quella dei terreni subapennini a sabbie gialle, si soddisferebbe al certo ad un *desideratum* della scienza, che potrebbe rischiarare la questione ponendola sotto il controllo delle relative osservazioni.

Qui è d'uopo far notare che il fino tritume delle roccie apennine rappresentato dalle sabbie gialle che mostrano un salto deciso spiccato fra la sedimentazione fina tranquilla del tutto regolare e profonda delle sottoposte marne, che contengono una Fauna ben differente; ci rende avvertiti del cambiamento di condizioni, nel quale si operò diminuzione del fondo marino. Alla fanghiglia a prevalente *Globigerina* racchiusa nelle marne si sostituiva la deposizione di un materiale più grossolano ricco di una differente Fauna. Questo divelto dalle roccie Apennine dopo aver sofferto una prima fase di frantura in seno delle acque fluenti, o dei ghiacci sulla terra, giunto al lido marino di quell'epoca soggiaceva in balia del flutto nella incessante lotta colle forse dirupate irregolari o poco sottili coste di allora la trasformazione in sabbia frammista a tutto il resto delle roccie che per mole maggiore non poterono ridursi in sabbia rappresentato da ghiaie più o meno minute rotonde, o discoidali ciottoletti frammisti ad essa, testimoni parlanti dell'azione marina.

---

(1) Stoppani, Note ad un corso di Geologia. Vol. II. pag. 562, 563. Corso di Geologia Vol. II. parag. 1252, 1255. Ed in altra memoria da esso primitivamente pubblicata col titolo: Il mare glaciale a piedi delle Alpi ecc.

(2) Ponzi. Idem pag. 28.

Lo studio sulle produzioni marine venne istituito nel secolo passato da un uomo eminente su tutti della sua epoca il celebre Ambrogio Soldani coi suoi studi comparativi fra i relitti dell'antico mare, e l'attuale, la Fauna fossile e la vivente, e con questi giunse al punto dopo un indefesso studio e lavoro a saper distinguere nei terreni terziari della Toscana i depositi del mare littorale e profondo, la Fauna pelagica, quella vivente presso le coste, ed a poca profondità; a svelare in mezzo alle terre i depositi lacustri, e quelli dalle acque fluitati per la via delle correnti sul littorale; non che il nuovo investimento del mare sui terreni già emersi. Ambrogio Soldani fu dunque il primo a spandere un primo raggio di luce, a dettare i modi veramente prattici e razionali, coi quali si deve procedere alla investigazione della natura, a gettare i primi fondamenti della Geologia stratigrafica, e ad additare la via nelle ricerche paleontologiche, dalla quale venne quindi creata quella scienza per opera di Cuvier, Brongniart e Brocchi. Tuttociò non poteva essere che il prodotto della intelligenza e del genio Italiano, che sa pazientemente studiare, e razionalmente creare dalla osservazione; attibuto che oggi si vuol concedere alla sola Germania; e di un Monaco che ha saputo in tempi difficili per la Geologia servir Dio, e la scienza.

Ma si conceda spendere poche parole a provare quanto sopra ho enunciato onde risulti il singolare talento di osservazione del Soldani, e le importanti ricerche fatte dal suo occhio indagatore.

Il saggio crittografico sulle terre nautiliche ed ammonitiche della Toscana pubblicato nel 1780, che Brocchi « chiamò opera magistrale malgrado » il medesto titolo che porta » ci fa vedere come il Soldani studiasse sempre le cose sotto il triplice aspetto *litologico*, *stratigrafico*, *paleontologico*. In esso troviamo una serie di osservazioni, e descrizioni di molti luoghi della Toscana, e di argomenti e riflessioni nate dalle stesse osservazioni. Infatti studiò i dintorni di Siena, ed in specie al S. E. il così detto bacino delle crete Senesi, il monte vulcanico di Radicofani; osservò ivi la natura e disposizione del terreno, esaminò i resti fossili grandi e minuti, la loro natura, qualità e quantità, e quindi svolse con acuto criterio le sue idee sulla origine ignea o Nettunica, d'acqua dolce o marina, littorale o pelagica dei terreni, e loro relativa età, e basando sempre tuttociò sui puri, e nudi fatti osservati, li appoggiò sulla descrizione dei minerali, e fossili raccolti, redigendone il catalogo corredato di 25 tavole. Da queste prime ricerche vennero in luce una quantità di minuti organismi, che spinsero

Soldani, persuaso della loro presenza nella natura vivente a ricercarveli confermato in ciò dalla raccolta fatta a Rimini sull'Adriatico da Giovanni Bianchi che rese nota nel 1739 nel libro dal titolo *De Conchis minus notis*. Da ciò l'origine delle sue ricerche nei sedimenti subaquei degli stessi minimi organismi viventi, lo studio delle loro condizioni di vita, del loro *habitat*, pel confronto, e le relative deduzioni sulla origine e natura dei terreni in cui li rinvenne fossili. Ecco dunque fondata dal Soldani col suo primo *Saggio crittografico* la scuola del positivo in tempi in cui si chiamava la Geologia ipotetica, un assurdo fantasma, sulla osservazione pura dei fatti, e la relativa posizione stratigrafica dei terreni. Tutto questo allo scopo (come esso scrisse) « di stabilire un confronto fra la Fauna vivente e la fossile, » dar luogo a diverse questioni filosofiche, e svolgere quelle pertinenti alla » orignottosia del nostro globo; ma senza l'idea di creare nuove ipotesi, » solo per la conferma dei fatti quando ne sia consentanea l'osservazione, » e di rigettare quelli che si trovano con essa in contradizione. »

Il Soldani ci lasciò altri tesori, frutto delle sue indefesse ricerche, nella sua colossale opera « *Testaceographiae ac Zoophytographiae parvae et microscopicae* » cominciata a pubblicare nel 1789, completata nel 1797 e corredata di 250 tavole, che può dirsi il perfezionamento dei suoi primi studi. In questo classico lavoro premessa la descrizione dei minuti organismi viventi a quei fossili, fondava sopra essi i termini di comparazione, per stabilire così le analogie e la indentità fra loro, per dare più sicuro giudizio sulla natura, ed origine di quei fossili. A tal fine riporto le sue parole a pag. 9 dei prolegomeni « *Sed cur nativa praetulimus? Quia haec » licet, eadem utrisque sit genesis, observatu sunt commodiora, utpote » quae fossilibus praestant tum pelluciditate, tum etiam integritate. Accedit, quod praemissis nativis, rati ac fixi intelligebantur, prototypi, » cum quibus fossilia compararentur, ut omnimodo aequalitate detecta, » communis origo certo innotesceret.* » Con ciò Soldani dava un colpo mortale ai sostenitori del *lusus naturae*, e delle produzioni terrestri generate in seno alla terra.

Coerenti a questi suoi pensieri descrive le produzioni marine rinvenute o sul lido tanto nel Mediterraneo che nell'Adriatico, o nel fondo del mare, nell'isola del Giglio, ed altri luoghi profondi.

Sottopose ad *Analisi* come esso si esprime, tutti questi sedimenti del mare attuale per accertarsi di quanto vive in fondo al mare, à poco fondo o presso il lido e farne il confronto, stabilire un parallelo fra i sedimenti litto-

rali attuali, e gli antichi relitti rappresentati dalle sabbie gialle (tufi arenosi del Soldani), fra i fanghi di fondo del mare, e le marne subapennine dell'antico plioceno (argille subcineree da lui dette).

Ed ecco Soldani con questa sicura scorta rovistare tutti i terreni studiare i fossili contenuti nell'argilla pliocenica da lui detta subcinerea presso S. Quirico, la paragonò per la sua costituzione meccanica al fango delle profondità dell'Adriatico, ed a quello pescato presso alcune isole del Mediterraneo. Esaminò altri terreni pliocenici presso Siena, costituiti, da argille turchine, sabbie gialle, depositi di ghiaie. In essi riscontrò che anche nei luoghi a poca distanza fra loro possono variare certe condizioni, a cui è subordinata la differenza nella presenza o promiscuità delle forme organiche.

Studiando terreni di formazione differente, che per i loro caratteri indicano un deposito più o meno lontano dalla terra, o la loro prossimità ad un fiume, li pose al confronto degli attuali sedimenti marini di varia profondità. Notò la differenza fra quei littorali delle grandi e medie profondità, nei quali si trova confuso assieme il materiale terrestre arrecato dai fiumi, e la formazione marina della località, da cui dedusse che alcuni antichi sedimenti dei dintorni di Siena si sono formati a poca profondità o furono littorali. L'argilla sabbiosa dei *Due ponti*, la sabbia gialla micacea di *Poggio a Rosaio*, la quale è attraversata in certi punti da depositi di ghiaia, di cui riconobbe l'origine Apennina, e che disse condotti in mare dai fiumi, come avviene al presente, la collocò in tale formazione. Paragonò quindi fra loro i terreni Senesi ed i Volterrani, dimostrò che i primi furono opera del concorso del mare e dei fiumi per la presenza di moltissime ghiaie, ed i secondi del solo mare, per l'assenza delle ghiaie, , e la ricchezza invece dei fossili marini.

Non sfuggì in questo studio comparativo al grande Naturalista il terreno di formazione lacustre nella Toscana, e coerente ai suoi modi di osservare, diresse lo sguardo ai depositi lacustri moderni, analizzando in specie i fanghi lacustri del lago di Bientina, descrisse gli antichi laghi Toscani persuaso essere cosa interessante per la storia geologica del proprio paese. In questi rinvenne analoghi tanto i sedimenti che i fossili da lui osservati nei laghi attuali. Parlando dell'antico lago presso Siena fra Staggia e Poggibonsi fece rimarcare, che mentre alcuni strati ricchissimi di specie lacustri poggiano sopra argille plastiche ricche oltremodo di conchiglie marine in specie le più minute, parlanti perciò in favore di mare profondo, e che sopra ai strati lacustri si adagiano altri strati pieni di ostriche; ne dedusse che al

ritirarsi del mare subentrò ad esistervi per molto tempo un lago, al quale per depressione di suolo successe una nuova invasione del mare stesso.

Per la originalità di questi studi e ricerche non si può al certo, oso dire, anche ai nostri giorni desiderare di meglio, e giustamente l'egregio Prof. Orazio Silvestri, come io accennava nella mia prima pubblicazione (1), trattò maestrevolmente questo tema. Dalle sue memorie ho attinto in parte quanto esposi sul grande valore scientifico delle opere del Soldani, credendo opportuno nel trattare dei nostri sedimenti, mostrare come un secolo fa venisse dal nostro grande Italiano tracciata la via ove condurre sempre la Geologia, sulla base del vero, e non sopra un fantastico ideale poggiato talvolta su dati male interpretati, e forse non maturamente esaminati.

Tornando ora dopo tale digressione, che spero mi venga perdonata dal lettore, sopra il mio tema, aggiungerò a prova che la natura come nelle epoche rimote di poco si è scostata da quella in cui noi assistiamo, e la scienza oggi possiede fatti luminosi per le esplorazioni, e gli scandagli operati dalle navi Inglesi *Ligthening Porcupine*, e soprattutto del *Challenger*. I risultati di quelle spedizioni furono importantissimi. Tralascio tutte le preziose notizie riguardanti la verticale distribuzione di temperatura presa dalla superficie del mare sino alle maggiori profondità oceaniche, come può vedersi nei preliminari rapporti del Prof. Wyville Thomson F. R. S. direttore della spedizione scientifica del *Challenger*, e di Mr. I Murray Naturalista della spedizione stessa, pubblicati negli Atti della Reale Società di Londra. (2) Mi restringo a dir solo dei risultati ottenuti dagli scandagli, e dai materiali estratti, e studiati in tutte le profondità oceaniche da pochi metri sino a 4575 *fathoms* (passi) profondità enorme che raggiunge metri 9150. Tale scandaglio N.° 246 fu fatto il 23 Marzo 1875 alla Lat. 11: 24' N. Long. 143°, 16' E. (3).

Nel rapporto ricevuto il 26 Febbraro 1876 si danno ragguagli sulle eruzioni vulcaniche di *Kilauea* osservate di notte in mare nell'Agosto 1875 presso le isole di *Oahu* ed *Hawaii*. I materiali ottenuti dagli scandagli presso *Tahiti* fatti in 18 stazioni ad intervalli di 160 miglia alla profondità dai 2000 ai 3000 passi, fecero vedere uniforme la natura del fondo composto di argilla rossa, e nelle vicinanze del gruppo delle isole vul-

(1) Terrigi. Memoria citata. Bollettino della S. G. Italiana Vol. XII. Fasc. 10—12, pag. 668.

(2) Proceedings. of the Royal Society of London. From November 18, 1875, to April 27, 1876. Vol. XXIV, pag. 463 e seguenti.

(3) Opera citata, pag. 504.

caniche, il fondo si rinvenne largamente composto di avanzi vulcanici, fango di lido. (1)

Nel rapporto preliminare dei saggi del fondo del mare ottenuti negli scandagli, dragaggi fra l'Inghilterra, e Valparaiso, vengono dati interessantissimi ragguagli sui depositi della spiaggia (2). Infatti si è trovato che i depositi collocati presso i continenti, e le isole, hanno ricevuto la loro principale caratteristica della presenza degli avanzi delle terre vicine, ed allora i depositi si estendono ad una distanza di più di 150 miglia lungi dalla costa, e questi si è riconosciuto che variano per alcune circostanze. I fanghi di colore turchiniccio, o verde sono rinvenuti nella maggioranza dei casi presso i continenti e le grandi isole (3), alla profondità da 100 a 700 passi e più ancora. Sono formati da una materia argillosa amorfa, contengono belle particelle di mica, quarzo; ed altri minerali si trovano in tutti questi depositi, e le particelle minerali crescono sempre in grandezza a misura che si avvicina la terra. Non vi mancano avanzi di legni, frutti, foglie di alberi, grandi pezzi di roccie, pomici, granitoe ghiaie rotonde. I fanghi, e le sabbie grigie che si trovano presso le isole vulcaniche, hanno un carattere distintivo per la presenza di avanzi vulcanici come pomici, scorie etc. che impedisce a tale deposito di avere il carattere argilloso. Il colore di questi depositi varia dal grigio al nerastro sino all'ardesia (4). I fanghi rossi sulla costa orientale del Sud America dal capo S. Rocco a Baja differiscono dagli altri depositi di spiaggia pel colore rosso dovuto alla presenza di materie ocracee condotte nell'Atlantico dai fiumi del Sud America. In tale regione le argille rosse di mare più profondo hanno offerto ragione a credere che il colore di esse abbia eguale origine. Così si è veduto che il colore dei fanghi di altre regioni è dovuto almeno in parte a presenza di materia argillosa amorfa verde, ed a particelle di glauconite di verde pallido e scuro. Nella regione del Sud America gli scandagli presso la spiaggia, e nelle acque poco profonde hanno colore rosso più intenso, e contengono più grande quantità di particelle minerali, e minori residui organici di quelli che si trovano nelle acque più profonde. Le particelle minerali sono principalmente quarzo e mica. (5) Il fango corallino rinvenuto in specie presso Bermuda è caratterizzato da grande quantità di materia amorfa calcare dagli avanzi dei

(1) Opera citata, pag. 464.
(2) Opera citata, pag. 519.
(3) Opera citata, pag. 519.
(4) Le isole poi lungi dai continenti si rinvennero di natura vulcanica.
(5) Opera citata, pag. 522.

banchi di corallo, da forme calcari di *Foraminiferi*, e da frantumi di *Polizoi*, etc. Dai bordi poi dei banchi di corallo si estendono i detti fanghi giù sino alla profondità di 2500 passi, e si vanno a perdere fra le altre argille del circostante Oceano.

Senza tener parola ora dei depositi del profondo mare, possiam dire che la scienza è ormai in possesso dietro i risultati ottenuti dal *Challenger* di fatti importanti riguardanti i vari depositi dei mari attuali, che offrono varianti a seconda delle località, dei mari chiusi, stretti, delle vicinanze alla costa, agli arcipelaghi, od isole, della maggiore o minore distanza da quella, e dei depositi propri delle piccole profondità, le medie, le grandi, e le abissali. Quando (come si legge in un rapporto del Prof. Wyville Thomson. Gennaro 1880 pag. VII sui risultati scientifici del viaggio del *Challenger*) saranno pubblicati i due importanti volumi sui recenti depositi del letto dell'Oceano, e loro rapporti sopra la Geologia e Petrologia, opera del Sig. Mr. Murray F. R. S. E. e del Rev. Abbate Renard, ed un volume sui risultati chimici, e fisici completerà probabilmente la serie; allora noi possederemo per opera dell'Inghilterra il maggiore, e più luminoso dei *desideratum* della scienza.

Aggiungerò ancora che quando gli uomini eminenti nella scienza, a cui ne venne affidato lo studio, avranno compiuto l'esame dell'immenso materiale recato dal *Challenger* e saranno editi i volumi della grande opera, i Naturalisti con animo riconoscente agli Inglesi avranno il libro di testo, dal quale attingeranno quanto quella Nazione ha saputo operare in pro della scienza.

Tenendo a guida la via tracciata dal nostro grande Italiano il Soldani, e fondandomi sui risultati scientifici del *Challenger*, con brevi parole cercherò di analizzare il sedimento marino sabbioso del Monte Vaticano. Tale sedimento è il risultato della mescolanza del fango di lido, e di sminuzzate particelle minerali in quell'epoca. È rappresentato il primo da un materiale fangoso ocraceo, la cui origine indubbiamente è dovuta in parte allo screpolamento e successivo distacco per azione meteorica dei calcari ferruginosi del nostro Apennino; in seguito alla triturazione di essi per opera dei torrenti fluenti dalle balze montane, infine allo sgretolamento per effetto dell'incessante flutto marino: ai quali materiali si aggiunse quanto in prossimità del lido continuamente radeva, e ne asportava l'instancabile onda marina. Ciò in riguardo ai materiali più suscettibili di sgregamento per difetto di resistente compatezza, e più accessibili alla lenta azione chimica atmosferica, ed alla

dissolvente delle acque. Le seconde sono fornite dalle roccie più tenaci che offrirono maggiore resistenza alle suddette azioni.

Un sommario esame dato alle arene del nostro mare pliocenico mi fornì l'occasione di dire nel mio lavoro, (1) che dai monti della Valle dell'Inferno le arene sono quasi tutte qnarzose, cristalline limpidissime con pochissimo calcare ed ocra , che si estendono sino al Monte Vaticano , ove il calcare si mostra più abbondante con quasi nulla di ocra. Ora per più minuto esame portato sopra saggi presi a diverse altezze, è necessario corregga quel mio primo enunciato; ed ecco quanto posso dire in fatto di Petrologia sulle arene Vaticane.

In complesso sono formate da silice , e le particelle minerali in gran parte (bisogna dirlo come degno di nota) hanno conservata la forma cristallina, dopo aver subito la fluitazione, e tante vicende di traslazione, e di attriti. Quelle che si rinvengono in certa abbondanza nel relitto marino del Monte Vaticano sono *Augite Biotite* in discrete laminette, *Quarzo Calcedonie* policrome , *Feldespato* vitreo , *Epidoto* che si avvicina all'*Augite*; la cui provenienza in parte è da attribuirsi ai calcari del *Giuras*, del *Lias* e del *Cretaceo* del nostro Appennino, a cui si associano frammenti di scorie, di tufi vulcanici. (2) Una fina ghiaia rotonda , o discoidale costituita dai calcari Appennini, e da pietre focaie più angolose fa parte del deposito. Tale sottile ghiaia va crescendo in mole ora intercalata in piccoli strati alle sabbie , ora frammista ad esse , a misura che dalle sottostanti marne ove è più minuta la sabbia così sono le ghiaie, si raggiunga in alto il deposito, ove sabbia e ghiaie vanno assumendo maggior mole.

Tutto questo trova a mio credere una naturale spiegazione, qualora analizzando i fatti dell'attuale deposito marino, colla scorta di questi si risalga a quelli di data geologica. Il mare pliocenico nella regione ove trovasi il Vaticano, deposte le marne turchine si conservava bastantemente profondo, ed iniziandosi la formazione delle sabbie si manteneva pressochè tale; e si può supporre fosse nè molto profondo, nè littorale. Peraltro continuando il sollevamento venne scemando il fondo di esso, e depositi piú grossolani si formarono per la diminuita distanza della terra; finchè il mare divenendo pressochè littorale depose ghiaia più grossa, affidando alle sue onde di trasportare il fino materiale in luogo più lontano dal lido. Così fa credere l'or-

(1) Terrigi. I Rizopodi Fossili etc. pag. 673.

(2) Conservo in appositi tubetti i belli cristallini di detti minerali, come tuttociò che si riferisce alla Fauna microscopica, per mostrarli a chiunque voglia farci delle osservazioni.

dine di deposito che osserviamo al Vaticano. Per quello che concerne la profondità di quel mare, ne parlerò quando tratterò dell'*habitat* della Fauna, che si trova in armonia con questo mio dire.

Volendo ora dare un termine a questi cenni geologici, mi è d'uopo dire che la Fauna microscopica Vaticana debba essere considerata come appartenente al periodo terziario, epoca il plioceno, e compresa nel terreno *Astiano* descritto dal Ponzi. L'assegno al piano superiore del plioceno tenuto conto ancora della Carta geologica della Campagna Romana con sezioni compilata nel 1878 nell'Ufficio geologico in Roma a domanda della Direzione di statistica, dietro i migliori documenti tratti dal Ponzi, diversi altri Geologi, e speciali verificazioni. In essa vengono poste come costituenti il terreno terziario del pliocene sabbie, e ghiaie, marne argillose e sabbiose calcare conchiglifero macco etc.; e del miocene molasse e marne lignitifere. Le roccie rappresentanti il pliocene sono in detta carta con apposito colore indicate in posto nel sistema dei Monti Vaticano, e Mario, sui quali ho raccolto il materiale che racchiude la Fauna a *Foraminiferi*.

Se delle modificazioni per ulteriori, e nuovi studi verranno fatte alla scala stratigrafica del terreno subapennino sulla destra del Tevere per le quali fosse necessario cambiare nome alla Fauna che imprendo a descrivere, ciò farò volentieri, desideroso di seguire sempre i progressi della scienza. Riterrò pertanto la Fauna a *Foraminiferi* come sopra ho espresso del pliocene superiore nel terreno *Astiano*, e come tale la presento per ora ai cultori della scienza.

Addizioni

Aveva dato l'ultima mano a questi cenni geologici, quando mi avvenne di occuparmi di nuovi fatti, che credo sommamente utile di compendiare, e pubblicare.

Fisso nella mia idea predominante, e convinto per i fatti osservati sul Quirinale che una medesima deposizione del mare pliocenico doveva estendersi dove più, dove meno profondamente sul resto dei colli della nostra Città, non tralasciai mai le indagini, quando una propizia occasione di cavi per fondazioni mi si offriva.

Se delle forze endogene per azione vulcanica, ed altro, avevano prodotto sollevamenti, ed intermedie fratture nei punti ove fu maggiore il conato, o minore la resistenza delle roccie sedimentarie pelagiche sulla destra del

Tevere, non minore effetto al certo doveva prodursi sulla sinistra. A questo opinamento c'induce la logica naturale, il più vicino rapporto col centro di azione vulcanico-Laziale, e ce lo confermano le diverse condizioni altimetriche dei colli posti a sinistra del Tebro.

Nè valeva certo la difficoltà non insuperabile in vero, che il terreno marino fosse profondamente sepolto sotto i tufi, nè possibile il raggiungerlo. La volontà guidata dall'amore per la scienza, e la ricerca del vero, non doveva lasciare intentato nessun mezzo per afferrare la propizia occasione di un cavo di uno sterro qualunque, che tanti al presente se ne pratticano nella nostra Città per il suo abbellimento, e per studi tecnici. La ricerca del vero non deve rimanere ottenebrata da idee o teorie, nè male guidata da sistemi invalsi. Un vero dimostrato scientificamente rimane inalterato ai posteri, e coscienziosamente descritto, è tale raggio di luce che si fa strada nelle menti saggie, nè teme l'opacità di quelle tenaci a prevalse teorie; ed al certo non siamo forse in un'epoca in cui si vuole il puro vero, e non un mistico ideale sui fatti di natura? Sì, il vero bisogno della scienza è la pura narrazione dei nudi fatti, il logico e razionale apprezzamento di essi, ma basato sempre sui fatti osservati. Tutti abbiamo il dovere invece di perderci talvolta in poco sode obbiezzioni, unirci in un solo pensiero, darci a vicenda la mano, indagare cioè l'operato di natura per la illustrazione della scienza.

Non potendo pertanto dal lato sinistro del Tevere mancare i rappresentanti dell'uniforme sedimento marino delle assise subapennine che si mostrano a destra, era mestieri rinvenirli e dimostrarli.

Nell'Ottobre decorso operandosi dei cavi per fondazioni di case tra la via Quattro Fontane, e la via Balbo situata nella valle che separa il Viminale, e l'Esquilino prodotta forse da dislocamento, o da erosione; fui colpito dalla natura, e dal colore giallo dei saggi estratti alla profondità sotto il piano stradale di metri 17, 70, ed in punto ove si era già giunti alla zona acquifera. Scelti i migliori, e più netti saggi, e svolgendo nella mia mente le ragioni onde eliminare il dubbio se fossero la continuazione delle argille giallastre calcari alluvionali che si mostrano al Quirinale, oppure sabbie, ed argille sabbiose marine, senza molto attendere all'aspetto litologico dei saggi, li sottoposi con avidità scientifica al controllo del microscopio; questo non tardò a rivelarmi un' abbondante Fauna a *Foraminiferi* conservata, con varie e numerose specie, delle quali credo im-

portante darne un piccolo *elencus* riserbandomi di illustrarla a suo tempo assieme a quella del Quirinale.

Nello stesso tempo non lasciai intentate altre ricerche sul luogo, e procurai altro materiale più profondo coadiuvato dalla gentile opera del Sig. Benedetto Montanari imprenditore dei lavori. Questo si mostrò argilloso misto a fina sabbia quasi del tutto quarzosa e micacea, di colore giallo più pallido, risultante da deposito fangoso marino misto a fina sabbia. La Fauna a *Foraminiferi* si mostrò all'analisi microscopica più ricca e conservatissima presso a poco colle medesime specie rinvenute nello strato superiore che è totalmente una sabbia gialla simile in tutto alle sabbie gialle subapennine dei Monti Mario e Vaticano.

Mancava l'equivalente nelle marne, il quale se un medesimo mare depose quelle Vaticane, doveva rinvenirsi al di sotto di questa argilla sabbioso-giallastra. Seppi che erano state pratticate delle trivellazioni nella regione Esquilina allo scopo di studiare un progetto per dare altra direzione all'acquedotto dell'acqua Vergine; e che le trivellazioni erano state operate dall'Ufficio tecnico Municipale sotto la direzione del capo d'Ufficio l'Egregio Sig. Ingegnere Vescovali nel 1874. Mi condussi da lui e per squisita cortesia ebbi tutti i campioni, o saggi delle trivellazioni eseguite presso l'ingresso della Villetta Massimi all'Esquilino luogo di pochi metri distante dalle mie prime ricerche, nonchè la scala altimetrica sul livello del mare, corrispondente perfettamente al livello degli strati da me ritrovati alla via Balbo. I saggi erano perfettamente identici ai miei meno gli ultimi che erano le marne azzurrognole eguali assolutameute alle Vaticane con Fauna a *Foraminiferi* meno ricche delle Vaticane.

Le assise subapennine della sinistra del Tevere principiando dal più basso livello sono marne compatte turchiniccie rinvenute alla profondità sotto il piano stradale di metri 22, e 24, e di metri 19,70 sul livello del mare. La sonda raggiunse altri metri 2,26 di profondità, e ne risultò sempre la stessa marna. Sovrasta un'argilla giallo-cinerea pallida a metri 21,23 di profondità, e di 20,71 sul livello del mare, ha la potenza di 1,01 con avanzi vegetali misti a poca sabbia. Sovraincombe a questa un strato di metri 4,08 di argilla più giallastra molto arenosa con fina mica alla profondità di metri 17,15, e di 24,79 sul livello del mare. Si adagiano su questa le sabbie gialle miste a poco fango marino in tutto simili a quelle della sponda destra. Hanno metri 1,50 di potenza, e si rinvengono a metri 15,65 di profondità, ed a 26,29 sul livello del mare.

Le specie dei *Foraminiferi* rinvenute in queste assise variano in numero a seconda degli strati, e siccome le specie che mi si presentano all'esame vanno aumentando, credo opportuno farne più maturo studio ad illustrarle a miglior tempo, pel momento indicherò le principali.

Nelle marne è contenuta la seguente Fauna microscopica :

Lagenidi

Nodosaria raphanus Linn. *Uvigerina pygmaea* D'Orb.

Globigerinidi

Orbulina universa D'Orb. *Globigerina bulloides* d'Orb. *G. triloba* Reuss. *Bulimina Buchiana* D'Orb. *Cassidulina laevigata* D' Orb. *Rotalia Baccarii* Linn. *Discorbina globularis* D'Orb..

Nummulinidi

Polystomella crispa Linn.

Abbondano alquanto gli *Entomostraci.*

Nelle argille sovrastanti alle marne è racchiusa la seguente Fauna un poco più abbondante, e più ricca in specie.

Lagenidi

Glandulina laevigata D'Orb. *Nodosaria monilis*? Silvestri. *N. calamus* Silv. *Frondicularia striata* D'Orb. *Uvigerina pygmaea* D'Orb.

Globigerinidi

Orbulina universa D'Orb. *Globigerina bulloides* D'Orb. *Bulimina pupoides* D'Orb. *B. marginata* D'Orb. *B. Buchiana* D'Orb. *Bolivina antiqua* D'Orb. *Bol. dilatata* Reus. *Bol. punctata*? D'Orb. *Cassidulina laevigata* D'Orb. *Rotalia Beccarii* Linn.

Nummulinidi

Polystomella crispa Linn. *Nonionina asterizzanz* F et M.

Nelle argille con sabbia più abbondante, e meno fina si rinvenne la seguente Fauna.

Lagenidi

Nodosaria scalaris Batsch. *Dentalina communis* D'Orb. *Uvigerina pygmea* D'Orb.

Globigerinidi

Orbulina universa D'Orb. *Globigerina bulloides* D'Orb. *G. triloba* Reuss. *Bulimina pupoides* D'Orb. *B. Buchiana* D'Orb. *B. pyrula* D'Orb. *B. aculeata*? D'Orb. *Virgulina Schreibersii* Czizek. *Vir. punctata*? D'Orb. *Bolivina antiqua* D'Orb. *Bol. punctata* D'Orb. *Bol. dilatata* Reuss. *Cassidulina laevigata* D'Orb. *Truncatulina lobatula* Walker. *Rotalia Baccarii* Linn. *Rot. Soldanii* D'Orb. *Discorbina globularis* D'Orb.

Nummulinidi

Polystomella crispa Linn. *Pol. striato-punctata* F. et M. *Nonionina asterizzanz* F. et M. *Non umbilicatula*? Montagu.

Le sabbie gialle contengono una Fauna più scarsa meno conservata le cui specie.

Lituolidi

Lituola (Haplofragmium) globigeriniformis? Par. et Ionés.

Lagenidi

Dentalina communis D'Orb. *Frondicularia Dumontana*? Reuss. *Uvigerina pygmaea* D'Orb.

Globigerinidi

Globigerina bulloides D'Orb. *Bulimina marginata* D'Orb. *Bolivina antiqua* D'Orb. *Bol. punctata* D'Orb. *Cassidulina laevigata* D'Orb. *Rotalia Beccarii* D'Orb. *Rot. Soldanii* D'Orb.

Nummulinidi

Nonionina asterizzanz F. et M. *Polystomella crispa* Linn.

Questa è la Fauna a *Foraminiferi* rinvenuta in un sommario esame dato alle assise subapennine della sponda sinistra del Tevere, la quale si mostra ad un dipresso simile a quella della destra, ed in particolare alle sabbie Vaticane, il che ci porterebbe a credere che un medesimo mare l'accolse nel suo seno.

Il fatto importante però da notarsi è questo che sulle marne turchine non si adagiano immediatamente le sabbie gialle come nelle assise di destra. Ma invece il fatto del succedersi alle marne turchine, argille fine plastiche poco arenose, seguite da altre poco più ricche di sabbie, ed infine la

soprapposizione delle sabbie gialle a queste; tale fatto di un graduale passaggio a diverso sedimento, o per meglio dire del convertirsi del deposito marino da un materiale fino fangoso (marne) gradatamente in altri meno fangosi, e più direi grossolani con sabbie (argille) in uno puramente sabbioso, tuttociò c' induce a credere ad un lento, e calmo sollevarsi del fondo marino subappennino in un piano inclinato addossato all'Appennino.

Per la qual cosa ne risultò infine un fondo di mare, nel quale dopo la formazione delle marne avvenne il deposito di un fango finamente sabbioso in mare piuttosto profondo, a cui si sostituì quello di sabbia ocracea più povera di Fauna indicante un mare più prossimo al lido.

Riflessioni sulla fauna fossile

Allorquando mi venne dato dopo molte ed assidue ricerche fatte nelle sabbie gialle del plioceno superiore dei terreni di Roma, raccogliere la Fauna microscopica, dividerla secondo le località, ordinare i generi, e le specie più communi dei *Foraminiferi* fossili; non tardai a render pubblico un saggio benchè incompleto delle mie prime indagini. Convinto infatti della importanza scientifica di detta Fauna, ne feci la prima communicazione in seno a quel dotto, ed illustre consesso di Naturalisti che si adunò in Palermo sul cadere dell'Agosto 1875. (1)

Prometteva allora di porgere più estesi ragguagli in una monografia, che dissi « vedrà la luce quando mi sarà permesso dal tempo » e che sperava fosse più breve delle mie previsioni, per compiere altri studi già iniziati. Il difetto di tempo è stata dunque la causa principale del ritardo alla pubblicazione di questo mio lavoro, e non di mancata volontà. Spero mi venga perdonato tale ritardo da quanti mi sollecitarono, e m'incoraggiarono a compiere i miei studi, e da coloro che attendevano una più pronta pubblicazione di essi.

Una monografia nella quale avessi complessivamente descritto quanto io aveva raccolto nelle diverse località mi sembrò opera non ordinata, per la ragione che la *facies* della Fauna può differenziare da un luogo all'altro, a seconda della profondità marina in cui visse e vi si depose nelle epoche che furono. Data anche la condizione della stessa profondità possiamo riscontrare delle varianti nella promiscuità delle specie, o del pre-

(1) Terrigi. I Rizopodi fossili dei terreni terziari di Roma, etc. Bollettino della Società Geografica Italiana. Vol. XII. Fasc. 10—12. Ottobre-Novembre 1875.

dominio di alcune sulle altre; e tutto questo poteva avvenire per circostanze favorevoli di *habitat* come golfi, seni etc. nei quali se non altro può avverarsi predominio di sviluppo od incostanza, o varietà di forme.

Per queste ragioni a me sembra più naturale descrivere separatamente la Fauna microscopica delle diverse località mediante separate monografie che vedranno la luce appena avrò compiuto lo studio delle specie che ho rinvenute in esse. Infatti le differenze che ho potuto riscontrare tanto sul Monte Mario, quanto ad Acquatraversa, mi hanno obbligato a ciò fare. Mi lusingo che tal metodo possa arrecare qualche frutto alla scienza, per la possibilità che altri più competenti di me istituiti i confronti fra le diverse Faune rinvenute, ne dedurranno delle conclusioni più utili, e più scientifiche delle mie.

Relativamente poi ai depositi marnosi, ed a quelli speciali della Farnesina che seguiranno quelli delle sabbie gialle, debbo sino dal momento dichiarare che la Fauna microscopica è importantissima, e per quanto le mie forze lo permetteranno procurerò di illustrarla appena avrò terminato lo studio di quelle delle sabbie gialle.

Abbenchè io avessi in quella mia promemoria fatto cenno di alcune deduzioni geologiche, che seguivano il catalogo dei generi, e delle specie più communi, di quanto si potesse sotto complessa veduta dedurre riguardo alla natura litologica del sedimento, alla fecondità del mare subappennino, alla prevalenza di alcuni generi nelle diverse località, e le varie profondità marine di quell'epoca: ciò non pertanto credo miglior opera ora dopo ripetute osservazioni, dire quanto si riferisce alla Fauna microscrpica delle sabbie Vaticane.

Aveva sin d'allora potuto notare, che alcune forme presso a poco si riscontrano costanti in tutto il sedimento sabbioso del sistema del Monte Mario, e Vaticano non solo, ma che certe famiglie in alcuni luoghi erano prevalenti, in altri difettavano. Ove erano rappresentate da scarsi individui, questo mostra esser ciò più una mera accidentalità per trasporto di onde o di correnti, di quello che presenza di forme viventi, e deposte colà dal mare. Infatti accennerò solo al presente la prevalenza della famiglia delle *Miliolidi* alla sommità del Monte Mario nella contrada Cammilluccia, Madonna del Rosario etc. le quali vanno gradatamente diminuendo nei pressi di Macchia Madama poco lungi dalla Farnesina, e vengono quasi a difettare totalmente nel deposito del Monte Vaticano. Ora questi fatti ci additano un diverso *habitat* e differenze di profondità più o meno favorevoli alla

vita di questi esseri. Da questi stessi fatti si potrà arguire che quantunque uno stesso mare abbia formato l'intero deposito sabbioso, ciò non pertanto si può dire che probabilmente il fondo di esso non fosse uniformemente piano, e possibilmente ove più, ove meno elevato in seno delle acque in modo da costituire dei rilievi subaquei, i quali originati primitivamente da endogene forze impulsive, o correnti marine, finalmente per successivo e graduale sollevamento cominciarono ad emergere i più alti rilievi del fondo, e quindi i più umili, finchè rimasto in secco il tutto, costituirono il sistema quale ora vediamo, e che in seguito subì fratture per successive azioni vulcaniche, erosioni e rimescolamenti dalle acque meteoriche e dalle correnti.

Non potrei ora confermare ciò che dissi nel mio primo lavoro « che la » scomparsa di alcuni rappresentanti dei *Foraminiferi* nelle sabbie Vaticane » fosse forse dipendente da differenza di tempo nella stessa epoca, a moti- » vo che se gli strati fossero analoghi, dovrebbero contenere gli stessi fos- » sili, per cui tal fatto ci faceva vedere tempo diverso di mare meno tran- » quillo » (1) e questo per le seguenti ragioni.

In prima ciò si sarebbe verificato in uno spazio di mare troppo ristretto, per cui era difficile avvenissero variazioni tali da poterle riconoscere al presente, almeno che la discordanza stratigrafica fosse marcata da caratteri non dubbi. Il tempo diverso di mare meno tranquillo può essere più immaginario che reale , perchè rendere saltuaria la natura che ordinata ha proceduto, e procede tuttora? Ciò può far commodo alla spiegazione di cose sulle quali si rimane dubbiosi. Per ultimo non starò a ripetere le recenti osservazioni e risultati che sopra ho esposti, che danno più verosimile spiegazione ai fatti antichi. Non è forse più naturale il supporre che il deposito delle sabbie Vaticane si operasse in mare più profondo in confronto di quello del Monte Mario (della più probabile profondità del primo parlerò in appresso) e ciò costituiva un *habitat* favorevole ad alcune famiglie ad altre meno. La presenza delle *Miliolidi* e di altre forme littorali è già fatto sufficiente per farci ritenere il deposito del Monte Mario di basso fondo, e per conseguenza più littorale. È pertanto la differenza di fondo marino che offriva più favorevoli condizioni allo sviluppo di alcune forme, di quello che ad altre, e non una differenza di tempo nella stessa epoca con mare meno tranquillo.

Ora parlando in particolare della Fauna Vaticana in rapporto del depo-

(1) Terrigi. Opera citata pag. 674.

sito sabbioso, dobbiamo anzitutto premettere, che questo ha tutto il carattere di un deposito pressochè littorale. La Fauna poi ci manifesta anch'essa colla sua *facies* di essersi prodotta ad una quasi media profondità, per cui può dirsi che tanto il deposito, quanto la Fauna ci offrono i dati per ritenere verosimile questa opinione.

È noto dai risultati del *Challenger* che il deposito littorale che è formato dagli avanzi delle terre vicine si estende a più di 150 miglia lungi dalle coste, e che le particelle minerali aumentano di mole a misura che si avvicina la terra. La profondità di tali depositi, che spesso sono di color verde dovuto a materia argillosa amorfa verde, e particelle di glauconite verde pallido, o scura, varia fra i 100, e 700 passi. Al di là di 700 passi sono comunemente di turchino cupo. Si vide che al di sotto di 1500 passi oltre la presenza dei resti di *Pteropodi*, *Gasteropodi*, e *Lamellibranchi* si rinvennero molte forme di *Fororamiferi* di spiaggia come *Textularia Rotalia*, *Nodosaria*, *Uvigerina*, *Lagena* ecc. che in tale deposito non mancava la presenza di *Foraminiferi pelagici*, ma non in tale abbondanza come in un vero oceanico deposito (1). In questa profondità si rinvennero pure avanzi vegetali che vengono poi a diminuire presso le spiaggie (2). Al di là di 1500 a 1700 passi non si rinvennero conchiglie di *Pteropedi Eteropodi*, ed a 3000 passi difficilmente si rinvenne un *Foraminifero*, od altro organismo di carbonato di calce: mentre nei fanghi verdi da 50 a 700 passi si trovarono più facilmente organismi a carbonato di calce, come belli saggi di *Foraminiferi*, *Pteropodi* e spine di *Echini*. Nei fanghi dei fiumi inclusi in questi depositi generalmente mancano *Pteropodi Radiolarie*, e *Foraminiferi pelagici* (3). Nei fanghi rossi all'Est delle coste del Sud-America colorati dal trasporto delle materie ocracee operato dai fiumi, verso la spiaggia e nelle acque poco profonde si trovano (come dicemmo sopra) grande quantità di particelle minerali, in specie quarzo e mica. Gli scandagli in tali paraggi si operarono da 32, a 120, 400, 700 sino a più di 2000 passi. Anche negli scandagli lungi dalla spiaggia si rinvennero molti *Foraminiferi pelagici Eteropodi Pteropodi* ecc. (4).

Non pebbo al presente tener parola delle fanghiglie a *Globigerina* che formano il più abbondante deposito del profondo mare; la cui presenza

(1) Proceedings of the Royal Society of London. pag. 519.
(2) Opera citata pag. 522.
(3) Idem pag, 521.
(4) Idem pag. 522.

forma la caratteristica principale di questo deposito, e che si trovano tutte sopra il fondo dell'Oceano alla profondità dai 250 ai 2900 passi. (1) Questo sarà più opportunamente detto, quando mi verrà dato parlare dei nostri depositi marnosi.

Ora dopo quanto ho riferito sui risultati dello *Challenger* e per tuttociò che già era noto per anteriori studi ed osservazioni sui *Foraminiferi* di spiaggia, e quelli viventi a diverse profondità, cercherò con quelle probabilità maggiormente attendibili offerte dallo studio della Fauna delle Sabbie Vaticane, accennare alla possibile profondità in cui visse e si depose detta Fauna, e porla in confronto col deposito sabbioso, onde vedere se ambedue indichino lo stesso fatto.

In generale sembra che tanto il deposito sabbioso, quanto la *facies* di questa Fauna mostrino se non di appartenere totalmente ad un deposito di spiaggia, o per meglio dire veramente littorale, neppure offrono nell'insieme un'aspetto di mare profondo. Infatti si riscontra in essa la presenza di *Foraminiferi* di spiaggia che sono *Miliolina*, *Lagena*, *Textularia*, *Nodosaria*, *Uvigerina*, *Rotalia* ecc. come ancora altri *Foraminiferi* i quali se non possono dirsi totalmente *pelagici* e propri delle grandi profondità, pur troppo possono assegnarsi a forme che prediliggono una certa profondità come *Globigerina*, *Orbulina*, *Pulvinulina* ecc. Si vede pur'anco nella stessa se non il difetto assoluto di alcune famiglie, che appartengono piuttosto più alle acque basse di quello che alle profonde, che sono rappresentate da pochi individui. A modo di esempio la famiglia delle *Miliolidi* che appartiene generalmente alle acque poco profonde, e per conseguenza più littorali, e che in abbondanza ho rinvenuto nelle acque di spiaggia del nostro Tirreno, ci si mostra nelle sabbie Vaticane con due sole specie di *Miliolina*, e da due soli individui. La scarsa quantità pertanto di questi *Foraminiferi* di spiaggia indica con una certa probabilità più un trasporto, che la vera presenza di esseri che avessero avuto colà il loro *habitat* naturale.

La famiglia delle *Miliolidi* si è mostrata anche a grandi profondità. Vengono infatti indicate da Brady delle nuove specie a conchiglia arenaceo–rugosa dragate dal *Challenger*, ed altre a conchiglia chitinosa, o chitino-arenacea, che non è al certo la conchiglia calcare normale delle *Miliolidi littorali.* Questo sapiente specialista ha potuto anche constatare pel primo un fatto interessante, che la conchiglia di una *Miliolina* pescata fra 2500, e 4000 passi era di silice trasparente ed omogenea. (2)

---

(1) Opera citata pag. 523.
(2) Notes on some of the Reticularian Rhizopoda of the « Challenger » Expedition. by H. B. Brady F. R. S. Micros. Journal. Vol. XIX New. Ser.

La raccolta del *Challenger* ha mostrato dunque che alcune forme di *Miliolina* si estendono sino al profondo mare, e di più che queste non hanno la conchiglia calcare commune alle forme di spiaggia, per cui sembra che gli organismi silicei formino uno degli abbondanti depositi del profondo mare.

La famiglia delle *Lagenidi* alla quale si assegnò sino al presente come *habitat* esclusivo le acque basse, sembra provato dalle collezioni del *Challenger* che questi *Foraminiferi* ialini vivono benissimo tanto nelle basse, che nelle pronfonde acque da 2000 a 3000 passi. (1) Questi risultati sono interessanti perchè ci daranno maggior luce sull'*habitat* di certe forme.

Si conosceva parimenti che alcuni tipi del genere *Nodosarina* non sono così communi nei depositi littorali, come sono in quelli di fondo moderato. Rupert Jones, e Parker paragorarono il sotto tipo della *Cristellaria* raccolto nelle varie località del Mediterraneo colle argille Senesi, e ne conclusero che queste furono deposte alla profondità non minore di 80 metri, nè maggiore di 200. (2)

L'*Uvigerina* propria dei mari caldi vive alla profondità dai 100 ai 300 passi, ed alcune nuove specie determinate dal Brady nella raccolta del *Challenger* si rinvennero la *U. porrecta* da 155 a 1850 passi la *U. interrupta* a 37 passi. (3)

La famiglia delle *Lagenidi* è sufficientemente rappresentata nelle sabbie Vaticane, ma non in tale abbondanza come in un deposito littorale, per cui si può con alquanta probabilità dire che vissero bastantemente lungi dalla spiaggia di quel mare subappennino, avuto anche riguardo a quanto ha fatto vedere la collezione del *Challenger*, che cioè possano vivere tanto nelle basse che nelle profonde acque.

Anche i generi *Textularia Rotalia* amano la spiaggia dei quali quest'ultima abbonda più degli altri, ed è nella famiglia delle *Globigerinidi* al certo quella che dimostra generalmente più un prodotto di costa, che di un mare profondo. Ma trovandola associata ad altri generi della stessa famiglia che hanno il loro *habitat* in mare profondo, rende inclinati a ritenere che le *Rotalinæ* delle sabbie Vaticane possano aver vissuto anch'esse in acque non molto basse, come si è potuto vedere specialmente in alcuni punti del Mediterraneo, e dell'Adriatico che vivono a media profondità.

(1) Brady opera citata.
(2) Carpenter. Introduction to the study of the Foraminifera. pag. 165.
(3) Brady opera citata.

Si potrebbero passare in rassegna altri generi, peraltro quanto ho detto mi sembra possa bastare per assegnare la probabile profondità del mare subappennino deducendola dalle forme littorali. Rivolgendo ora l'attenzione a quelle *pelagiche* che sono costituite dai generi *Globigerina*, *Orbulina*, *Pullenia*, *Sphaeroidina*, *Pulvinulina* ecc. si può in complesso dire che le *Globigerinae*, *Orbulinae*, *Pulvinulinae* sono i rappresentanti più costanti, e più abbondanti della Fauna delle grandi profondità , e che natanti alla superficie dell'acqua, o presso di esse, in specie le *Globigerinae*, e le *Orbulinae* hanno un *habitat pelagico* lungi dalle coste. Le *Pulvinulinae*, ed in specie la *P. Menardii* formano la vera Fauna abissale , e questo era constatato per antecedenti osservazioni, ed ampiamente dimostrato ora dalle collezioni del *Challenger*. Possibilmente è dovuto lo sviluppo considerevole del tipo *Pulvinulina* rinvenuto negli antichi depositi , all' influenza delle grandi profondità che sono gli strati cretacei, quali le crete marnose ad es. Nei terreni terziari che in genere non sono depositi profondi la *Pulvinulina* non cessa di essere abbondante, ed essa unitamente alla *Globigerina*, *Orbulina* non è al certo scarsamente rappresentata nelle sabbie Vaticane.

Il Sig. Brady al presente si è interessato dei rapporti esistenti fra la Fauna della superficie, e quella pescata al fondo del mare. Egli peraltro si è tenuto in una certa riserva senza dare un carattere definitivo alle sue conclusioni, di cui le principali sono le seguenti. Che è dimostrato che i *Foraminiferi* vivono al fondo del mare, e ciò per la presenza di forme a conchiglia arenacea nelle grandi profondità, per la mancanza in superficie di più generi di *Foraminiferi* ialini rinvenuti spesso negli scandagli. Che si trovano delle specie di *Pulvinulina* e di *Globigerina* nei fondi, che sono molto affini alle forme di superficie, come la *Globigerina dubia*. *Gl. digitata*. *Pulvinulina elegans*. *Pulv pauperata* ecc. per cui non è improbabile che altri individui degli stessi generi possano abitare le profondità. Che dal confronto dei saggi delle medesime specie pescati in superficie, ed al fondo del mare, si può stabilire, che la dimensione delle forme di *Foraminiferi* di superficie sono più piccole di quelle rinvenute nel fondo. Di più che lo spessore delle conchigliette dei più grandi *Foraminiferi* di superficie non può essere paragonato a quello degli adulti del fondo. (1)

Una importante osservazione fu communicata, in una adunanza e quindi pubblicata dal Sig. Murray, nella quale parlando della vita animale, e ve-

(1) Brady opera citata.

getale alla superficie, ed al fondo dell'Oceano, fece notare che gli animali del profondo mare rassomigliano di più a quelli trovati nell'alta latitudine Nord e Sud, che quelli che stanno nelle acque poco profonde dei tropici. Che gli animali del profondo mare pure rassomigliano di più alle forme fossili di terza e seconda formazione, che non quelli delle acque poco profonde del presente. Disse che una spiegazione possibile di ciò può essere, che queste forme terziarie e secondarie abbiano emigrato dal profondo mare in queste aree, dove le condizioni sono state le stesse per l'età; e siano state esposte a meno concorrenze e vicissitudini, e quindi abbiano subìto meno cambiamenti che le forme di spiaggia. Apparirebbe considerevole evidenza supporre che l'emigrazioni abbiano avuto luogo dalle acque meno profonde dei continenti, nelle acque più profonde dei bacini dell'Oceano, e che tali emigrazioni siano state fatte per un vasto spazio di tempo (1).

Riassumendo quanto ho detto in rapporto ai *Foraminiferi littorali* e quelli *pelagici*, e delle grandi profondità; e ponendo ciò in confronto colle forme rinvenute nelle sabbie Vaticane, si può con quella probabilità basata sulle osservazioni asserire quanto segue.

Che la Fauna Vaticana non ha una *facies* tale che mostri in essa la prevalenza assoluta di una data famiglia, ovvero di qualche genere sull'altro; ma bensì una certa riunione che in complesso fa vedere, che forme littorali poco numerose in vero per alcune, si sono associate a quelle di mare profondo. Per queste ultime i rappresentanti piuttosto abbondano e sono *Globigerina Orbulina Sphaeroidina Pullenia Pulvinulina*, e per ciò possiamo essere inclinati già a ritenere una media profondità, che si potrebbe supporre maggiore avvalorandola colle osservazioni narrate del Murray; della rassomiglianza cioè che hanno gli animali del profondo mare alle forme fossili terziarie e secondarie. Di più se oggi lo studio di alcune forme pescate tanto in prossimità delle coste, ed a certe profondità, ha provato che può essere possibile a loro questo diverso *habitat*; non sarei lontano dal ritenere che ciò possa essere avvenuto anche nel mare di quell'epoca, ad es. *Lagena Miliolina* ecc. Lo studio sullo sviluppo non piccolo della *Pulvinulina* in specie della *auricola* mi ha indotto a credere verosimile una certa profondità del mare nei pressi del Vaticano. Se a tutto questo si aggiunga che le sabbie Vaticane sono piuttosto fine, ed in specie

(1) The Cruise of the Challenger. Second Lecture. Delivered in the Hulme Town Hall, Manchester December 18th, 1877. By Mr. John Murray, F. R. S. E. Member of Scientific Staff H. M. S. Challenger, pag. 133.

quelle a circa 2 metri sulle marne che rinvenni più ricche di *Foraminiferi* alla cava Vannutelli; è un argomento di più perchè si possa con alquanta probabilità dire, che quelle sabbie non sono esclusivamente littorali, rammentando quanto ha oggi dimostrato il viaggio del *Challenger* su i depositi di spiaggia.

Per il fin qui detto si può approssimativamente concludere, che la Fauna Vaticana in genere per la profondità oscilla per alcune specie fra i 50, e 90 passi, e fra i 400 ed i 1200 per altre specie, le quali in metri equivarrebbero fra i 100 ed i 2400.

METODO DI CLASSIFICAZIONE

Dovrò, per dare un termine al mio dire, parlare quale debba essere la via da tenersi nella classificazione dei *Foraminiferi*; onde la Fauna che imprendo a descrivere sia esposta nel modo il più razionale non solo, ma ciò che più monta il più naturale. Non starò a tessere la storia dei passati metodi di classificazione, e di nomenclatura, perchè sarebbe cosa lunga nè confaciente all'uopo. Dovendo però seguire una via, a me piace dichiarare, che seguirò scrupolosamente quella tracciata dai specialisti Inglesi come la più attendibile per sani precetti, e fondata con giusto criterio non sulla fallacia delle esterne apparenze, così variabili in questi esseri, ma bensì sullo studio rigoroso della intima struttura della conchiglietta.

Un distinto Naturalista Belga il Sig. Ernesto Vanden Broeck nelle sue considerazioni sulla classificazione e la nomenclatura dei *Foraminiferi*, parlando del poco valore delle antiche divisioni in confronto dei gruppi naturali proposti dai specialisti Inglesi, si esprime giustamente nei termini seguenti :

« Il nous semble d'autant plus nécessaire d' insister sur ce point, qu'un » certain nombre de naturalistes de continent se basent encore, dans leurs » travaux sur les Foraminifères sur la méthode et la classification de » D'Orbigny. Tout le monde ne parait donc pas encore se rendre suffisam- » ment compte de ce qu' il y a d'artificiel et même d' illogique dans ce » système. D'autre part, divers naturalistes de continent n'apprécient » peut-être pas suffisamment la haute valeur des travaux et des recherches » remarquables des nomenclateurs Anglais, parmi lesquels se distinguent » au premier rang le D[r] Carpenter, M. M. W. K. Parker, Rupert Jones, » et H. Brady (1) ».

(1) Ernest. Vanden Broeck. Etude sur les Foraminifères de la Barbade (Antilles) etc. Bruxelles 1876 pag. 8.

Al certo è questa una verità sulla quale con ragione ha insistito il Naturalista Belga, ed io non posso che apprezzare e lodare il suo giusto e schietto linguaggio. Per me i specialisti Inglesi hanno il diritto alla riconoscenza degli studiosi della scienza, ed i colossali e scientifici lavori del Dr Carpenter tanto benemerito della scienza, sono stati il fondamento unitamente a quelli dei Sig.ri Parker, Rupert Jones, e Brady dell'edificio veramente razionale e scientifico da loro creato. Se a tutto ciò si aggiungeranno i pregevoli lavori di già comparsi del Brady sui *Rizopodi reticolari* raccolti dal *Challenger* (1) e quello che attualmente forma l'oggetto dello studio di questo sapiente sulla raccolta dei *Foraminiferi* fatta dal *Challenger* nel suo viaggio, certamente tale lavoro servirà di guida a coloro che si sono dedicati allo studio dei *Rizopodi*, non solo per le nuove forme scoperte, ma bensì per molti fatti che hanno arricchito la scienza.

Non potrei come ammiratore dei lavori del Soldani tacere di un difficile ed importante lavoro, che concerne il risultato di un critico esame delle specie fondate dal D'Orbigny sopra le figure date dal Soldani specialmente nella sua *Testaceographia*, che D'Orbigny pubblicò negli Annali delle Scienze Naturali 1826 Vol. VII, e continuati negli Annali di Storia Naturale Ser. 3. Vol. XVI p. 41. (2). Questo fu fatto dagli stessi specialisti Inglesi, nel quale sono fatti rilevare gli errori del D'Orbigny, e le pazienti ricerche geologiche del Soldani, in specie l'accurato studio dei fossili microscopici, e render loro pubbliche grazie per ciò che riguarda il nostro Soldani.

Sono ben lontano non solo di pronunziare, ma ben'anco di concepire idee che possano menomare il merito grande dell'illustre Alcide D'Orbigny, che fu un sapiente Naturalista della sua epoca, nella quale non si potevano ancora supporre gl'immensi vantaggi che poteva arrecare il microscopio applicato alla scienza, e le sue inapprezzabili rivelazioni. I lavori del Naturalista Francese comparvero in un'epoca, nella quale regnava la confusione nella classificazione; infatti i *Foraminiferi* venivano confusi in classi ed ordini differenti del regno animale, e disseminati fra più famiglie di *Molluschi*, fra gli *Anellidi*, i *Polipai*. Per cui benchè il suo metodo di classificazione fosse artificiale, e fondato sopra le apparenze delle conchigliette, e ciò formasse il difetto principale della sua classificazione; ciò non pertanto non essendosi ancora rivolta da alcuno l'attenzione, e lo studio sulle intime

---

(1) Brady. Notes on some of the Reticul. Rhizop. etc. Microsc. Journal Vol. XIX. New. Ser.

(2) Parker, Rupert Jones and Brady. On the nomenclature of the Foraminifera. From the Annal. and Magazin of Natur Hist. for September 1871.

strutture che avrebbero guidata la mente alla conoscenza delle vere affinità naturali; rimarrà sempre al Naturalista Francese l'incontestabile merito di aver collocato in un gruppo ben distinto i numerosi rappresentanti della classe dei *Foraminiferi*, ai quali pel primo Siebold dette il nome di *Protozoi*, che Dujardin separò dagli *Infusori*, e chiamò con appropriata espressione *Rizopodi*. Per essere giusti adunque si deve ritenere il « *Tableau* » *Méthodique* » del D'Orbigny come un capo lavoro della sua epoca, nella quale dissipò la confusione, assegnando a questi *Protozoi* un posto nella scala animale, lavoro che anche al presente forma il punto di partenza delle moderne ricerche dai suoi modelli comparsi nel detto *Tableau Méthodique*.

Il microscopio coi suoi progressivi perfezionamenti, colle incalcolabili rivelazioni che sarà per fare, e con l'uso ben diretto dei reagenti, ci spianerà la via pur'anco per allargare le nostre conoscenze sull'anatomia, fisiologia, e riproduzione di questi esseri. Come questo prezioso istrumento in mano di uomini saggi ci ha svelate le intime tessiture delle conchigliette, i reciprochi rapporti delle interne divisioni delle concamerazioni; mi auguro possa anche porre un argine a certi studi spinti con una certa leggerezza dalla smania di creare cose nuove sopra base vacillante, perchè non fondata sopra caratteri certi, costanti, nè ben definiti ancora. Così verrà risparmiato alla scienza un *caos* peggiore di quello dell'epoca, nella quale la sagacità della mente del D'Orbigny seppe creare il suo sistema, ed avviò almeno i cultori di cose naturali sopra una via più piana.

Bisogna pur dire ancora, che per un lato nuoce al reale progresso dello studio dell'operato di natura, il creare senza vero bisogno allo scopo solo di moltiplicare generi, specie o varietà di queste; e ciò per la ragione che vengono così aumentati gl'imbarazzi alla determinazione degli esseri, rimanendo perplessi sulla giusta diagnosi di essi. Da un'altro lato ne avverrà danno maggiore, quando si voglia di soverchio restringere, e far sparire cose già determinate per caratteri di differenze pur troppo attendibili, e riportarle sotto altri punti di vista ad un gruppo, al quale se una forma si avvicina per qualche analogia, per altre se ne allontana.

Concesso pur quanto si voglia di risultato dal microscopio, anch'esso ha i suoi poteri limitati principalmente dalla natura della luce, e se non si proceda guardinghi nell'uso dei maggiori ingrandimenti, e nella più conveniente direzione della luce, facilmente si potrà essere condotti in errore per fenomeni di diffrazione od altro. Il microscopio al certo alletta, e

seduce pur troppo la immaginazione, spingendo incessantemente, anche senza volerlo, a deduzioni che non sembrano arrischiate. Si è però veduto, che maneggiato ed applicato da uomini seri allo scopo solo di studiar la scienza per la scienza, i risultati sono allora stati tali da essere accettati e seguiti.

Per tale motivo non poteva prevedersi, che all'epoca, in cui comparvero i lavori del D'Orbigny, si sarebbe un giorno giunti agli attuali risultati, applicando il microscopio allo studio della conchiglietta e della sua struttura; se questo studio non fosse stato intrapreso ed adempiuto dai specialisti Inglesi, ed a tal uopo riporterò le giuste parole del Vanden Broeck.

« C'est au microscope et a ses révélations que les specialistes Anglais » sont parvenus aux remarquables résultats qui caractérisent leurs travaux, » aux découvertes qui ont si brillamment couronné leurs recherches. C'est » grâce au microscope qu'ils sont si promptement arrivés à reconnaitre les » affinités véritables, à grouper ce qui devait être réuni, à séparer ce » qui devait être divisé. C'est à l'aide du microscope enfin que la lu» mière s'est faite, et que la science, s'apercevant des liens qui avaient » entravé sa marche depuis si longtemps, a pu s'en affranchir et s'avancer » rapidement dans la voie de la vérité et du progrès, ou elle s'est engagée » depuis peu » (1).

Non si poteva al certo con più savio linguaggio compendiare il moderno indirizzo e progresso della scienza, che io come mi sono già espresso seguirò; poichè veramente è il più naturale, essendo basato sullo sviluppo strutturale delle conchigliette.

Quel mio primo sommario ed incompleto studio doveva perciò essere seguito da altro più accurato, che richiedeva un assiduo lavoro, e tutto quel tempo necessario al diligente esame delle variazioni morfologiche « così frequenti nei *Foraminiferi* ». Le quali potendo essere interpetrate per differenze strutturali, avrebbero ingannato l'occhio ed inclinata la mente, spesso non guidata da giusti criteri, a ritenere quelle differenze come caratteri da assegnarsi ad una specie, che si sarebbe annunziata come nuova fra le tante già conosciute e descritte; deviando così dal bene osservare, e fissarsi a quei caratteri tipici delle specie veramente giustificati, e ritenuti come punto di partenza, sui quali dirigere l'occhio indagatore, perchè non cada nelle errate interpretazioni di vista e di forma. Queste mol-

(1) Ernest. Vanden Broeck, opera citata pag. 98.

tiplicando di soverchio le specie mancanti di quei veri caratteri differenziali per essere accettate come nuove, arrecano in tal guisa una confusione dannosa alla scienza per le cause sopra enumerate.

Comunque sia per essere accettata questa mia Fauna microscopica dai Naturalisti, e molto più da coloro che si dedicarono allo studio speciale dei *Rizopodi*, devo anzi tutto dichiarare, che fui sempre guidato da un volere deciso di non fermarmi mai ad una superficiale osservazione, ma bensì a ripetute e controllate; e solo desistere quando il dubbio mi sembrò dileguato, e surrogato da quella certezza potuta acquistare dal confronto delle figure tipiche delineate nelle tavole dei migliori specialisti.

Senz'altro passo alla descrizione delle singole specie. Nel disegno delle figure ho procurato di riprodurre fedelmente quanto gli esemplari mi offrivano alla ispezione microscopica.

ORDINE FORAMINIFERI

SOTT' ORDINE — IMPERFORATI.

2ª Famiglia MilioliDI

Genere MILIOLINA Williamson.

Tipo Miliolina seminulum Linnaei

MILIOLINA agglutinans. D'Orbigny Tav. I, fig. 1.

Quinqueluculina agglutinans. D'Orb. 1839 Hist. Phis. Polit. et Natur. de l'Ile du Cuba, pag. 195-96. Plan. XII fig. 11, 12, 13.

» asperula Sequenza 1862. Prime ricerche intorno ai Rizop. foss. delle argil. pleistocen. dei dint. di Catania, pag. 36, Tav. II, fig. 6.

Nelle note sui Rizopodi reticolari della spedizione del *Challenger*, il Sig. Brady seguendo l'idea per lo innanzi emessa dal Prof. Williamson, ha adottato per questa sezione il termine modificato *Miliolina*. Dice che i termini *Triloculina*, *Quinqueloculina* si debbono rigettare come termini generici non solo, ma pur'anco come sotto generici, per le stesse ragioni come tempo addietro fu abolito il genere *Adelosina* (1). Le principali sono,

(1) Brandy. Notes on some of the Reticularian Rhizopoda of. Challenger Expedition. The Quart. Journal of Micros. scien. Vol. XIX. New. Ser. pag. 49, 50, 51.

che è estremamente limitato il numero delle varie forme che possono avere solo uniformemente tre esterni segmenti; mentre per un altro lato più *Quinqueloculina* sono una *Triloculina* in uno stadio di sviluppo. Ecco dunque che un carattere incostante non può esser preso per termine generico, e solo ciò basterebbe per seguire le idee del Brady. Aggiunge che fra le forme a conchiglia piana le irregolarità possono passare non menzionate, ma per quelle in cui le particolarità del superficiale ornamento, danno il principale distintivo carattere alla doppia nomenclatura, diviene una palpabile assurdità. (becomes a palpable absurdity). Dice che le raccolte del *Challenger* offrono altra obiezione dallo studio degli esemplari; che cioè il numero dei segmenti non è necessariamente ciascuno tre, o cinque. Porta ad esempio una specie subarenacea *M. alveoliniformis*, nella quale spesso vi sono sette od otto lunghe e strette camere all'orlo periferico. Così in un'altra forma arenacea *M. triquetra* n. sp. vi sono in luogo di due segmenti, uno sopra, l'altro sotto attorno all'asse (forming the axial circuit) delle conchiglie, vi sono nel circuito finale tre segmenti, divenendo il contorno appianato al modo stesso come nella *Biloculina contraria* più o meno triangolare. Tutte queste ragioni pertanto mi hanno indotto ad accettare l'idea del Brady.

L'esemplare rinvenuto nelle sabbie Vaticane offre la importante modificazione della conghiglietta, che in luogo di essere normalmente biancastra e lucida, ha un esterno ruvido-arenaceo, giallastro-fosco, e la sua superficie come fosse rugoso-lanuginosa. Si vede benissimo all' ispezione microscopica, che è composta da uniforme finissima sabbia, col giro delle concamerazioni non oscuramente tracciato all' esterno, ed avente apertura minuta rotonda. Si ravvicina per la generale esterna conformazione a quella descritta da Seguenza, la quale a me sembra essere la stessa data dal D'Orbigny.

Grandezza naturale.

Nel senso dell'asse verticale 0,mm 75.
In quello trasversale 0,mm 65.

La figura è ingrandita 40 diametri.
Rarissima nelle sabbie Vaticane.

MILIOLINA oblonga Montagu. Tav. I. fig, 2.
Conchula minima. Plancus 1739 De Conchis minus notis pag. 19. Tab. II. fig. 1 A. B. C.

Tubulus marinus, etc. Gualtieri 1742. Index Testar. Conchyl. etc. Tab. X. fig. s?

Frumentaria seminula Soldani 1879 Testac. Tom. I, Par. II pag. 228, Tab. CLII, fig. F. H.

Vermiculum oblongum Montagu 1803 Test. Brit. pag. 522. Pl. XIV fig. 9.

Quinqueloculina longirostris D'Orbigny 1826 Annal. des Scien. Natur. pag. 303. Num. 46.

Triloculina oblonga. Ibidem pag. 300.

Quinqueloculina Gualteriana D'Orb. 1839. Foram. de Cuba pag. 186. Tab. XI fig. 1, 3.

» Bosciana Ibid. pag. 191. Tab. XI fig. 22, 24.

» Candeiana Ibid. pag. 199. Tab. XII. fig. 24, 26.

Triloculina laevissima. Costa 1854–56. Paleont. del R. di Napoli Par. 2ª Tav. XXV fig. 8. A. B. C. D.

Quinqueloculina triedra Ibid. Tav. XXVI fig. 6. A. C.

Miliolina seminulum Williamson 1858, Rec. Foram. of Great. Brit. pag. 85. Plat. VII. fig. 183, 184.

» » variet. oblonga. Ibid, pag. 86. Pl. VII fig. 186, 187.

Descritta dagli autori col nome di *Triloculina oblonga* Mont. seguendo le idee del Brady, che esso poggia sulle ragioni dette innanzi, io la riporto al genere *Miliolina*, e per la specie alla *oblonga* Mont. Benchè sia un poco avariata e rotta nel lato periferico delle camere laterali, pure dopo un maturo esame della stessa ho potuto riscontrarvi i caratteri specifici. È distinta per la sua forma allungata e stretta, per i segmenti laterali visibili, per l'apertura settale piuttosto larga. Se pure offre qualche irregolarità di sviluppo non mi sembra che per ciò si allontani dalla specie, alla quale l'ho riportata.

Grandezza naturale

Nel senso dell'asse verticale 0,mm 43.
In quello trasversale 0,mm 22.

La figura è ingrandita 50 diametri.

Rarissima nelle sabbie Vaticane come la precedente.

3.ª Famiglia Lituolidi.

Genere LITUOLA Lamarck (Haplophragmium) Reuss.

Tipo. Lituola nautiloidea Lamarck.

LITUOLA (Haplophragmium) globigeriniformis Parker et Rupert Jones.
Tav. I. f. 3.

Lituola globigeriniformis Par. et Jon. 1865. Phil. Trans. Vol. CLV pag. 407 Pl. XV fig. 46–47, and Pl. XVII fig. 96–98.

» Vright 1877. Recent Foram. of Down and Antrim pag. 103. Pl. IV. fig. 6 (Proceed. Belfast Natural.)

Rappresentato questo genere da esemplari più frequentemente arenacei che calcari, è variabile nella forma. Dai Sigg. Parker e Rupert Jones venne descritto col nome di *Lituola globigeriniformis* e recentemente dai Sig. Siddall e Brady (1) fu riportato al genere *Haplophragmium* Reuss. Risulta da concamerazioni più o meno subovali disposte ora in linea e terminanti a spira, ed in tal modo assume la forma di *Lituo*, ovvero questa è interamente spirale ad es. *L. Canariensis*. D'Orb.; per cui ne risulta una conchiglietta più simmetrica in ambedue i lati e nautiloide. In queste diverse forme varia anche l'orificio settale che può essere terminale rotondo, o prolungato.

Decisamente a me sembra, che l'esemplare rinvenuto fossile appartenga a questo genere; e per la sua forma spirale a concamerazioni ventricose e quasi oviformi, che la rende somigliante alla *Globigerina*, la riporto alla specie descritta da Parker e Jones. L'orificio è piuttosto largo allungato posto al margine interno dell' ultima camera sul piano settale, ed esteso sino al centro ombellicale. Linee settali alquanto profonde. Le piccole camere poste nel centro sono logorate un poco dalla fossillizzazione. È di aspetto ruvido biancastro.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro 0,mm 45.

La figura è ingrandita 100 diametri.
Rarissima nelle sabbie Vaticane.

(1) J. D. Siddall, with the assist. of H. B. Bradv. Catalogue of British. Rec. Foram. for the use of. Collectors, 1879 pag. 4.

SOTT' ORDINE PERFORATI

1.ª Famiglia Lagenidi.

Genere Lagena Walker et Jacob.

Tipo Lagena sulcata Wal. et Jac.

LAGENA laevis Montagu Tav. I. fig. 1.
Serpula laevis ovalis Walker 1784. Test. min. pag. 3. Tab. I fi. 9.
Orthocera perfecte globularia? Soldani 1789 Testac. et Zooph. etc. Tab. CXXIX. fig. c. c. Tab. CLXVII fig. q. q.
Vermiculum laeve Montagu 1803 Test. Brit. pag. 524.
» perlucidum. Ibid. pag. 525. Tab. XIV. Fig. 3.
Lagenula perlucida Fleming 1828 Brit. Animal. pag. 235.
» laevis Ibid. pag. 235.
Oolina clavata D' Orbigny 1846. Foram. de Vienne pag. 24. Tab. I fig. 2–3.
» laevigata D'Orb. 1847. Voyage dans l'Amer. Mérid. Vol. V pag. 18. Tab. V fig. 3.
» caudata D'Orb. Ibid. fig. 6.
Lagena laevis Williamson. 1848. Annal. Nat. Hist. 2ª Ser. Vol. I pag. 12. Pla. I fig. 1–2.
Phialina piriformis. Costa 1854–56. Paleont. del R. di Napoli, Par. 2ª, pag. 127. Tav. XI fig. 6 e 10 A. a.
Legena laevis. Parker and Jones 1857. Annal. Nat. Hist. Vol. XIX. Pl. XI fig. 22–24.
» vulgaris Will. 1858. Recent. Foram. of. Great. Brit. pag. 3. Pl. I fig. 5–7.

Questo esemplare piuttosto rozzo e poco levigato alla superficie, sembra abbia perduto l'aspetto della forma ialina per effetto della fossilizzazione. È perciò di apparenza quasi calcare; ovoide-allungato più rotondato alla base, ed in dolce inclinazione protratto nel collo piuttosto sottile. Si approssima di più alla figura 5ª data da Williamson, benchè quella sia un poco più rigonfia, questa è quasi uniformemente rotondata dalla base sin presso il collo.

Grandezza naturale

Nel senso dell'asse verticale 0,^{mm} 50.

La figura è ingrandita 80 diametri.
Rarissima nelle sabbie Vaticane.

LAGENA striata D'Orbigny Tav. I fig. 5.

Orthocera perfecte globularia Soldani 1780 Saggio Crittog. pag. 108. Tab. VI fig. 43. H.

Oolina striata D'Orb. 1839. Voyage dans l'Amer. Mérid. pag. 21. Plan. V fig. 12.

Vermiculum striatum Montagu. 1803 Test. Brit. pag. 523.

Lagena striata. Williamson 1848. Annal. Nat. Hist. 2. Ser. Vol. I pag. 13. Pl. I fig. 6–8.

» substriata. Ibid. pag. 15 Pl. II fig. 12.

» vulgaris. var. striata Williamson. 1858. Rec. Foram of. Great. Brit. pag. 6. Pl. I fig. 10.

» var. substriata Ibid. pag. 7. Pl. I fig. 14.

Questo elegantissimo esemplare delle forme ialine, di fattura molto più globulare che ovale, longitudinalmente, e delicatamente striato nel senso dell'asse. da strie equidistanti, e finissime, è lievemente apiculato alla base. Benchè biancastro opalescente è bastantemente diafano. Esso costituisce il tipo più bello e delicato delle sabbie Vaticane. Benchè rotto al collo, sembra sia un giovanissimo membro della specie.

Grandezza naturale

Nel senso dell'asse verticale 0,^{mm} 20

La figura è ingrandita 100 diametri.
Rarissima nelle sabbie Vaticane.

LAGENA laevigata Reuss. Tav. I. fig. 6.

Fissurina laevigata Reuss 1849. Neue. Foram. aus den Schichten des österrei. Tertiarbechens pag. 2. Taf. 1 fig. 1.

Hyaleina. Gener. a defin. Costa 1854–36. Paleont. del R. di Napoli Part. 2^{a} pag. 378 XVIII fig. 22–25.

Fissurina acuta? Sequenza 1862. Foram. monotal. delle marne miocen. di Messina pag. 57. Tav. I. fig. 51.

I Naturalisti inglesi non hanno mai adoperato come termine generico il nome *Fissurina*, ritenendo sia un errore dividere il genere *Lagena*, per la ragione che mancano assolutamente le linee di separazione fra le forme completamente globulari, e quelle completamente piatte. Si riduce pertanto la questione alle varianti gradazioni di forma, e non ad essenziali differenze; e perciò la distinzione viene meglio riconosciuta dal solo nome specifico, o quasi specifico. Tenendo per tanto a calcolo tali vedute, ho creduto seguirle perchè realmente razionali, adottare il nome generico di *Lagena*, e riferirlo nella specie a quella descritta da Reuss.

Fra le forme ialine rinvenute nelle sabbie Vaticane, questa è realmente una di quelle intermedie fra le sue congeneri. Non offre in vero forma rotondata nè appiattita; la sua base non è rotondata nè veramente apiculata. È perfettamente levigata traslucida di aspetto vetroso. Differisce alquanto dalla *L. acuta* Sequenza, perchè quella è più tondeggiante alla base, fornita di carena acuta, superiormente allungata e subacuta. È dunque più naturale riportarla alla specie descritta da Reuss, per essere di forma ovale, attenuata alla parte superiore, e leggermente compressa; e la mancanza della carena forse offre un carattere accidentale e non distintivo.

Grandezza naturale

Nel senso dell'asse verticale 0,^{mm} 50.

La figura è ingrandita 50 diametri.
Rarissima nelle sabbie Vaticane.

Genere NODOSARIA Lamarck.

Tipo NODOSARINA (Marginulina) raphanus. Linn.

NODOSARIA calomorpha Reuss. Tav. I fig. 7.
Nodosaria calomorpha Reuss. Monog. der Foram. etc. (Anthoz. und Bryoz) deutsch. Septarient. pag. 13. Taf. I fig. 15–19.
» Geinitziana Neugeboren 1852. In den Verhandl. n. Mittheil. des Siebenbürg Vereins f. Naturwiss. pag. 37 Taf. I f. 1.
» glandulinoides. Ibid. pag, 37. Taf. I. fig. 2.

Questa *Nodosaria* come lo indica il nome a lei dato da Reuss nella sua grande Monografia è di una bella forma, molto piccola, costituita da due

sole concamerazioni, delle quali la terminale porta un corto prolungamento subulato con apertura rotonda. La inferiore è più sferica e regolare. Il setto fra le due camere ne rende strozzato il profilo. Presenta colore bianco non lucido.

Grandezza naturale

Nel senso dell'asse verticale 0,^{mm} 35.

La figura è ingrandita 100 diametri.

Rarissima nelle sabbie Vaticane.

NODOSARIA radicula Linnaei Tav. I fig. 8.

Cornu Hammonis erectum Plancus. 1739. De conchis minus notis. Cap. VI. Tab. I. fig. A. B. C.

Nautilus radicula Linnaei 1767. Syst. Natur. Ed. 12. Vol. II p. 1164.

» » Martini 1769. Conch. Tab. I fig. 1, G. G. G.

Orthoceratia striata (Fosculi) Soldani 1789. Testac. ac Zooph. pag. 91. Tab. XCV fig. B. L.

» » Montagu 1803. Testac. Brit. p. 197 Tab. XI fig. 6.

Nodosaria radicula D'Orbigny 1826. Tableau etc. pag. 252.

striaticollis D'Orbigny 1839. Foram. des Canar. pag. 124. Tab. 1, fig. 2, 3, 4.

» Badenensis D'Orb. 1846 Foram. de Vienne, pag. 38, Tab. I, fig. 34, 35.

» scabriuscula Costa 1854, 56, Paleont. del R. di Napoli, par. 2ª pag. 144, Tav. XVI, fig. 1.

» radicula Williamson 1858. Rec. Foram. of. Great Brit. pag. 15. Pl. II, fig. 36, 28.

A me sembra dall'esame fatto sulla conchiglietta che non sia intera, e mancante di qualche concamerazione alla parte superiore. È simile a quella descritta e figurata da Bianchi in tal modo: *Cornu Hammonis littor. Arim. erectum, minus vulgare laevissimum, siliquam radiculae perfectissimae referens*. I suoi loculi subovali sono gradatamente e graziosamente decrescenti in forma piramidale; l'ultima inferiore è più sferica. Setti regolari. Ha un aspetto bianco piuttosto lucido.

Grandezza naturale

Nel senso dell' asse verticale 0,^{mm} 70.

La figura è ingrandita 80 diametri.
Rarissima nelle sabbie Vaticane.

NODOSARIA spec. indeter. Tav. I fig. 9.

Da un piccolo frammento costituito da tre loculi solamente, quasi perfettamente sferici, per mancanza degli altri che indicano l'andamento generale della conchiglietta, non saprei a qual specie riferire questo elegante frammento del tipo della *Nodosarina.*

Genere (Nodosaria) Dentalina. D'Orbigny.

DENTALINA consobrina D'Orbigny Tav. I fig. 10.
» Dentalina consobrina. D' Orbigny 1846 Foram. de Vienne pag. 46. Tab. II fig. 1-3.

Linneo riunì alcune *Nodosaria* e *Dentalina* sotto il nome di *Nautilus*; e vi collocò anche gran parte di *Foraminiferi*, che non credette riportare alla *Serpula.* Soldani sotto il nome di *Orthoceras* ed *Orthoceratia* descrisse e figurò molte forme appartenenti allo stesso gruppo. In seguito fu D'Orbigny nel suo *Tableau Méthodique*, che creò a spese del genere *Nodosaria* la sezione *Dentalina*, costituendone un genere formato da esemplari ad asse più o meno curvato, con apertura dal lato della concavità dell' estrema camera; riservando alla *Nodosaria* quelli ad asse retto e simmetrico, ed apertura centrale alla stessa cella terminale.

Ne segue pertanto essere la *Dentalina* una *Nodosaria* arcuata più o meno, e la distinzione fra due gruppi così vicini, per passaggi graduali ed insensibili fra lo sviluppo retto ed incurvato della conchiglietta non è naturale; ed ambedue debbono con altre forme consimili riferirsi al vero genere *Nodosarina* Parker e Jones.

Abbenchè rotta inferiormente e molto logorata nella superficie, ciò non ostante a me sembra che possa riportarsi alla specie descritta dal Naturalista Francese, desumendo ciò dall'ultima superiore camera più allungata in confronto delle altre, benchè siano tre solamente, ma tutte disuguali fra loro; nè possa farsi eguale confronto colle inferiori. È di aspetto bianco-ruvido giallastro.

Grandezza naturale

Nel senso dell'asse verticale 0,^{mm} 60.

La figura è ingrandita 80 diametri.
Rarissima nelle sabbie Vaticane.

Genere (CRISTELLARIA) Lamarck Marginulina. D'Orbigny.

MARGINULINA subregularis Hantken Tav. I fig. 11.

Marginulina subregularis Hantken 1868. a. Magyarhoni Földtani Tarsulat. Munkàlatei. IV Kötel p. 90. Tab. I. fig. 20.

» regularis D' Orbigny 1846. Foram. de Vienne pag. 68 Tab. III fig. 9-12.

I Naturalisti antichi descrissero e figurarono sotto i nomi di *Nautilus*, *Orthoceras*, *Orthocerina*, *Cristellaria* delle forme appartenenti al gruppo della *Marginulina*. Nel 1826 D'Orbigny basandosi sulla semplice curvatura di questi *Foraminiferi*, costituì la sezione della *Marginulina* a spese della *Cristellaria*, aventi per lo più sviluppo spirale. Più tardi però lo stesso D'Orbigny dovette ammettere un passaggio insensibilmente graduale fra le forme spirali della *Cristellaria*, e quelle leggermente spirali o semplicemente curvate della *Marginulina*. Per cui il suo metodo artificiale lo pose alcune volte di fronte a certe difficoltà per la classificazione di forme, le quali a motivo dei graduali passaggi, che riuniscono molte forme, possono farne parere alcune isolatamente studiate, distinte dalle altre, qualora non si abbia in mente la grande variabilità di questi esseri favorita dalle condizioni del loro *habitat* e della semplicità del loro organismo.

Dopo aver accennato ciò in vista generale, dirò che questa specie da me rinvenuta nelle sabbie Vaticane è molto rara, come per tale l'annunzia lo stesso Hantken. Esso la rassomiglia alla *M. regularis* D'Orb. Le ragioni però che indussero il Hantken a differenziarla dalla *M. regularis* D'Orb. sono per i segmenti più obbliqui, per l'apertura che è radiale, che possiede minor numero di camere, e più convesse con maggiore larghezza, e la prima superiore camera è di forma rotonda.

Per molte analogie di forma ho creduto di riferire questa del M. Vaticano a quella descritta dal Hantken. Infatti le camere sono quasi ovali rotondate, segmenti obbliqui, camera terminale più rotonda delle rimanenti. Solo la quarta camera in confronto delle altre offre un maggiore rigonfiamento. È spezzata alla parte inferiore, di aspetto bianco-levigato.

Grandezza naturale

Nel senso dell'asse verticale 1^{mm}, 0

La figura è ingrandita 50 diametri.
Rarissima nelle sabbie Vaticane.

Genere CRISTELLARIA Lamarck

CRISTELLARIA cultrata Montfort. Tav. I. fig. 12.
Nautili (Lenticulae marginatae) Soldani 1789. Testac. etc. Tom. I. Part. I. pag. 54. Tab. XXXIII. Fig. B. etc.
Robulus cultratus Montfort 1808. Conchyol. system. Vol. I. pag. 214, 54^{me} genre.
Robulina cultrata D'Orb. 1826. Tab. Méth. pag. 287. N° 82. 4^{me} livrai.
» » D'Orb. 1846. Foram. foss. de Vienne pag. 96. Pl. IV. fig. 10–13.
» » Costa 1834. 56 Paleont. del R. di Napoli par. 2^{a} pag. 202.
Cristellaria cultrata. Vanden Broeck. 1876, Foram. de la Barbade. pag. 55 Pl. III, fig. 3, 6.

Si pensò dai Naturalisti dare diverso ordinamento al genere *Robulina* riconosciuta la poca importanza dei caratteri dati dal D'Orbigny, per distinguere il genere *Cristellaria* dal genere *Robulina* (benchè esso stesso vedesse che questo genere non si poteva paragonare che alla *Cristellaria*). Infatti l'aver assegnato alla *Robulina* come differenza l'apertura della cella terminale all'angolo carenale non arrotondata, ma foggiata a triangolo in direzione longitudinale, la maggior regolarità della forma nautiloide, la voluta spirale più completa, infine il disco ombellicale quasi sempre più sviluppato, tutti questi erano caratteri poco attendibili. Ed in vero si vide che sotto l'aspetto morfologico non si poteva accordare a questi caratteri un significato tale, da giustificare la separazione dei due generi, per la ragione che queste esterne apparenze, per mezzo delle quali il passaggio insensibilmente si effettua dalla forma di *Cristellaria* a quella di *Robulina*, si possono riscontrare anche sopra una stessa specie.

Per tali ragioni le differenze fra genere e genere furono fondate sopra i caratteri strutturali delle conchigliette, dai quali emersero pur'anco quelli delle analogie e stretti rapporti di struttura, onde più naturale ne discen-

desse la riunione di alcune forme (benchè offrissero esterne apparenze differenti) sotto un medesimo gruppo. Per conseguenza il valore dato a queste esterne apparenze cadde per i classici lavori degli eminenti Naturalisti Inglesi Carpenter (1), Parker, Rupert Jones, e Brady; ed il genere *Robulina* fondato dal D'Orbigny sopra il *Robulus cultratus* di Montfort è sparito anche come sotto genere della *Cristellaria*.

Gli esemplari rinvenuti nelle sabbie Vaticane molto rari, appartengono alle forme della *Cristellaria* munita di prolungamento alato della carena. Non hanno raggiunto un grande sviluppo, sono piuttosto rigonfiate. Presentano ombelico alquanto spazioso, aspetto cristallino, carena non molto sviluppata, setti non arcuati e raggianti obliquamente dall' ombelico.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro	0^{mm}, 90
In quello della spessezza	0^{mm}, 48
Alcuni esemplari raggiungono in diametro	1^{mm}, 10
In quello della spessezza	0^{mm}, 60

La figura è ingrandita 30 diametri.

Sono scarsamente rappresentate nelle sabbie Vaticane.

Genere POLYMORPHINA D'Orbigny

Tipo POLYMORPHINA lactea Walker et Jacob.

POLYMORPHINA? digitalis? D'Orb. Tav. I. fig. 13.

Polymorphina digitalis. D'Orbigny 1846. Foram. de Vienne pag. 235. Tab. XIV. fig. 1–4.

Due soli esemplari rinvenuti spezzati nel medesimo lato, fanno rimanere incerti nell'assegnare il genere, e molto più la specie, per la ragione della mancanza della camera terminale e dell'apertura. Sembrerebbero appartenere al genere *Polymorphina,* per la specie alla *digitalis;* ma non avendo trovato per i confronti altro esemplare intero, invece di azzardare un giudizio, torna meglio lasciare la cosa dubbiosa.

Grandezza naturale

Nel senso dell'asse verticale 0^{mm} 40

(1) Carpenter « Introduction to the study of the Foraminifera etc. London 1862. »

La figura è ingrandita 100 diametri. Per i frammenti rinvenuti, non si può dire se il genere sia realmente presente nelle sabbie Vaticane.

Genere UVIGERINA D'Orbigny

Tipo UVIGERINA pygmæa D'Orbigny.

UVIGERINA pygmæa D'Orbigny. Tav. I. fig. 14–15.
Polymorpha pineiformia Soldani 1789. Testac. etc. Tom. I. pag. 118, Tab. CXXVI. fig. *x . x , y . y* , zz. Tab. CXXX. fig. *s . s , t . t*.
Uvigerina pygmæa D'Orbigny 1826. Tabl. Mét. pag. 268. Pl. XII. fig. 8–9.
» » D'Orbigny 1846. Foram. de Vienne pag. 190. Pl. XI. fig. 25–26.
» striata Costa 1854–56. Paleont. del R. di Napoli pag. 266. par. 2ª Tav. XV. fig. 3. A. B.
» paucicosta Ibid. pag. 272. Tav. XX. fig. 7.
» pygmæa Parker and Jones 1857. Annal. and Mag. Nat. Hist. 2ª, Ser. Vol. XIX. pag. 25. Plat. XI. fig. 41–43.
» » Williamson. 1858. Rec. Foram. of. Great Brit. pag. 66. Plat. V. fig. 138–139.

La elegante forma che presentano le *Uvigerinae* delle sabbie Vaticane, la regolarità del loro sviluppo nella lunghezza ottusamente ovato–allungata, ed il grazioso distendersi dei segmenti ventricosi a fine coste quasi parallele all'asse della conchiglietta, che terminano dentellate nelle linee settali, tuttociò mi ha indotto a darne la figura come un bel tipo della *U. pygmæa*. I segmenti sono numerosi disposti in bell'ordine, piuttosto spaziosi. Le conchigliette sono conservatissime di un aspetto quasi vitreo, bianco–candide alcune, altre leggermente colorate in giallastro, forse per effetto della fossilizzazione.

Grandezza naturale.

Fig. 14. Nel senso dell'asse verticale 0mm, 80.

La Figura è ingrandita 80 diametri.

Non rara nelle sabbie Vaticane: alcuni esemplari sono un poco logorati.

È duopo che dica qui qualche parola sopra l'elegantissimo e delicatissimo esemplare rinvenuto nelle sabbie Vaticane, e rappresentato dalla fig. 15. Esso mostrerebbe per la sua conformazione particolare che potesse appartenere ad una nuova forma, oppure che fosse una varietà della *U. pygmæa*. Studiato peraltro nei suoi rapporti di forma colla suddetta specie, non ne risultano differenze tali, da essere indotti ad accettare questa idea. Infatti l'andamento generale della conchiglietta, la disposizione dei segmenti dei setti etc. sono da riferirsi a questa specie piuttosto che ad altra. Esso è solo un giovanissimo membro della specie piccolo ed esile, nè si può accordare un valore al suo aspetto piriforme, alle sue camere rigonfie, in specie le due superiori, alle coste alcun poco più pronunziate e distanti fra loro; perchè tutto questo non costituisce nulla di nuovo per la forma; ed esaminandola bene, e paragonandola alla tipica della *U. pygmæa*, ne risulta essere la medesima colla differenza della sola età.

Grandezza naturale.

Fig. 15. Nel senso dell'asse verticale 0^{mm}, 30.

La Figura è ingrandita 100 diametri.

2.ª Famiglia Globigerinidi

Genere GLOBIGERINA (Orbulina) D'Orbigny.

Tipo globigerina bulloides D'Orbigny.

GLOBIGERINA (Orbulina) universa D'Orb.

Sphærula petræa Soldani 1789. Testac. Vol. I. pag. 116. Tab. CXIX. fig. i. k. l. m.

hispida Ibid. Vol. II. pag. 53. Tab. XVII. fig. X. Tab. XVIII. fig. A.

Orbulina universa D'Orbigny 1839. Foram. de Cuba pag. 3. Tab. I. fig. 1.

» » Idem. 1839. Foram. des Canaries, pag. 122. Tab. I. fig. 1.

» » Idem. 1846. Foram. de Vienne, pag. 21–22. Tab. I. fig. 1.

Questa specie è rappresentata da non pochi esemplari della forma com-

mune più o meno sviluppata; sono conservati di aspetto bianco-giallastro. Raggiungono il diametro da 0^{mm}, 40, sino a 0^{mm}, 70, ed anche più.

GLOBIGERINA (Orbulina) neojurensis Karrer. Tav. I. fig. 16.
Orbulina neojurensis Karrer. 1867. Sitzungsb. d. Kais. Akade. d. Wissenschaften. Vol. LV. seit. 368. Tav. III. fig. 10.

Il Prof. O. Costa nella sua opera (1) descrisse e figurò due nuove specie di *Orbulina*, che chiamò *O. tubercolata* quella a superficie con tubercoli perforati, *O. granulata* l'altra a superficie erosa con granuli grandi interposti ai piccoli , delle quali la prima offre in vero una differenza dalla forma ordinaria. L'ornamento reticolato della superficie del presente esemplare è certo un carattere che distingue questa *Orbulina* dalla forma commune, cosa già osservata dal Karrer nel « White Jura » di St. Veit vicino a Vienna, e che realmente per la regolare disposizione di un reticolo su tutto l'esterno della conchiglietta offre un carattere da rendere questa *Orbulina* una varietà dalla *O. universa,* eccessivamente rara allo stato fossile e vivente.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro 8^{mm}, 55.

La figura ingrandita 80 diametri
Rarissima nelle sabbie Vaticane

GLOBIGERINA bulloides D'Orbigny. Tav. I. fig. 17.
Polymorpha tuberosa et globulifera Soldani 1789. Testac. Vol. I. Par. II. pag. 117. Tab. CXXIII. fig. H. I. O. P.
globulifera Idem. ibid. pag. 58. Tab. XIII. fig. d.
Globigerina bulloides D'Orbigny 1828. Ann. des Scien. Nat. pag. 277. N.° 1.
» » Idem. 1839. Foram. des Canaries pag. 132. Tab. II. fig. 1–3.

(1) Costa 1854—56. Paleontologia del R. di Napoli. part. 2ª pag. 120. Tav. XI. fig. 1. Aa. fig. 2—4. Tav. XV. fig. 14 A. B.

» » Idem 1846. Foram. de Vienne pag. 163. Tab. IX. fig. 4, 6.

» » Costa 1854-56. Paleont. del R. di Napoli, part. 2ª pag. 246. Tav. XXI. fi. 1–2;

» » Parker and Jones 1857. Annal. and Mag. Nat. Hist. 2ª Ser. Vol. XIX. pag. 19. Plat. XI. fig. 11–12.

» » Williamson 1858. Recent. Foram. of Great Brit. pag. 56. Plat. V. fig. 116-118.

L'esemplare scelto che ho figurato è veramente tipico, ed offre una delle forme più regolari rinvenute. Infatti le globulari concamerazioni al numero di nove disposte in ordine spirale e decrescente, danno un aspetto regolare alla conchiglietta, ed appartiene perciò al gruppo delle spiraliformi. Piuttosto abbondante si rinviene in tutte le gradazioni di sviluppo, dalle più giovani di piccola mole alle più adulte, e perciò più grandi. Sono delicate di fina struttura, per cui molte sono trasparenti, colla superficie delicatamente ispida.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro 0^{mm}, 38.

La figura è ingrandita 80 diametri.

Non scarsamente rappresentata nelle sabbie Vaticane.

GLOBIGERINA regularis D'Orbigny. Tav. I. fig. 19.

Globigerina regularis D'Orbigny 1846 Foram. de Vienne, pag. 162. Tab. IX. fig. 1–3.

» » Costa 1854–56 Paleont. del R. di Napoli, pag. 244. Tav. XXI. fig. 3. A. B.

Questa specie offre la particolarità di un spazioso vestibolo ombellicale, nel quale mettono foce le aperture di ciascuna concamerazione, a differenza della stessa descritta dal D'Orbigny (For. de Vienne) avente apertura ombellicale ristretta *percée d'une ouverture très étroite*. È una prova di più della variabilità di forma di questi organismi. Nel resto si mostra regolare costituita da cinque globulari concamerazioni, di bello aspetto finamente ispido–vitreo.

Grandezza naturale

Nel senso del Diametro $0,^{mm}$ 35.

La figura è ingrandita 80 diametri.

È sufficientemente rappresentata questa specie nelle sabbie Vaticane tanto da giovani delicati, che adulti individui.

GLOBIGERINA triloba Reuss. Tav. I fig. 18.

Globigerina triloba Reuss. 1849. Neue Foram. aus den Schichten des österr. Tertiärbeckens, seit. 10. Taf. II fig. 11.

» trilobata Costa 1854-56. Paleont. del R. di Napoli pag. 245, par. 2ª Tav. XXI. fig. 4. A. B.

Venne descritta da Reuss questa *Globigerina* come avente tre concamerazioni sferiche ben distinte all'ultima voluta, da cui trasse il nome specifico a tre lobi. La medesima specie che visse nel nostro mare subapennino offre perfetta eguaglianza di carattere. Solo è da notare che alcune sono molto sviluppate ed invecchiate, hanno aspetto biancastro.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro più lungo 0,mm 35.

La figura è ingrandita 80 diametri.

Specie meno abbondante delle altre nelle sabbie Vaticane.

Genere SPHÆROIDINA D'Orbigny.

Tipo SPHÆROIDINA bulloides D'Orbigny.

SPHÆROIDINA Austriaca D'Orbigny Tav. I, fig. 20.

Sphæroidina Austriaca D'Orbigny. 1846. Foram. de Vienne pag. 284. Tab. XX fig. 19-21.

Sexloculina Haueri Czjzek 1847 Beitrag zur Kenntniss der foss. Foram. des Viener Beckens. Seit 13 Taf, XIII f. 35, 38.

Sphæroidina Austriaca Reuss 1849. Neue Foram. aus den Schich. des öster. Tertiärbeckens. Seit 23 Taf, VI, fig. 3-19.

» » Costa. 1854-56 Paleont. del R. di Napoli par. 2ª pag. 32.

D'Orbigny nel 1825 collocò questo genere nei *Foraminiferi Enallostegi* e ne disegnò la figura. Vedi *Modèles N.* 8, 1me *livraison*. Confessando poi nella sua grande Monografia dei *Foraminiferi* fossili di Vienna, di non aver bene compreso il suo modo di sviluppo, dice che deve invece appartenere agli *Agatistegi*. Palesa che è difficile seguire il suo modo di svi-

luppo, ed ecco D'Orbigny stesso dinanzi alle variazioni morfologiche, dovute ai diversi periodi di accrescimento delle conchigliette, costretto a dare altra disposizione a questo genere, per ragione del suo metodo artificiale fondato sulle esterne apparenze.

La specie di cui ora tengo parola, e più o meno sferica, ha quattro concamerazioni, una lieve apertura seminulare posta in un piccolo vestibolo ombellicale leggermente infossato, in cui convergono ad angolo le suture esterne dei piani settali delle camere più o meno irregolarmente sferiche. Levigatissima, e di aspetto vitreo–lucido mostra di aver resistito alle azioni della fossilizzazione.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro 0,mm 40.

La figura è ingrandita 50 Diametri
Non rara nelle sabbie vaticane.

Genere PULLENIA Parker et Jones.

Tipo PULLENIA SPHAEROIDES D'Orbigny.

PULLENIA sphaeroides D'Orbigny Tav. I. fig. 21.
Nonionina sphaeroides D'Orbigny 1826. Tab. méth. Model. N. 43.
» bulloides Ann. Scien. Nat. Vol. VII pag. 293. Model. N. 2.
» » D'Orbigny 1846. Foram. de Vienne pag. 107. Tab. V, fig. 9–10.
» » Costa 1854–56. Paleont. del R. di Napoli par. 2ª pag. 204. Tav. XVII, fig. 9. A. B.
Pullenia bulloides. Parker and Jones. in Carpenter 1862. Introd. to the study of the Foram. pag. 184. Pl. XII fig. 12. Phil. Trans. Vol. CLV pag. 368; and Ann. Nat. Hist. ser. 3ª, Vol. XVI, pag. 26.

I Signori Parker e Rupert Jones applicarono questo generico nome *Pullenia* alla minuta forma descritta dal D'Orbigny nei suoi *modèles* col nome di *Nonionina*, per la ragione che grandemente differisce da questa, la quale discende dalla forma della *Polystomella*, mentre la *Pullenia* si approssima colla sua struttura a quella della *Globigerina*.

La forma globosa di questa specie è divisa da una serie di linee settali, che si succedono quasi equidistanti fra loro al numero di quattro o cinque, estese in ambo i lati sino alla parte centrale della conchiglietta, ove si riscontra una piccola depressione ombellicale. I segmenti sono convessi. L'apertura è una prolungata fessura, l'aspetto è vitreo bianco-lucidissimo.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro 0.mm 28.

La figura è ingrandita 100 diametri.
Non rara nelle sabbie Vaticane.

PULLENIA falx Cžjžek Tav. I, fig. 22.
Pullenia falx Cžjžek 1847. Beitrag. zur Kennt. des foss. Foram. des Viener Beckens seit. 6, Tab. XII, fig. 30–31.

È distinta per la sua forma discoidale convessa, per ombelico spazioso incavato, per i bordi rotondati. I suoi segmenti un poco ristretti sono arcuati, i setti distinti raggianti dall'ombellico. La camera terminale foggiata a mezza luna, è fornita di apertura lineare prolungata, falciforme. È di aspetto vitreo bianco lucido.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro 0,mm 50.

La figura è ingrandita 50 diametri.
Non rara nelle sabbie Vaticane.

Genere TEXTULARIA Defrance.

Tipo Textularia agglutinans. D'Orbigny.

TEXTULARIA abbreviata D'Orbigny. Tav. I, fig. 23.
Nautili amphorarii Soldani 1780. Saggio Orittog. pag. 108. Tab. VII, fig. C. E.
Textularia abbreviata D'Orb. 1846. Foram. de Vienne, pag. 249. Tab. XV, fig. 9–12.
» crassa. Costa, 1854-56. Paleont. del R. di Napoli par. 2ª, pag. 297, Tav. XXIII, Fig. 6 A. B.

Non è al certo un esemplare ben conservato, ma dalla conformazione ri-

gonfiata della conchiglietta, in proporzione più allargata superiormente, di quello che distesa in lungo, coi bordi laterali angolosi, per tali caratteri deve riferirsi alla specie descritta dal D'Orbigny. Le due camere superiori sono più grandi delle altre e convesse, la terminale in ampiezza superiore a tutte, è fornita di ristretta apertura nel suo lato interno. I setti sono inferiormente poco visibili, a motivo della superficie logorata. Aspetto arenoso, colore giallastro.

Grandezza naturale

Nel senso dell'asse verticale 0,mm 45.
In quello orizzontale 0,mm 40.

La figura è ingrandita 50 diametri.
Rarissima nelle sabbie Vaticane.

TEXTULARIA aciculata D'Orbigny. Tav. II. fig. 24, 25, 26, 27.
Textularia aciculata D'Orbigny. 1826. Tab. mèt. Planc. XI. fig. 1–4.

Mi è sembrato utile descrivere queste diversità di forme, come una prova di più della variabilità di questi esseri. Appartengono tutti al tipo della *T. agglutinans*, e potrebbero considerarsi come varietà di questa; ma attesa la loro conformazione non possono separarsi dalla *T. aciculata.* (1) La fig. 24. benchè rotta alla sua estremità inferiore, è la più tipica di tutte per le sue concamerazioni regolarmente alternanti e decrescenti, e per le due terminali arcuate; apertura grande nel lato interno dell'ultima camera. La fig. 25 è più dilatata superiormente, termina acutamente più della prima, e può dirsi a forma di cuore. La fig. 26 ha forma più simmetrica in acervamento obovato oblungo. La fig. 27 è quasi cuneiforme più dilatata. Esaminate peraltro in complesso le loro forme, la disposizione delle camere, l'anda-

(1) La variabilità è insita nella natura stessa, ma non per questo cessano gli esseri organici di appartenere ad un tipo, che per caratteri definiti e costanti costituisce per così dire lo stampo di una forma che si ripete, e si estende a più individui dello stesso gruppo, abbenchè questi offrano delle variazioni morfologiche. Non è alla forma più o meno accorciata, od a quella maggiormente prolungata, non al graduale passaggio dalla forma elissoide a quella sferoidale, non a quelle differenze di contorni più o meno angolosi, nè alla mancanza di uno o più processi, o terminazioni spinulose di qualche concamerazione o piano settale; non è ciascuna di esse che si debba attribuire un carattere differenziale molto più se mutabile, ma bensì a quel complesso di forme costanti e definite, che riunite danno l'impronta caratteristica ad una forma tipica, sotto la quale come figliazioni discendenti si debbono riportare le varianti di un gruppo pel relativo confronto.

mento dei setti, non può rimaner dubbio che siano tutte appartenenti ad un medesimo tipo, ad una stessa specie della forma arenacea della *Textularia*. Sono di aspetto ruvido arenoso, alcune di colore bianco, altre giallastre.

Grandezza naturale

Nel senso dell' asse verticale.

Fig. 24. 0,^{mm} 73. Ingrandita 50 diametri
» 25. 0,^{mm} 70. Id. Id.
» 26. 0,^{mm} 55. Id. Id.
» 27. 0,^{mm} 68. Id. Id.

Non rara nelle sabbie Vaticane.

Genere BIGENERINA D'Orbigny.

BIGENERINA nodosaria D'Orbigny Tav. II. fig. 28.

Bigenerina nodosaria D'Orbigny. 1826. Tab. mèt. Plan. XI. fig. 9–11.
» bifida Costa 1854–56. Paleont. del R. di Napoli Part. 2ª pag. 287. Tav. XXIII fig. 1.

L'esemplare arenaceo, che ora descrivo, differisce alquanto da quello disegnato dal celebre Naturalista Francese, per essere più in numero le celle superiori foggiate a *Nodosaria*, ma ciò può riferirsi a semplice anomalia di sviluppo. Nella parte inferiore termina acuminata depressa, a concamerazioni in doppia serie alternanti. La camera terminale è fornita di un piccolo processo subulato con forame rotondo. Setti più pronunziati nella parte superiore che nella inferiore. Offre aspetto ruvido arenoso distinto, colore bianco giallastro.

Grandezza naturale

Nel senso dell' asse verticale 0,^{mm} 70.

La figura è ingrandita 50 diametri.

Rara nelle sabbie Vaticane.

Genere Verneuilina D'Orbigny.

VERNEUILINA spinulosa Reuss. Tav. II, fig. 29.

Verneuilina spinulosa Reuss. 1849. Neue Foram. aus den Schich. des österrei. Tertiärbec. Seit. 10. Taf. II fig. 12.
» spinosissima Costa, 1854–56. Paleont. del R. di Napoli part. 2ª pag. 267. Tav. XXIII, fig. 5 A. B. C.

Questa forma non può riportarsi che alla specie descritta da Reuss. Benchè i due esemplari rinvenuti siano rotti nelle camere terminali, e manchi perciò l'apertura semilunare nell' interno margine dell'ultima camera; ciò non ostante questo è tipico ed elegante. Lo distingue la sua forma piramidale triangolare, ad angoli acuti carenati e spinosi, che danno il carattere alla specie. Camere al numero di sette od otto disposte sui tre lati ed alternate sull'asse, setti distinti ed incrociati. La conchiglietta è vitrea lucidissima semitrasparente e bianca.

Grandezza naturale

Nel senso dell'asse verticale 0,^{mm} 50.

La figura è ingrandita 80 diametri.
Rara nelle sabbie Vaticane.

Genere BULIMINA D'Orbigny.

Tipo BULIMINA PRESLI Reuss.

BULIMINA pupoides D' Orbigny. Tav. II. fig. 30, 31, 32, 33, 34.
Polymorpha pineiformia Soldani, 1789. Testac. Tom. I, Par. II, pag. 118. Tab. CXXVII. fig. K. I.
Bulimina Patagonica D'Orbigny 1839 Voyag. dans l'Amér. Mérid. Tom. V, pag. 50. Plan. I. fig. 19–20.
» pupoides D'Orb. 1846. Foram. de Vienne. Tab. XI, fig. 11–12.
» pedunculata. Costa 1854–56. Paleont. del R. di Napoli part. 2ª pag. 333. Tav. XVIII, fig. 16. A. B.
» pupoides typica Williamson. 1858. Rec. Foram. of. Great Brit. pag. 62. Plat. V, fig. 124–125.

È caratterizzata questa specie dai suoi segmenti prominenti rigonfi, serrati assieme con bordi non liberi nè angolari, per cui ne risulta un assieme di globulari camere riunite a convoluzione fra loro. Il piano settale convesso, semilunare. La sua apertura obliqua è collocata in una depressione presso il bordo ombellicale del piano settale.

Quelle rinvenute nelle sabbie Vaticane sono tutte varietà della *B. pupoides*. Alcune sono veramente regolari e tipiche, come la fig. 30. Le altre sono in modo conformate da offrire delle variazioni morfologiche. Ad esempio la

fig. 32. è alquanto contorta, ma ciò deve ritenersi per mera anomalia di sviluppo. La fig. 31 è un esemplare piccolo, e forse giovane. Le fig. 33, 34 sono forme intermedie, che si avvicinano alla *B. pupoïdes*, ambedue allungate quasi fusiformi. La fig. 33 si rassomiglia nella forma alla *B. elongata* D'Orb. La fig. 34 più allungata, appartenendo ad esemplare rotto nelle camere terminali, riesce difficile lo studio dell' andamento generale della conchiglietta, per conseguenza non logico nè naturale farne una varietà. Questo a preferenza degli altri esemplari è bianco–candido e lucido. Gli altri sono per lo più di tes situra ialina trasparenti, altri opalino–biancastri.

Grandezza naturale

Nel senso dell' asse verticale

Fig. 30.	0,^{mm} 42.	Ingrandita	80 diametri.
» 31.	0,^{mm} 30.	Id.	Id.
» 32.	0,^{mm} 50.	Id.	Id.
» 33.	0,^{mm} 40.	Id.	Id.
» 34.	0,^{mm} 70.	Id.	Id.

Questa specie a preferenza delle altre piuttosto abbonda nelle sabbie Vaticane.

BULIMINA marginata D'Orbigny Tav. II. fig. 35, 36.

Polymorpha pineiformia? Soldani 1789. Testac. etc. Vol. I. par. 2ª pag. 118–119. Tab. CXXVII fig. I. Tab. CXXX. fig. V. V.

Bulimina marginata D'Orbigny 1826. Tabl. Méthod. pag. 269. Tab. XII. fig. 110–112.

» » Parker and Jones 1857. Annal and Mag. Nat. Hist. 2ª Ser. Vol. XIX. pag. 24. Plat. XI. fig. 35–40.

» pupoides variet. marginata. Williamson 1858. Rec. Foram. of Great. Brit. pag. 62. Plat. V. fig. 126–127.

» acanthia Costa 1854–56. Paleont. del R. di Napoli part. 2ª pag. 337. Tav. XIII. fig. 35, 36.

Morfologicamente non si può dire che questa specie sia in tutto simile alla *pupoides*, benchè per certi lati vi si approssimi. Ne differisce per avere i bordi di ciascun segmento liberi angolari e marginati, non serrati as-

sieme come nella *pupoides*, ma bensì allontanati alquanto. La combinazione dei segmenti nelle figure (che ho delineate scrupolosamente) è quella della *marginata*, ed i saggi rinvenuti nelle sabbie Vaticane ora presentano un margine crestato, ora dentellato. Williamson si esprime « *is usually* » *cranulate or serrate* » (1) e così mostrano le figure, senza però poter riguardare una come varietà dell'altra, ma bensì come una semplice anomalia di sviluppo. Infatti se la fig. 36 offre un margine dentellato, e la fig. 35 un margine crestato, non per questo cessano di appartenere ambedue alla *B. marginata*, di cui benchè la fig. 35 sia l'ordinario rappresentante, ciò non pertanto mostrano ambedue la medesima configurazione specifica, nè offrono un carattere di varietà, alla quale non sarebbe tanto facile dare un nome, rimanendo più naturale spiegarlo come un'anomalia. Sono di aspetto piuttosto ialino.

Grandezza naturale

Nel senso dell'asse verticale

Fig. 35. 0,mm 40. Ingrandita 80 diametri.
» 36. 0,mm 50. Id. 50 Id.

Scarsamente rappresentata nelle sabbie Vaticane.

BULIMINA Buchiana D'Orbigny Tav. II. fig. 37.

Polymorpha subglobularia ? (Pineiformes) Soldani 1789. Testac. Tom. I. pars. 2ª pag. 119. Tab. CXXX. fig. t. t?

Bulimina Buchiana D'Orbigny 1846. Foram. foss. de Vienne pag. 186, Tab. XI. fig. 15, 18.

È elegantemente piriforme, acuminata inferiormente; offrè le coste ordinatamente equidistanti fra loro, ben marcate disposte verticalmente, e parallele all'asse della conchiglietta. Segmenti non totalmente serrati. Sono di aspetto bianco–lucido.

Grandezza naturale

Nel senso dell'asse verticale 0,mm 60.

La figura è ingrandita 80 diametri.

Questa specie assieme con tutte le sue congeneri non è rara. In complesso si può dire che questo genere è alquanto abbondante nelle sabbie Vaticane.

(1) Williamson. Rec. Foram. of Great. Brit. pag. 62, e l'autore Inglese forse riferisce il *serrate* alla *pupoides*!

Genere VIRGULINA D'Orbigny.

VIRGULINA Schreibersü Czjžek. Tav. II. fig. 38, 39.

Virgulina Schreibersü Czjžek. 1847. Beitrag. zur Kenntn der foss. Foram. des Wiener Beckens. Seit. 11. Taf. XIII. fig. 18-21.

Polymorphina longissima Costa 1854-56. Paleont. del R. di Napoli Part. 2ª Tav. XIII. fig. 22, 23.

» innormalis Ibid. pag. 287. Tab. XIII. fig. 28, 29, 30.

Gli esemplari rinvenuti nelle sabbie Vaticane sono conservatissimi, dei quali la fig. 38 offre un esemplare grande sviluppato tipico, e la fig. 39 un altro meno sviluppato più giovane, ed alquanto più rigonfiato del primo.

La forma di questa specie è allungata, costituita da segmenti leggermente convessi squammiformi, alternantisi regolarmente ai due lati della conchiglietta. La camera terminale maggiore delle altre offre nel lato interno una grande e prolungata apertura, che raggiunge quasi la seconda camera. Setti distinti regolari. Sono di aspetto vitreo bianco-candido, levigati lucidi.

Grandezza naturale

Nel senso dell'asse verticale

Fig. 38. 1,mm 10. Ingrandita 50 diametri.
» 39. 0,mm 60. Id. Id.

Alquanto abbondante nelle sabbie Vaticane.

Genere BOLIVINA D'Orbigny.

BOLIVINA antiqua D'Orbigny Tav.ª II. fig. 40.

Bolivina antiqua D'Orbigny 1846. Foram. de Vienne, pag. 240. Tab. XIV. fig. 11-13.

Questa specie ha forma compressa allungata, non dilatata, linguiforme alquanto acuminata nella parte inferiore, nè fornita di carena ai bordi, che sono invece un poco rotondati. Camere piccole, pochissimo convesse, alternate ed obliquamente disposte sull'asse della conchiglietta. La camera terminale un poco più convessa è fornita di semplice apertura nel lato interno. È di aspetto vitreo-levigato, di colore bianco-giallognolo.

Grandezza naturale

Nel senso dell'asse verticale 0^{mm} 53.

La figura è ingrandita 50 diametri.
Non rara nelle sabbie Vaticane.

BOLIVINA punctata D'Orbigny Tav. II. fig. 41.
Bolivina punctata D'Orbigny 1839. Voya. dans l'Amér. Mérid. pag. 62. Tab. VIII. fig. 4–7.
» Catanensis Seguenza 1862. Prime ricerche int. i Rizop. foss. etc. pag. 29. Tav. II. fig. 3, 3 a, 3 b.

Il bell'esemplare rinvenuto nelle sabbie Vaticane può dirsi proprio tipico della specie. Ha forma regolarissima lanceolata, bordi acuti non raramente carenati, acuminata alla parte inferiore. La disposizione dei setti, delle camere e dell'apertura è pressochè simile alla precedente specie. Il carattere distintivo di questa specie è quello della punteggiatura ben marcata e disseminata sulla superficie delle concamerazioni, che forma un bellissimo ornamento della conchiglietta. È di aspetto vitreo-lucente semitrasparente, di colore giallognolo.

Grandezza naturale

Nel senso dell'asse verticale 0^{mm}, 50.

La figura è ingrandita 80 diametri.
Non rara nelle sabbie Vaticane.

BOLIVINA dilatata Reuss. Tav. II. fig. 42.
Bolivina dilatata Reuss. 1849. Neue Foram. aus den Schich des österr. Tertiärbec. Seit. 17. Taf. III. fig. 15.

Nella conformazione generale si avvicina alle sue congeneri, ma si distingue per essere alcun poco cuneiforme, più rigonfia e più dilatata alla parte superiore. I margini non carenati, terminano però in angolo acuto. Disposizione dei setti e delle camere meno obbliqua. Di aspetto vitreo lucido, di colore giallognolo.

Grandezza naturale

Nel senso dell'asse verticale 0^{mm}, 50.

La figura è ingrandita 80 diametri.
Rara nelle sabbie Vaticane.

BOLIVINA Beyrichii Reuss. Tav. II. fig. 43, 44, 45.
Bolivina Beyrichii Reuss. 1851. Zeitschr d. deutsch. geol. Gesellich B. 3. seit. 38. Taf. VI. fig. 51.

Sono tutti esemplari appartenenti alla specie, che Reuss descrisse col nome di *B. Beyrichii*, ed offrono delle varietà a motivo della carena più o meno pronunziata. Infatti la fig. 44, benchè sia parzialmente carenata, è la più vicina per forma a quella descritta da Reuss. Dilatata un poco alla parte superiore, termina acuminata inferiormente, ha forma lanceolata. I setti e le camere in doppia serie disposti obbliquamente all'asse, e differisce un poco da quella delineata da Reuss per le camere più ristrette. Le due camere terminali più arcuate e rigonfie, come lo è in genere tutta la conchiglietta.

Le fig. 43, 45 per essere realmente carenate lungo i margini appartengono alla varietà *carinata*. La carena è acutamente frastagliata. I segmenti della figura 45 sono più rigonfi, con setti grandi e diafani, e tanto gli uni che gli altri meno obbliquamente disposti sull'asse; ed è un bell'esemplare della *B. Beyrichi Reuss var. carinata*. Le conchigliette sono di aspetto vitreo-lucido, di colore giallognolo. Si distingue per colore bianco-lucido quella della fig. 45.

Grandezza naturale

Nel senso dell'asse verticale.

Fig.	43. 0^{mm}, 50.	Ingrandita	80	diametri.
»	44. 0^{mm}, 60.	Id.		Id.
»	45. 0^{mm}, 60.	Id.		Id.

La presente specie è rara nelle sabbie Vaticane. Il genere è sufficientemente rappresentato nelle suddette.

Genere PLEUROSTOMELLA Reuss.

PLEUROSTOMELLA alternans Schwager. Tav. II. fig. 46.
Pleurostomella alternans Schwager. Novara. Pal. II. Seit. 238, Taf. VI. fig. 79–80.

È una delle più eleganti specie della *Pleurostomella*, costituita da un assieme di camere alternanti sull'asse della conchiglietta, rigonfiata alquanto. La camera terminale più grande delle successive è concava nella parte interna; ed alla sua estremità superiore si riscontra un'apertura grande subovale. Ha forma regolare, offre aspetto levigato, colore biancastro.

Grandezza naturale

Nel senso dell'asse verticale 0^{mm}, 40.

La figura è ingrandita 80 diametri.
Rarissima nelle sabbie Vaticane.

Genere CASSIDULINA D'Orbigny.

Tipo CASSIDULINA laevigata D'Orbigny.

CASSIDULINA laevigata D'Orbigny Tav. II. fig. 47.
Cassidulina laevigata D'Orbigny Tab. méth. Modèles N. 41.
» pulchella D'Orb. 1839. Voyage dans l'Amér. mérid. pag. 57. Plan. VIII. fig. 1–3.
» laevigata Parker and Jones 1857. Ann. Mag. Nat. Hist. New. Ser. Vol. XIX. pag. 23. Pl. 11. fig. 17–18.
» » Williamson 1858. Rec. Foram. of. Great. Brit. pag. 68. Pl. VI. fig. 141–142.
» Sicula Seguenza 1862. Prime ricerche intor. i Rizop. foss. etc. pag. 27. Tav. I. fig. 7, 7a.

Il Soldani ci ha lasciato nella sua grande opera la fig. del genere *Cassidulina*, che può essere riportata nella specie alla *oblonga*. (1) È questa

(1) *Polymorpha tuberosa et globulifera* di Soldani. Testac. etc. Vol. I. Pars 2.ª pag. 117. Tab. CXXIII. fig. K.

specie rappresentata nelle sabbie Vaticane da individui a differenti età. La conchiglietta si mostra suborbicolare lenticolare e spirale, acutamente carinata ed alquanto inequilaterale. Le camere sono leggermente rigonfiate. Si riscontrano circa otto segmenti curvati da ciascun lato, ed ottusamente crescenti raggiungono l'ombelico coi loro bordi ombellicali (quale ombelico in alcuni individui offre un largo spazio diafano) e terminano alla periferia col loro apposto margine. Ciascuno dei tre o quattro intermedi segmenti per ogni lato è più piccolo; e forma un ristretto triangolo racchiuso fra i due più grandi curvati segmenti. Una lunga e curvata fenditura forma l'orificio settale, che si estende a metà circa del piano settale, che ha origine nella giunzione della precedente convoluzione. Sono di aspetto ialino-vetroso i più belli e giovani individui, ed assumono colore bianco i più adulti, conservando la trasparenza ombellicale.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro 0^{mm}, 60.

La figura ingrandita 80 diametri.
Piuttosto abbondante nelle sabbie Vaticane.

Genere DISCORBINA Parker et Jones.

Tipo DISCORBINA turbo D'Orbigny.

DISCORBINA rosacea D'Orbigny. Tav. III. fig. 54–55.

Hammoniæ Planorbes Soldani 1780, Saggio orittog. pag. 104. Tab. III. fig. 24. M. N.
» » Soldani 1789. Testac. ac Zooph. Vol. II. Append. pag. 140. Tab. III. fig. 24. m. M. N.
Asterigerina rosacea D'Orbigny 1826. Tabl. mét. Modèl. N° 39.
» planorbis D'Orb. 1846. Foram. de Vienn. pag. 205. Tab. XI. fig. 1–3.
Rotalina mamilla Williamson. 1858. Rec. Foram of. Great Britan. pag. 54. Plat. IV. fig. 109–111.

Studiando i piccoli ed alquanto oscuri esemplari di questa specie, i quali in buona parte erano logorati nella superficie, rimasi lungamente perplesso:

e confrontandone il migliore colle figure della *Patellina corrugata* Williamson, mi sembrò potessero riferirsi a questo genere, senza che ne rimanessi peraltro totalmente convinto, per la poca somiglianza che presentava.

Mi decisi consultare il parere del Sig. Brady (col quale mi reputo onorato di essere in corrispondenza scientifica), e spediti a lui gli esemplari ed i disegni mi rispondeva nei termini seguenti: « Che quantunque gli esemplari » fossero oscuri, nè ben tracciate le forme per determinarle, pure non si » poteva dar loro miglior nome della *Discorbina rosacea* D'Orb.; finchè » non aveva terminato lo studio dell' intero genere per la sua grande Mo- » nografia del *Challenger*; e che tornava meglio per ora lasciare le cose in » tal modo » Io mi sento in dovere di ringraziare pubblicamente l'eminente specialista Inglese per questi consigli, e di manifestargli la mia gratitudine.

Tornai a studiare tutti gli esemplari che possedeva, e vidi che realmente corrispondevano alle figure date dal D'Orbigny, in specie a quella data nella Monografia dei *Foraminiferi* del bacino di Vienna.

Delle due figure da me disegnate la fig. 54 rappresenta una giovane conchiglietta, la fig. 55 una più matura più invecchiata. Sono ambedue coniche, maggiormente la più giovane che è levigata un poco vitrea e trasparente, di colore giallastro pallido; mentre la più invecchiata è di aspetto bianco, calcare, e molto perforata. Ambedue sono concave leggermente nella superficie inferiore. I segmenti sono ristretti disposti a spira. Linee settali arcuate semilunari più tracciate ed apparenti nella giovane, di quello che nell'altra. Orlo periferico terminante ad angolo acuto in specie nella più giovane.

Grandezza naturale

Fig. 54 Nel senso del diametro 0^{mm} 45.
» 55 » » 0^{mm} 38.

Le figure sono ingrandite 100 diametri.
Frequenti nelle sabbie Vaticane.

DISCORBINA globularis. D'Orbigny Tav. III fig. 56.
Rotalina globularis D' Orb. 1826. Tabl. mét. pag. 371. Tab. XIII, fig. 1–4.
» » D'Orb. Modèles. N. 60. 3.^{me} livra.
Rotalina concamerata. *Young Shell.* Williamson 1858. Rec. Foram. of. Great Brit. pag. 53. Plat. IV, fig. 104–105.

Questa specie è costituita da eleganti e delicate conchigliette trocoidi, inegualmente convesse alle due superficie. Le sue concamerazioni sono rigonfie in specie la terminale, e separate da linee settali arcuate e flessuose nel lato spirale verso il bordo periferico della piccola conchiglia, che è come lobato ed ottuso. Apertura settale estesa dall'ombellico al margine periferico. Ombelico ampio sviluppato. Tessitura ialina biancastra delicatissima, graziosamente ispida.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro 0,mm 60.

La figura è ingrandita 80 diametri.
Non rara nelle sabbie Vaticane.

Genere PLANORBULINA D'Orbigny.

Tipo Planorbulina farcta Fichtel et Moll.

PLANORBULINA Haidingerii D'Orbigny, Tav. II, fig, 48.
Rotalina Haidingerii D' Orbigny, 1846 Foram. de Vienne pag. 154, Tab. VIII, fig. 7–9.

Fra le *Planorbulinae* rinvenute al Monte Vaticano, questa di cui ora tengo parola, per i suoi caratteri deve riferirsi alla *P. Haidingerii*. Orbiculare ambiconvessa maggiormente nel lato superiore, ove si offre un ombellico largo quasi diafano, e segmenti arcuati triangolari. I setti distinti raggianti dal centro ombellicale. Nel lato opposto si mostra l'andamento spirale dalle camere, il bordo periferico della conchiglietta termina ad angolo acuto. Apertura lineare lungo il piano settale dell'ultima camera. L'aspetto è vitreo lucido, il colore bianco–giallognolo, la conchiglietta è punteggiata per ogni lato, ed appartiene a giovane esemplare.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro 0,mm 40.

La figura ingrandita 50 diametri.
Rara nelle sabbie Vaticane.

PLANORBULINA Dutemplei D'Orbigny. Tav. II, fig. 49. Tav. III. fig. 50–51.

Rotalina Dutemplei D'Orbigny 1846. Foram. de Vienne pag. 157. Tab. VIII. fig. 19. 21.

» » Costa. 1854–56. Paleont. del R. di Napoli par. 2.ª pag. 238. Tav. XXII. fig. 19. A, B, C.

È questa una specie ben rappresentata da esemplari a diverso grado di sviluppo. La fig.ª 49 è stata ritratta da una conchiglietta molto conservata. È orbicolare non egualmente convessa in ambedue i lati, di forma regolare, costituita nel lato superiore da segmenti convessi. Linee settali convergenti ad angolo al centro ombellicale, dolcemente flessuose verso il bordo periferico che è acuto e carenato. Il lato opposto un poco meno convesso offre l'andamento spirale delle camere, linee settali distinte arcuate. L'ultima camera è più rotondata delle altre, con una fissura lineare parallela al piano settale. Tutta la conchiglietta è di aspetto vitreo–lucido, di colore giallognolo punteggiata, e di tessitura robusta. La fig. 50 rappresenta un grande sviluppato ed invecchiato esemplare, offre conformazione alquanto irregolare per essere ellissoide. Maggiormente punteggiato degli altri, incavatura profonda ombellicale nella parte più convessa. Manca per rottura l'ultima camera, medesimo aspetto e colore. La fig. 51 appartiene ad altro esemplare notevole per ampio spazio ombellicale, vitreo, levigato, in specie dalla parte meno convessa, è punteggiato ed irregolare un poco mostruoso, è forse un giovane individuo, ha rotta l'ultima camera. Lo stesso aspetto, colore meno giallo. In complesso può dirsi che sono tutte forme varianti fra loro, ma appartenenti alla medesima specie, di sviluppo più o meno regolare a differente età.

Grandezza naturale nel senso del diametro.

Fig. 49. 0,mm 45 ingrandita 50 diametri.
» 50. 0,mm 68 » Idem.
» 51. 0,mm 45 » Idem.

Questa specie abbonda nelle sabbie Vaticane. Gli esemplari sono più o meno conservati.

PLANORBULINA Ungeriana D'Orbigny Tav. III. fig. 53.

Hammoniae univolutae Soldani 1780. Saggio orittog. pag. 103. Tab. III, fig. 22 : H I. ?

» » Soldani 1789. Testac. ac. Zooph. Vol. II. App. pag. 139. Tab. III, fig. 22. h. H. I. ?

Rotalia (Turbinulina) Siennensis D'Orbigny. 1826. Annal. Scienc. Nat. pag. 275. N.° 50.
» Ungeriana D' Orb. 1846. Foram. de Vienne pag. 157. Tab. VIII, fig. 16–18.

Ho figurata questa specie da un esemplare conservatissimo molto sviluppato, e più turgido di quello descritto dal D' Orbigny. (Foram. de Vien.) È ampiamente ombellicato molto convesso nella parte superiore, nella quale sono apparenti di più i segmenti alquanto ristretti. Linee settali raggianti dall'ombellico ed incurvate verso il bordo periferico della conchiglietta. Nella parte inferiore quasi piana si mostrano le medesime apparenze di segmenti, e dei setti meno arcuati. L'ultima camera più rigonfia porta nel lato interno un'apertura allungata falciforme. I bordi sono rotondati, l' intera conchiglietta punteggiata.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro 0,^{mm} 86.

In quello della spessezza 0,^{mm} 45.

La figura è ingrandita 50 diametri.
Rara nelle sabbie Vaticane.

PLANORBULINA rotula D'Orbigny. Tav. III, fig. 52.
Hammoniae foliaceae Soldani 1880. Saggio orittog. pag. 104. Tab. III. fig. 25. O. P.
» » Soldani 1789 Testac. ac Zooph. Vol. II. Appen. pag. 140. Tab. III fig. 25. o. O. P.
» subrotundae Ibid. Vol. I, Par. I, pag. 61, Tab. L. fig. e. e.
Planulina Ariminensis. D'Orbigny 1826. Ann. des Scienc. Nat. pag. 280. N. 1.
Anomalina rotula D'Orb. 1846. Foram. de. Vienne pag. 172. Tab. X. fig. 10, 12.

Elegantissima nella sua forma, questa specie si offre molto depressa. È alquanto concava dalla parte dove l'ombellico è spazioso, e leggermente convessa nel lato opposto, punteggiata. Camere ristrette spirali. Setti

obbliquamente disposti, arcuati, flessuosi sul bordo della conchiglietta che è assottigliato non carenato. Di aspetto lucido, giallognolo.

Grandezza naturale.

Nel senso del diametro 0,^{mm} 50.

La figura ingrandita 80 diametri.
Non rara nelle sabbie Vaticane.

Genere TRUNCATULINA. D'Orbigny.

TRUNCATULINA lobatula Walker Tav. III, fig. 57.

Nautilus spiralis lobatus Walker 1874. pag. 20. Tab. III, fig. 71.
Hammoniae tubercolatae Soldani 1789. Testac. ac Zoophit. Vol. I. Pars. I, pag. 57–58. Tab. XLV fig. ii, K. K. l. l. m. m.
Truncatulina tubercolata D'Orbigny 1826. Annal. des Scien. Nat. pag. 279. N. 1.
» lobata D'Órb. 1839. Foram. des Canaries, pag. 134. Tab. II, fig. 22–24.
» lobatula D'Orb. 1846. Foram. de Vienne. pag. 168. Tab. IX, fig. 18–23.
» » Costa 1854–56. Paleont. del R. di Napoli Part. 2ª pag. 253. Tav. XX fig. 12. A. B. C.

La poca regolarità, e variabilità di questa conchiglietta, abbenchè sia suborbicolare, non la rende egualmente convessa alle due superficie, ma solamente nella parte superiore, dove i segmenti sono convessi, lobati; nel lato opposto è più pronunciato l'andamento spirale di essa. Bordo periferico angolare acuto. Camera terminale più grande e rigonfia delle altre. Linee settali distinte convergenti ad angolo acuto in una specie d'infossatura ombellicale posta nella superficie superiore. Apertura lineare prolungata sul piano settale dell'ultima camera. Tutta la conchiglietta è graziosamente punteggiata, di aspetto bianco-lucido.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro 0,^{mm} 53.

La figura è ingrandita 80 diametri.
Frequente nelle sabbie Vaticane.

Genere PULVINULINA Parker et Jones.

Tipo Pulvinulina repanda Fichtel et Moll.

PULVINULINA repanda Tav. III, fig. 61.
Hammoniae subconicae. Soldani 1789. Testac. ac Zooph. Vol. I, Pars. I, pag. 56, Tab. LVI. fig. Y. Z.
Nautilus repandus Fichtel et Moll. 1863. Testac. micros. pag. 35–36. Tab. 3 fig. a. b. c. d.
Rosalina mediterranensis D'Orbigny 1826. Annal. des Scien. Nat. pag. 271. N. 2.
Rotalina Boueana D'Orb. 1846. Foram. de Vienne pag. 152. Tab. VII. fig. 25–27.
» concamerata Williamson. (*Matured shell.*) 1858. Rec. Foram. of. Great. Brit. pag. 52. Plat. IV. fig. 104–105.

È orbicolare alcun poco depressa quasi piana dal lato spirale delle camere, più convessa con leggera depressione ombellicale nell'opposto lato. Linee settali arcuate larghe eguali, in forma come di costole salienti, che protratte lungo il margine periferico di ciascun segmento formano una specie di ottusa carena, estesa a tutto il bordo periferico. Nel lato opposto le linee settali divergono da un irregolare ombellico, da cui ha origine l'apertura settale estesa sino al margine carenato. Fortemente punteggiata, di tessitura opaca, di colore bianco.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro 0^{mm}, 40.

La figura ingrandita 50 diametri.
Non rara nelle sabbie Vaticane.

PULVINULINA auricula Fichtel et Moll. Tav. III, fig. 58.
Hammoniae subconicae Soldani 1789, Testac. ac Zooph. Vol. I. Pars. I. pag. 56, Tab. XXXVIII fig. H.
Nautilus auricula Fichtel et Moll. 1803. Testac. microscop. pag. 108–110. Tab. 20 fig. a. f.

Rotalia Brongniartii D'Orbigny 1826. Annal des Scien. Nat. pag. 273, N. 27.
» » D'Orbigny 1846. Foram. de Vienne. pag. 158. Tab. VIII fig. 22–24.
Rotalina scaphoidea Beuss 1849. Neue. Foram. aus den Schichten des österr. Tertiärbeckens seit. 8. Taf. II fig. 3.
» oblonga. Williamson. 1858. Rec. Foram. of Great. Brit. pag. 51, Plat. IV fig. 98–100:

Conchiglietta inequilaterale, risultante di convoluzioni di camere visibili in ambedue i lati, che crescono rapidamente in lunghezza a misura che si approssimano all'ultima, che supera tutte le altre in ampiezza. Segmenti arcuati. Linee settali divergenti da una depressione ombellicale molto pronunziata in uno dei lati. L'orificio settale stretto situato al bordo ombellicale dell' ultima camera. Il bordo periferico angolare carenato in specie all'ultime concamerazioni. È da notarsi in questo esemplare, che nel lato ove si offre la depressione ombellicale sorge come un rigonfiamento tubulare, che termina in un'apertura ovale presso il bordo carenato come mostra la figura. Tessitura semi–ialina, levigata, colore bianco giallognolo.

Grandezza naturale

Nel senso del maggior diametro 0^{mm} 70

La figura è ingrandita 50 diametri.
Non rara nelle sabbie Vaticane.

PULVINULINA Canariensis D'Orbigny Tav. III. fig. 59-60,
Rotalina Canariensis. D'Orbigny 1829 Hist. Nat. des Canaries. Foram. p. 116. Tab. I. fig. 34-36.

Appartiene questa specie rinvenuta nel Monte Vaticano ai *Foraminiferi* pelagici. Ha forma piuttosto piccola ma elegante, inegualmente convessa nelle due superficie, e costituita da segmenti rigonfiati, lobati, e terminanti al margine periferico ottusamente. Dal lato più piano della conchiglietta si offre un bello e regolare andamento spirale. Linee settali convergenti ad angolo nel lato più convesso in una specie di depressione om-

bellicale, arcuate dall'altro, e flessuose verso il bordo periferico. Apertura lineare prolungata nella direzione del piano settale. Sono di colore giallo ocraceo. Si distinguono dalla figura data dal Naturalista Francese per non avere le camere limbate: La fig. 59 rappresenta un individuo a segmenti più sviluppati, e globosi, mentre la fig. 60 ne mostra un altro a segmenti più prolungati meno globosi, più punteggiato, e rotto in prossimità dell'apertura settale. Benchè offrano queste leggere differenze, spettano ambedue alla specie descritta.

Grandezza naturale nel senso del diametro.

Fig. 59, 0^{mm}, 35. Ingrandita 80 diametri.
» 60, 0^{mm}, 40. » 60 »

Non rara nelle sabbie Vaticane.

Genere ROTALIA Lamarck

Tipo ROTALIA Beccarii Linnaei.

ROTALIA Beccarii Linnaei. Tav. III, fig. 62 Tav. IV fig. 63–66.
Cornu Hammonis Plancus 1739. De conchis minus notis Tab. I, fig. I. A. B. C.
Ammonia Gualtieri 1742. Index. Testar. conchyl. Tab. IXX fig. H. I. H.
Nautilus Beccarii Linnaeus. 1767. System. Natur. 12. edit. pag. 1162.
» spiralis umbilicatus Walker. 1784 pag. 18. fig. 63.
Hammoniae Beccarii vulgatissimae. Soldani 1780. Saggio orittog. pag. 102–103. Tab. II. fig. D. E. F. G.
» conico-tubercolatae. Soldani 1788. Testac. ac Zooph. Vol. I. pag. 56 Tab. XXXV. fig. R?
» globoso-rotundatae. Soldani ibid. Vol. II. Append. pag. 139. Tab. II. fig. fig. 21. F. G.
Rotalia (Turbinulina) Italica D'Orbigny 1821. Annal. des Scienc. Nat. pag. 275 N. 43.
Discorbis pulchellus Macgillivray. 1842. Moll. Anim. Aber. pag. 316.
Rotalina Beccarii Williamson. 1858. Rec. Foram. of Great. Brit. pag. 48–50. Plat. IV, fig. 90. 92.

Giovanni Bianchi da Rimini ci descrisse e delineò nel 1739 questa specie sotto il nome di *Cornu Hammonis*, che fu otto anni prima di lui rinvenuta nelle arene gialle di Felsina dal distintissimo medico Giacomo Bartolomeo Beccari. In una memoria pubblicò le sue ricerche (1) che Ferdinando Basso confermò nel suo scritto « *De quibusdam exiguis madreporis agri Bononiensis* (2). Tre anni dopo Nicola Gualtieri medico collegiale in Firenze nel suo » *Index testarum, conchyliorum*, etc. *Florentiae* 1742. oltre le figure egregiamente disegnate, ci dette la sezione della medesima alla fig. I, e tracciò il primo passo importante per lo studio delle interne forme della piccola conchiglia. Ed ecco aperta la via da Gualtieri in Italia (per quanto io sappia) all'esame delle differenze strutturali, sulle quali dai moderni venne fondato il carattere differenziale fra i diversi tipi dei *Foraminiferi*. Giova riportare le stesse sue parole. « Fig. H. *Ammonia mi-* » *nima, et proportionata unita*, etc. Fig. I. *Ejusdem interna structura,* » *in qua quadraginta circiter thalami apparent cum suo siphunculo R* » *versus internam partem posito, etc.* » Da ciò si vede chiaro come in Italia fossero stati bene iniziati questi studi, che seguiti poi con tanta accuratezza da Soldani, non ebbero dopo di lui per circa mezzo secolo altri seguaci in Italia.

La piccola conchiglia è trocoide convessa alla parte superiore, più piatta inferiormente, composta da più convoluzioni gradatamente crescenti, delle quali la periferica è costituita da nove a dodici, ed anche più convessi segmenti, separati da depresse linee settali convergenti a guisa di scanalature ad angolo acuto nel margine ombellicale della superficie inferiore, resa alquanto irregolare da incrostazioni calcari, particolarmente nel centro ombellicale. Alla superficie superiore i segmenti sono più depressi, specialmente nella convoluzione centrale con linee settali ben marcate. Il margine periferico della conchiglietta come lobulato. Ombellico approfondato per lo più nella superficie inferiore. Piano settale obbliquamente piriforme; apertura settale in prossimità della precedente convoluzione, piccola, posta in basso del margine periferico. Tessitura semi-ialina cosparsa di minutissimi forami, colore bianco-giallastro.

Anche questa specie offre delle variazioni morfologiche, ma tutte riferibili al tipo da cui discendono. Ho riprodotte le figure di queste varia-

(1) Beccarius. De arena quadam Bononiensi 1731.

(2) Terrigi. I Rizopodi fossili, etc. 1876. Bollet. della Soc. Geogr. Ital. Vol. XII. Fas. 10—12. pag. 667.

zioni per i relativi confronti. Lo stesso D'Orbigny nei suoi Modèles N.° 74, 75. prese per illustrazione di questa specie due individui estremi, in luogo di un esemplare di mezzo con caratteri generali bene sviluppati. Il suo Modèl N.° 74 rappresenta un tenue membro della specie con poca spessezza della conchiglietta, e granulazione della superficie inferiore, e lo dette come tipo della *R. Beccarii*. La forma di maggior spessore, di tessitura più robusta, più granulata, e con umbone più deciso la chiamò *R. corallinarum*. Un'altra forma più piatta, più complanata, communissima nell'Adriatico, e che ritrasse da una figura di Soldani la chiamò *R. ammoniformis*.

Ora per le forme rinvenute nel M. Vaticano la fig.ª 62 rappresenta la tipica *R. Beccarii*. Le fig.re 63, 64. differiscono dalla prima per essere più piatte nella faccia superiore, e si avvicinano alla forma della *R. ammoniformis*. L'avere poi un ombellico, ed una camera centrale più o meno spaziosa, ciò è referibile ad anomalia di sviluppo. Le fig. 65, 66 rappresentano la prima un giovane e delicato individuo, elegante per le sue camere vessicolari, per la sua regolare spira, e più prossima alla tipica *R. Beccarii*. La seconda appartiene ad un mostruoso e mal sviluppato individo.

Grandezza naturale nel senso del diametro.

Fig.	62.	1,mm 50.	Ingrandita	50	diametri
»	63.	0,mm 80.	»	»	id.
»	64.	0,mm 80.	»	»	id.
»	65.	0,mm 40.	»	»	id.
»	66.	0,mm 40.	»	»	id.

Molto commune nelle sabbie Vaticane.

ROTALIA Beccarii Linnaei. Varietas inflata Seguenza. Tav. IV, fig. 67.
Rosalina inflata Seguenza. 1862. Prime ricerche intorno ai Rizopodi fossili etc. di Catania pag. 22. Tav. I. fig. 6. 6a. 6b. 6c.

Questa forma, benchè rotondata e così rigonfiata, a me sembra che non si discosti per i caratteri specifici della *R. Beccarii*, per la ragione che il suo rigonfiamento non costituisce da se solo un vero carattere differenziale, ma bensì quello di una varietà. Per la sua conformazione è riferibile a quella descritta e figurata dal Prof. Seguenza come specie, e molto affine come

dice lo stesso Seguenza alla *R. Amaliae,* e *R. radiata* del Costa (1). A me sembra siano la stessa varietà, di sviluppo alquanto mostruoso. La conchiglietta è orbicolare ambiconvessa levigata nella superficie superiore, scabra con incrostazioni nell' inferiore, più numerose e grossolane nella incavatura ombellicale. Apertura piccola posta in vicinanza della precedente convoluzione, nel mezzo di un piano arcuato dell'ultima camera. È di colore giallo-ocraceo, di tessitura semi-ialina.

Grandezza naturale

Nel senso del maggior diametro 0. 54.
In quello della spessezza 0. 33.

La figura è ingrandita 80 diametri.
Rara nelle sabbie Vaticane.

ROTALIA Soldanii D'Orbigny Tav. IV, fig. 68.
Nautilus. Soldani 1780. Saggio oritt. pag. 100. Tab. VII, fig. XX. YY.
» Melo spiralis. Soldani 1789. Testac. ac Zooph. Vol. I. pag. 59. Tab. XLVI. fig. rr. ss.
» » Idem. Ibid. Tom. II. App. Tab. VII, fig. XX. YY.
Gyroidina Soldanii D' Orbigny. 1826. Annal. des Scien. Natur. pag. 278. N.° 5.
Rotalina Soldanii D'Orb. 1846. Foram. de Vienne, pag. 155. Tab. VIII. fig. 10. 12.
» » Costa 1854–56. Paleon. del R. di Napoli. Parte II. pag. 238.
» » Seguenza. 1862. Prime ricerche intor. ai Rizop. foss. di Catania pag. 18.

Ha forme regolari, ed offre lievi anomalie di sviluppo. Più convessa da un lato con ampio ed incavato ombelico, quasi piana dall'altro, ove appare l'andamento spirale delle camere, ed i loro setti, che convergono ad angolo acuto nel bordo ombellicale del lato convesso. È bianca, levigata nè si scorge abbia sofferto dalla lunga fossilizzazione.

(1) Costa 1854—56. Paleont. del R. di Napoli. Part. II. pag. 258—59 Tav. XXI fig. 12. A. B. C. fig. 13 A. B. C.

Grandezza naturale.

Nel senso del diametro 0,^{mm} 30.
In quello della spessezza 0,^{mm} 20.

La figura è ingrandita 50 diametri.
Meno commune della *R. Beccarii* è rappresentata da pochi esemplari.

Genere SIPHONINA Reuss.

SIPHONINA fimbriata Reuss. Tav. IV. fig. 69.
Rotalina reticulata Czjžek 1847. Beitrag zur Kennt. der foss. Foram. des Wiener Beckens. seit. 9–10. Taf. XIII. fig. 7-9.
Siphonina fimbriata Reuss 1849. Neue. Foram. aus den Schich. des öster. Tertiär beckens. seit. 8. Taf. II. fig. 6.
» » Costa, 1854–56. Paleont. del R. di Napoli. pag. 227. Tav. XXVII, fig. 22. A. B. C.
» » Id. 1855. Foram. foss. della marna blù del Vaticano. pag. 10–11.

Il Prof. Costa nella sua Paleontologia del R. di Napoli, e nella piccola Memoria dei *Foraminiferi* fossili della marna Vaticana, dice di avere per la prima volta discoperta la *Siphonina* nella detta marna, ed in quella di Notaresco, ne dà la descrizione, e solo riprodusse la figura nella sua Paleontologia.

Il Czjžek fu il primo a descriverla col nome di *Rotalina reticulata*. In seguito venna tolta da Reuss dal gruppo delle *Rotalinae*, ed avuto riguardo al suo carattere speciale che la distingueva dalle suddette, cioè per la sua apertura « *in siphunculum depressum producta* » come esso si esprime, ne formò il genere *Siphonina*.

Questa rinvenuta nelle sabbie Vaticane, abbenchè un poco avariata dalla fossilizzazione, è perfettamente simile alla forma descritta dai suddetti autori. È subcircolare, ambiconvessa, formata da spirali concamerazioni, frangiate e carenate al bordo periferico; di cui l'ultima più rigonfia delle altre termina graziosamente in forma d' imbuto con sottile labbro. Le linee settali più marcate da un lato, che dall'altro. È bianca, opaca alquanto logorata del lato in cui i segmenti sono più frangiati.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro 0^{mm}, 55

La figura è ingrandita 60 diametri.
Piuttosto rara nelle sabbie Vaticane.

Genere TINOPORUS Montfort.

Tipo Tinoporus vesicularis Parker et Jones.

TINOPORUS lucidus Brady Tav. IV. fig. 70.
Tinoporus lucidus Brady. In Wright. 1877. Rec. Foram of. Down and Antrim. pag. 105. Pl. IV. fig. 4. 5.

Si rinviene molto frequentemente in frammenti aderenti spesso a gambi di *Polizoi* negli antichi depositi, e vivente nelle acque del fondo dei mari attuali. È costituita questa specie da concamerazioni disposte senza ordine spirale, vessicolari irregolari, cosparse nei loro esterni segmenti da molti pori, o fori. Ha un aspetto lucente, levigato nella superficie superiore, scabro nella inferiore.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro $0,^{mm}$ 40.

La figura è ingrandita 80 diametri.
Rarissima nelle sabbie Vaticane.

3ª Famiglia Nummulinidi

Genere POLYSTOMELLA Lamarck.

Tipo Polystomella crispa Linnaei.

POLYSTOMELLA crispa Linnaei Tav. IV. fig. 71–72.
Cornu Hammonis orbiculatum. Plancus 1739. De Conchis minus notis. Cap. III. pag. 10. Tab. I. fig. D. E. F.
Nautilus minimus striatus Gualtieri. 1742 Index Test. Conchy Tab. 19, fig. A. D.
» » Ginnani 1757. Mare Adriatico. Tab. XIV fig. 112.

Cornu Hammonis orbiculatum. Plancus 1760. Edit. Romae pag. 10. Tab. I. fig. 1.
Ledermüller 1764. Micros. Tab. VIII. Fig. 6.

Nautilus crispus. Linnaeus. 1767. Syst Nat. edit. 12ª pag. 1162. Sp. 265.
Martini 1769. Conch. cab. 3. pag. 248. Tab. XX. fig. 172–173.

Nautilius striati vulgatissimi subflavii Soldani 1780. Saggio oritt. pag. 100 Tab. II. fig. 17 Y? Z.

Nautilus spiralis geniculis crenatis. Valker 1784. Test. Min. Rar. pag. 18. Tab. III, fig. 65.

» crispus. Adams. 1787. Micros. pag. 640. Tab. XIV. fig. 30.

» » Gmelin 1789 Syst. Nat. pag. 3370, N. 3.

» striatus communis. Soldani. 1789. Testac. Tom. I. pag. 54. Tab. XXXIV fig. G. H. I.

» crispus. Fichtel et Moll. 1803. pag. 40. Tab. 4. fig. d. e. f. Tab. 5 fig. a. b.

» » Montagu 1803. Test. Brit. pag. 187. Suppl. 1808. Tab XVIII fig. 5.

Themeon rigatus. Montfort. 1808 pag. 202. genre 51.

Polystomella crispa. Lamarck 1822. Anim. sans. verteb. VII. pag. 625.

Vorticialis crispa. Blainville 1825. Malac. pag. 375.

Polystomella crispa. D' Orbigny 1826 Tableau etc. pag. 117. N. 1.

» » Risso 1826. Eur. Mer. Tom. IV. pag. 20 N. 47.

» » Deshayes 1832. Ency. méthod. pag. 808. Tab. III N.º 1.

» » Poïtiez et Michaud. 1838. Gal. des Moll. Tom. I. pag. 36.

» » Williamson 1838. Trans. Micros. Soc. Lond. Vol. II, pag. 159.

» » Michelotti 1841. Saggio Stor. pag. 35. N. 1.

» » Brown 1843. Foss. Conch. pag. 22. Pl. 2. Fig. 15.

» » D'Orbigny. 1846. Foram. de Vienne pag. 125 Tab. VI, fig. 9-14.
» » Michelotti 1847. Foss. miocen. pag. 18.
» » Costa 1854-56. Paleont. del R. di Napoli par. 2ª pag. 215. Tav. XIV fig. 11.
» salentina Id. pag. 222. Tav. XIX fig. 12.
» spinulosa Id. Ibid. fig. 17.
» striolata Id. Ibid. fig. 15, 18.
» crispa. Williamson 1858. Rec. Foram. of Great. Brit. pag. 40. Pl. III. fig. 78-80.
» » Seguenza 1862. Prime ricer. int. ai Rizop. Foss. delle arg. pleistoce. di Catania pag. 16.

È costituita questa specie da una conchiglietta equilaterale lenticolare spirale, e molto finamente forata. I segmenti esterni più o meno numerosi sono ristretti, arcuati, flessuosi, ed anteriormente coi loro bordi prominenti piani formano una più o meno rilevata linea settale. La parte centrale di essi ed il bordo posteriore più depresso, è traversato da alternati e numerosi rilievi ed incavature più pronunziate presso la loro riunione con l'antecedente segmento. Orifici settali numerosi disposti in una linea, che scorre vicino alla superficie dell'antecedente convoluzione; e così formano due serie laterali terminanti ad angolo acuto sul bordo periferico, che per lo più è sottile ed angolare-ottuso, e qualche volta acutamente carenato. Ombelico variabile in grandezza ed aspetto, spesso piano, oppure leggermente depresso, cogli orifici dei profondi canali verticali.

Le figure da me disegnate rappresentano degli esemplari a differente età. La fig. 71 dimostra una adulta *Polystomella* di forma regolare e tipica. La fig.ª 72, altra più giovane e delicata. Generalmente sono di colore biancastro levigate, altre più o meno giallognole.

Grandezza naturale.

Fig. 71. Nel senso del diametro 0,mm 80.
In quello della spessezza 0,mm 40.

La figura è ingrandita 50 diametri.

Fig. 72. Nel senso del diametro 0,mm 40

La figura è ingrandita 80 diametri.

Alcuni esemplari sorpassano un millimetro in grandezza, ma sono alterati nella superficie. È una specie piuttosto abbondante nelle sabbie Vaticane.

POLYSTOMELLA striato-punctata. Fichtel, et Moll. Tav. IV fig. 73. 74.
Nautili striati vulgatissimi subflavii Soldani 1780. Saggio orittog. pag. 100 Tab. II. fig. 17. Y.
Nautilus spiralis umbilicatus geniculis sulcatis Walker 1784. Test. Min. rar. pag. 19. Tab. III. fig. 69.
Nautili striati Soldani 1789 Testac. Vol. I. Par. I. pag. 54. Tab. XXXIV. fig. e. e.
Nautilus striato-punctatus. Fichtel et Moll. 1803. Testac. micros. pag. 61. Tab. 9. fig. h. i. k.
» umbilicatus Montagu. 1803 Test. Brit. pag. 191. 1808. Suppl. pag. 78, Tab. XVIII fig. 1.
Robulina sulcata d'Orbigny. 1826. Annal. Scien. Nat. pag. 209. N. 10.
Nautilus umbilicatus Fleming. 1828. Brit. Anim. pag. 228.
Polystomella Poeyana? D'Orbigny 1839 Foram. de Cuba. pag. 55 Tab. VI Fig. 23–26.
» umbilicatula Macgillivray 1843. Moll. Aberd. pag. 317.
» nautilina. Ibib. pag. 317.
» » Thorpe. 1844 Brit. Mar. Conch. pag. 247.
» exoleta. Costa 1854-56. Paleont del R. di Napoli. Par. 2ª Tav. XIX fig. 10 A. B.
» equivoca Ibid. pag. 225 Tav. XIX fig. 11. A. B.
» gibba. n. sp. Schultze 1854. Uber den Org. der Polythal. Taf. VI fig. 1–4.
» (Geoponus Ehrb.) stella borealis. Ibid. Taf. VI fig. 5–6.
» venusta. Ibid. Taf. VI fig. 7–9.
» umbilicatula Williamson 1854 Rec. Foram. of Great Brit. pag. 42. Pl. III fig. 81. 82.
» » var. incerta Ibid. pag. 44. Pl. III. fig. 82 a.

La presente specie è costituita da una conchiglietta poco compressa lateralmente, orbicolare, di tessitura ialina lucente, più rimarchevole sui segmenti, che nelle linee settali. Segmenti varianti in numero, convessi, e raramente depressi, accidentalmente flessuosi, piani anteriormente, con alternati rilievi e depressioni posteriormente. Margine periferico più o meno lobulato. Linee settali depresse, fori settali numerosi, disposti in ordine arcuato addossati alla precedente convoluzione. Ombelico raramente depresso e forato.

Le figure rappresentano due esemplari, i quali offrono lievi differenze fra loro, ma non tali a mio credere per non farli appartenere alla stessa specie. In vero se la fig. 73 rappresenta una conchiglietta più rigonfiata con aperture settali più pronunziate, e la fig.ª 74 altra più compressa colle stesse aperture più minute, e con segmenti più tumidi, tuttociò si deve a quelle variazioni morfologiche, tanto communi in questi minimi organismi.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro.

Fig, 73. 0,mm 35. Ingrandita 60 diametri

Fig. 74. 0,mm 56. Id. 50 »

Rara nelle sabbie Vaticane.

Genere NONIONINA D'Orbigny.

NONIONINA asterizans. Fichtel et Moll. Tav. IV fig. 78.

Nautilus *lenticula*? Soldani 1789. Testac. Tom. I Pars. I. pag. 66. Tab. LX fig. B?

» asterizans. Fichtel et Moll 1803. Testac. micros. pag. 37. Tab. 3. fig. e. f. g. h.

Nonionina attenuata Costa 1854-56 Paleont. del R. di Napoli Part. 2ª pag. 206. Tav. XVII fig. 10. A. B.

» nautiloidea? Ibid. Tab. XX fig. 1. A. B.

La conchiglietta è suborbicolare alquanto compressa. Segmenti varianti in numero, un poco tumidetti, decrescenti in grossezza. Linee settali incavate arcuate, e flessuose sul bordo periferico, che ordinariamente è acuto, spesso carenato. Ombelico infossato, munito spesso di protuberanze lanceolate e raggianti circolarmente dall'ombelico, dal quale carattere Fichtel e Moll trassero il nome della specie. Orificio posto nel piano settale ampio arcuato, di fronte all'antecedente convoluzione. È di tessitura delicata semi-ialina, levigata, di colore bianco-giallastro.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro 0,mm 50.

La figura è ingrandita 50 diametri.

Non rara nelle sabbie Vaticane.

NONIONINA depressula Walker et Jacob. Tav. IV fig. 77.

Nautilus crassus utrinque umbilicatus geniculis lineatis. Walker 1784 Test. min. rar. pag. 20. fig. 70.

Nautilites? Soldani. 1789. Testac. Tom. I Par. I. pag. 66. Tab. LX fig. A?

Nautilus crassulus Montagu 1803. Test. Brit. pag. 191. 1808 Suppl. pag. 79 Tab. XVIII fig. 2.

Nonionina crassula D'Orbigny 1826 Tabl. Méth. pag. 294.

Polystomella depressula Macgillivray 1843. Moll. Anim. Aberd pag. 241.

Nonionina punctatula Costa 1854-56. Paleont. del R. di Napoli Par. 2ª Tav. XIX fig. A. B.

» umbilicatula. Williamson. 1858. Rec. Foram. of. Great. Brit. pag. 33 Pl. III. fig. 70. 71.

È di forma compressa a segmenti rigonfiati, non estesi col loro bordo ombellicale acuto al centro della regione ombellicale, e che in ciascun lato della conchiglietta lasciano una piccola depressione ombellicale. Margine periferico spesso rotondato lobulato. Linee settali depresse di frequente sottilmente scavate vicino all'ombelico, mostrando così una linea oscura orlata. Orificio settale trasversalmente oblungo presso la periferia della precedente convoluzione. Tessitura sub-ialina, traslucida, delicatamente ispida, colore biancastro.

Grandezza naturale

Nel senso del diamelro 0mm 40.

La figura è ingrandita 50 diametri.

Non rara nelle sabbie Vaticane.

NONIONINA communis D'Orbigny Tav. IV. fig. 75, 76.

Hammoniae subrotundae? Soldani 1789. Testac. Tom. I. Par. I. pag. 61. Tab. XLIX fig. X?

Nonionina communis D'Orbigny 1826 Ann. Scien. Nat. Vol. VII pag. 294. N.° 20.

» » D'Orb. 1846 Foram. de Vienne pag. 106. Tab. V. fig. 7-9.

La conchiglietta offre una forma quasi ovale, ma allungata e compressa. Segmenti piani ristretti, che raggiungono il centro ombellicale formato da

leggerissima depressione. Linee settali raggianti dall'ombelico, non arcuate, nè flessuose, ma pressochè rette, che raggiungono il bordo periferico ottusamente angoloso; eccettuata l'estremità superiore dell'ultima concamerazione che è più acuta. Apertura settale semilunare dicontro alla precedente convoluzione. La conchiglietta è levigata, lucida, biancastra.

Dei due esemplari disegnati nella tavola V. la fig. 75 ne rappresenta uno rotto di sviluppo irregolare, alquanto mostruoso, e forse invecchiato; la fig. 76 altro più giovane di forma più regolare.

Grandezza naturale

Nel senso del diametro

Fig. 75. 0,^{mm} 55 Ingrandita 80 diametri
» 76. 0,^{mm} 45 Id. Id.

Rarissima nelle sabbie Vaticane.

Ho descritto ogni cosa che fu rinvenuta nelle sabbie Vaticane. Ho procurato, per quanto dipendeva da me, di non trascurare lo studio delle singole forme, e di istituire i confronti colle figure tipiche dei migliori autori.

Comprendo che è un lavoro povero, elaborato per sola buona volontà di offrire un debole contributo alla scienza, e mancante di quella vera impronta scientifica, che solo può fare una mente consumata allo studio degli esseri microscopici, e corredata di un grande patrimonio scientifico, perchè possa partorire un lavoro serio e perfetto, per essere apprezzato.

Ho fatto quanto ho potuto, nè poteva al certo sperare di più dalle mie debole forze intellettuali; per conseguenza questo mio lavoro agli occhi dei veri scienziati presenterà ammende da fare, e pur troppo degli errori da correggere. Mi lusingo che venga compatito in ciò, ed in particolare se abbia errato nella diagnosi delle specie; per la quale benchè abbia molto meditato, ciò non pertanto un valore dato ad alcuni caratteri, ha potuto farmi deviare dalla retta strada.

Quando più maturi studi, e prolungata esperienza mi avrà reso più famigliare questo studio; è ben naturale che allora con occhio più esercitato vedrò i miei errori, nè sarò restio a correggerli, come sarò gratissimo a tutti coloro, che gentilmente mi indicheranno le ammende da fare.

Non è certamente nuovo alla scienza quanto ho descritto e figurato. Mi è sembrato però non indifferente riprodurre queste forme locali non solo per i confronti con quelle delle altre località, ma perchè come già mi sono espresso di sopra, altri più competente di me, possa da tali confronti istituire deduzioni più utili delle mie per la scienza.

COMUNICAZIONI

Lanzi, Dott. Matteo – *Sull'uso di stabilire nuove specie di funghi.*

Il Dottor Matteo Lanzi parlò dell'uso da alcuni micologisti da poco tempo introdotto nella scienza, di stabilire cioè nuove specie di funghi, desumendone i caratteri dalla forma e dalle dimensioni delle cellule, che ne costituiscono il micelio ed il tessuto, che presta appoggio agli organi di fruttificazione. Osservò che, sebbene il Fries abbia dimostrato che in alcuni funghi imenini la trama dell'imenoforo presenti con costanza diversità di forme nelle cellule che lo compongono, quali ad esempio sono i generi *Agaricus*, *Russula*, *Lactarius* tanto affini fra loro; tuttavia il volere prendere argomento per creare nuove specie da ogni variazione morfologica delle cellule che ne compongono il micelio, da ogni disposizione diversa delle maglie di quella specie di rete, che esso forma ne' funghi di una organizzazione molto più semplice; non può indurre ad altro che a mettere in campo specie reputate nuove, le quali restano per così dire di assoluta proprietà del loro inventore, senza venire in seguito accettate da altri. Dimostrò come tali variazioni siano dovute quasi sempre a semplici differenze di sviluppo, dipendenti o dalla diversità del substrato, sul quale presero nascimento, o dalle circostanze che accompagnarono le fasi di evoluzione vegetativa dei singoli individui. Ad evitare adunque maggiori confusioni nella scienza propugnò la idea già messa in campo dal Fries e dalla maggiore e più assennata parte dei micologisti, quale è quella di attenersi al colore non solo, ma alle forme eziandio ed alle dimensioni delle spore semplici o composte; e sostenne con osservazioni e con prove di fatto, come attenendosi a siffatta guida, senza punto trascurare altri caratteri, si possa giungere, ne' casi in cui sorgano dubbiezze, a diagnosticare funghi già conosciuti o nuovi, abbenchè riferibili ad uno qualunque dei generi più vasti e più ricchi di specie.

De Rossi, Prof. M. S. – *Nevate straordinarie in Roma.*

Il prof. Michele Stefano de Rossi lodando il progetto proposto dal ch. p. Lais, d'una compilazione di quadri statistici di fenomeni meteorici antichi di Roma e contorni ricavati dalle sparse memorie massime manoscritte pei diarii meteorologici, osservò aver egli già da molto tempo preparato materiali per tale lavoro nella generale statistica cronologica dei fenomeni modificatori lo stato geologico del globo, e che perciò volentieri pone a disposizione del ch. p. Lais. Aggiunse poi due notizie nuove testè rinve-

nute, le quali interessano in pari tempo il proposto tema de' fenomeni meteorici di Roma, e la ricerca storica degli inverni paragonabili al rigidissimo corrente. Appunto fra le carte del Galletti citate dal ch. p. Lais, nei fasci di schede volanti che provengono dall'archivio di casa Incoronati, e che ora il fratello del riferente G. B. de Rossi viene ordinando, trovasi una delle due memorie. Essa spetta all'anno 1595 e ricorda come in quell'anno nevicò in Roma ai 21 decembre rimanendo la neve quasi per tutto il gennaio e tornò a nevicare fortemente pure in Roma ai 25 di marzo, caricandosene eccessivamente le vicine montagne; sicchè il freddo ed i geli durarono fino al 5 maggio. Una simile memoria di straordinaria neve in Roma è testè venuta in luce nel ragionamento pubblicato in Firenze dall'Ademollo sopra Giacinto Gigli ed i suoi Diari. In questo Diario il Gigli narra di se stesso che nacque ai 23 novembre del 1594 mentre nevicava fortissimamente a 16 ore e che fu battezzato ai 27 novembre nevicando ancora con freddo assai straordinario; per la quale cosa fu fatto epigramma sul nome impostogli di Giacinto quasi fosse nato di *ghiaccio cinto*.

Boncompagni D. Baldassarre. – *Presentazione del seguito di una memoria del ch. P. T. Pepin.*

D. B. Boncompagni presentò a nome del socio corrispondente straniero P. T. Pepin il seguito di una memoria di questi, intitolata: *Sur la composition des formes quadratiques*, che atteso il ritardo della pubblicazione degli Atti accademici, venne essa inserita nell'antecedente fascicolo.

De Rossi, Prof. M. S. – *Presentazione di un opuscolo del ch. Prof. D. I. Galli.*

Il prof. Michele Stefano de Rossi, presentò a nome del socio corrispondente Sig. prof. D. Ignazio Galli un opuscolo del medesimo intitolato « *Nuovo sismografo*, inventato e descritto dal prof. D. Ignazio Galli. »

COMUNICAZIONI DEL SEGRETARIO

I. Il Segretario partecipò all'Accademia una graziosa offerta fatta dalla signora contessa Enrichetta Fiorini. La quale, come erede della compianta nostra socia Elisabetta Fiorini Mazzanti, dona alla biblioteca accademica la numerosa e preziosa corrispondenza scientifica, che l'illustre botanica ebbe da tutti i principali scienziati suoi contemporanei, fra i quali si annoverano ancora i famosi letterati Vincenzo Monti, Giulio Perticari e Giacomo Leo-

pardi. L'Accademia accolse colla più alta soddisfazione tanto opportuno pensiero; e ne espresse la più viva gratitudine alla gentile donatrice.

2. Proposta di cambio cogli Atti Accademici fatta dalla direzione degli Annali degli Avvocati di s. Pietro: questa proposta non poté essere accettata, non contenendo quel pregiato periodico meterie di scienze fisiche e matematiche.

3. Comunicazione di una circolare inviata dal ch. Monsignore Tripepi, nella quale è annunziato che il giorno 7 Marzo, festa di S. Tommaso d'Aquino, saranno ricevuti in solenne udienza dalla Santità di N. S. le Accademie e i corpi tutti scientifici; invitando la nostra Accademia a prendervi parte. Cotesto invito venne con lieto animo accettato da tutti i presenti, ed il Segretario fu incaricato di trasmettere al prelodato Monsignore Tripepi l'adesione generica dell'Accademia, con la nota dei soci che desideravano di prendervi parte.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Soci Ordinari. – Sig. Comm. A. Cialdi, Presidente – Conte Ab. F. Castracane – P. G. Foglini – Prof. M. Azzarelli – Dott. D. Colapietro – Cav. P. Sabatucci – Cav. F. Guidi – P. G. Lais – Dott. M. Lanzi – D. B. Boncompagni – Comm. C. Descemet – Prof. A. Statuti – P. G. S. Ferrari – P. F. S. Provenzali – Prof. V. De Rossi–Re – Prof. M. S. De Rossi, Segretario.

Soci Onorari. – Prof. Can. D. E. Fabiani.

Soci Aggiunti. – Prof. O. Persiani.

La sessione fu legalmente aperta alle ore 3 pom. e chiusa alle 5 pom.

1. *Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze Lettere ed arti, ecc.* — Tomo quinto, Serie quinta — Dispensa Decima — Venezia, Tip. di G. Antonelli, 1878–79. In 8.°
2. BIERENS DE HAAN (D.) — *Feest-Gave van het Wiskundig Genootscap te Amsterdam, ecc.*, Haarlem, ecc., 1879. In 4°.
3. *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche pubblicato da B. Boncompagni, ecc.* — Tomo XII, — Aprile, Maggio, Giugno, Luglio, Agosto, Settembre, 1879. — Roma, ecc. 1879. In 4.°
4. *Bullettino Meteorologico dell'Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri, ecc.*,
5. DORNA (Alessandro). — *Applicazione dei principii della meccanica analitica, ecc.* Nota V. — Stamperia Reale di Torino 1879. In 8.°
6. GALLI (Prof. Ignazio). — *Nuovo sismografo inventato e descritto dal Prof. Ignazio Galli, ecc.* — Roma, ecc. 1879. In-8.°
7. *La Natura — Direttore Lamberto Cappanera* — Vol. III. — Num. 23 e 24 — 1.° e 16 Dicembre. — In Firenze, ecc. 1879. In 8°.
8. *Mémoires de la société des sciences physiques et Naturelles de Bordeaux.* — 2e Serie. — Tome III. — Paris, ecc., 1879. In 8.°
9. *Monatsbericht der königlich preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin.* — September et October 1878. — Berlin, ecc. 1879. In 8.°
10. *Osservatorio di Moncalieri. — Osservazioni Meteorologiche fatte nelle Stazioni italiane, ecc.* — Sede Centrale Torino — Anno VIII. - Num XI. — Ottobre 1879. In 8.°
11. *Polybiblion. — Revue Bibliographique Universelle — partie Littéraire ecc.* Deuxième Série. — Tome Dixième, — XXVIe de la collection. — Paris ecc. 1879. In 8°.
12. MARRE (M. Aristide). — *Note sur trois règles de Multiplication abrégée extraites du « Talkhys amali al Hissab ».* Paris, ecc. 1879. In 8.°
13. *Rassegna medico statistica della Città di Genova.* — Anno VIII. — N. I.

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE III^a DEL 15 FEBBRARO 1880

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. ALESSANDRO CIALDI

MEMORIE E NOTE

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

INTORNO ALLA VALENZA DELL'AZOTO E DEI SUOI CONGENERI

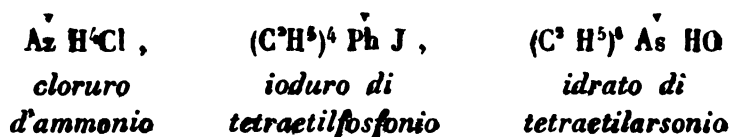
NOTA

DEL P. F. S. PROVENZALI D. C. D. G.

Sebbene tutti i chimici convengano nel considerare l'azoto e i suoi congeneri come trivalenti riguardo ai loro composti più stabili e più numerosi, pure fra i chimici moderni non sono pochi quelli che ammettono nei suddetti corpi la capacità di fare le parti di elementi pentavalenti. Nè può negarsi che accettata siffata ipotesi, molte delle reazioni presentateci dall'azoto, dal fosforo, dall'arsenico e dall'antimonio si concepiscono assai facilmente, e la struttura molecolare dei composti che ne derivano veste un aspetto molto soddisfacente, onde anche io nel mio Trattato di chimica moderna me ne valsi come di una ipotesi utile ad agevolarne lo studio. Ma questi vantaggi perdono in gran parte il loro prestigio se si considera che i fatti su cui si appoggia la predetta ipotesi nè sono tali da escludere ogni altra interpretazione, nè valgono a rimuovere le difficoltà che s'incontrano ammettendo negli atomi una valenza variabile colla natura degli elementi coi quali entrano in combinazione.

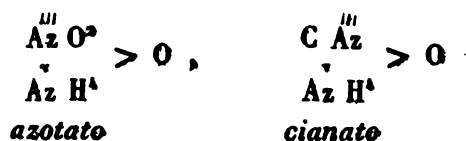
Fra i composti che si arrecano a favore della pentavalenza dell'azoto e suoi congeneri una gran parte appartiene a quella classe di corpi nei quali

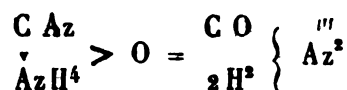
si crede esistere l'ammonio, o alcuno de'suoi derivati quaternari: come per esempio

$\overset{v}{Az} H^4 Cl$,	$(C^2H^5)^4 \overset{v}{Ph} J$,	$(C^2 H^5)^4 \overset{v}{As} HO$
cloruro d'ammonio	*ioduro di tetraetilfosfonio*	*idrato di tetraetilarsonio*

Se l'esistenza dell'ammonio fosse dimostrata non v'ha dubbio che l'azoto e suoi congeneri in questi e simili composti farebbero l'ufficio di radicali pentavalenti. Ma il fatto è che l'ammonio non fu mai isolato, e il così detto amalgama d'ammonio, per la prima volta ottenuto da Berzelius mediante l'elettrolisi dell'ammoniaca o del suo cloroidrato, è un corpo tanto instabile che tutti gli artifizi adoperati per conservarlo e scoprirne la struttura riuscirono a vuoto. Anche al tempo di Berzelius non mancarono dei chimici che dopo averlo studiato accuratamente conchiusero con Gay-Lussac e Thénard, il suddetto amalgama altro non essere che una precaria unione di ammoniaca, idrogeno e mercurio. Ora poi che si conoscono le leghe dell'idrogeno col palladio col ferro e con altri metalli, la probabilità di un amalgama d'idrogeno capace di sciogliere e solidificare il gas ammoniaco ha acquistato maggior peso. Ma oltre l'ipotetica esistenza dell'ammonio, alla indicata struttura dei composti che da esso s'intendono derivare si oppone anche il fatto che l'azoto e i suoi congeneri nelle combinazioni binarie non mai si uniscono a più di tre atomi d'idrogeno. E non è certo cosa facile a concepirsi come avvenga che corpi saturi d'idrogeno possano unirsi ad altro idrogeno nell'atto e in forza dell'atto stesso che esercitano la loro azione sul cloro, sullo iodio o sull'ossidrilo che in ordine alla capacità di saturazione equivalgono all'idrogeno.

Trattandosi poi di quei sali ammoniacali che derivano da un acido contenente l'azoto, come l'azotato, il cianato, ecc. la supposta struttura di detti sali porta seco anche la necessità di attribuire agli atomi d'azoto delle diverse valenze in una stessa molecola

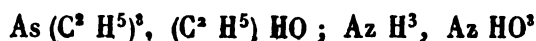
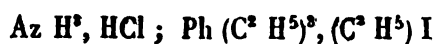
$$\left.\begin{matrix}\overset{III}{Az}\,O^2\\ \overset{v}{Az}\,H^4\end{matrix}\right> O\ , \qquad \left.\begin{matrix}C\,\overset{III}{Az}\\ \overset{v}{Az}\,H^4\end{matrix}\right> O$$

azotato — *cianato*

d'onde segue che quando p. e. il cianato per solo traslocamento di atomi prodotto dal calorico si trasforma in urea

$$\left.\begin{matrix} C\,Az \\ \downarrow \\ Az\,H^4 \end{matrix}\right> O = \left.\begin{matrix} C\,O \\ 2\,H^2 \end{matrix}\right\} \overset{'''}{Az^2}$$

un atomo d'azoto da pentavalente passerebbe ad essere trivalente, senza cessare di far parte del medesimo sistema di atomi, cosa che difficilmente si può concepire.

Queste difficoltà si evitano considerando i predetti composti non come combinazioni atomiche in cui l'azoto o un suo congenere faccia funzione di elemento pentavalente, ma come unioni molecolari dell'ammoniaca o di un'ammoniaca composta ovvero sostituita con un acido, con un etere semplice o con un idrato di radicale alcoolico nel modo indicato dalle formole

$$Az\,H^3,\,HCl\;;\;Ph\,(C^2\,H^5)^3,\,(C^2\,H^5)\,I$$

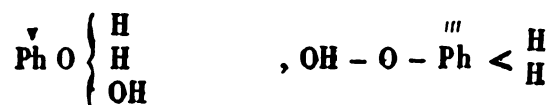
$$As\,(C^2\,H^5)^3,\;(C^2\,H^5)\,HO\;;\;Az\,H^3,\;Az\,HO^3$$

E che tale in realtà possa essere la costituzione di questa classe di composti ce lo persuade il loro modo di comportarsi coi reattivi e col calorico. Vediamo infatti che i sali ammoniacali molto facilmente cedono dell'ammoniaca non solo quando vengono trattati con un alcali fisso o con una terra alcalina, ma anche quando si scaldano le loro soluzioni neutre che nell'atto di evaporare si trasformano in soluzioni acide perdendo dell' ammoniaca. Un somigliante fenomeno ci è offerto dai sali aloidi degli ammoni composti e degli idrati di ammonio quaternari o delle corrispondenti basi fosforate, arseniate ed antimoniate. Ciascheduno di questi composti sottomesso alla distillazione si dissocia in prodotti più semplici fra i quali si trova sempre un ammoniaca composta ovvero una delle suddette basi fosforate, arseniate od antimoniate per lo più isolata, ma qualche volta allo stato di ossido.

Per intendere quanto una siffatta dissociazione sia in disaccordo colla teoria dell'ammonio basterà richiamare alla memoria il notissimo esempio che ce ne porge il sale ammoniaco. Scaldato fino ai 350° questo sale si scinde in ammoniaca ed acido cloridrico, che nel raffreddarsi di nuovo si combinano rigenerando il sale primitivo. Posto dunque che nel sale ammoniaco il cloro e l' idrogeno sieno direttamente uniti all'azoto, bisognerà dire che nel rigenerarsi di questo sale l'acido cloridrico, il quale non si decompone alle più elevate temperature, venga poi al di sotto dei 350° decomposto dall'azoto già saturo d'idrogeno ed avente così debole affinità per il cloro che solo vi si unisce quando ambidue s'incontrano a strato nascente.

ed anche allora il prodotto è tanto instabile che detona colla massima facilità. La decomposizione dell'acido cloridrico per la sola presenza dell'ammoniaca (dicasi lo stesso delle altre simili decomposizioni necessarie ad ammettersi nell'ipotesi della pentavalenza dell'azoto e suoi congeneri) è certamente contraria a quanto si conosce intorno alle mutue affinità dei corpi semplici.

Dall'altra parte molti trovano grandissima difficoltà nell'ammettere che un composto propriamente detto, quale p. e. è il sale ammoniaco, avente proprietà del tutto diverse dai suoi componenti, risulti dall'unione pura e semplice delle molecole d'ammoniaca ed acido cloridrico, che unite come tali sembrano dover mantenere una specie d'individualità e indipendenza per modo da non poter presentare delle proprietà fisiche e chimiche totalmente diverse da quelle che avevano prima dell'unione. Ma si osservi che sebbene le proprietà fisiche e chimiche sieno il più sicuro e generale criterio per distinguere le unioni molecolari dalle combinazioni atomiche, non è però dimostrato che questo criterio sia convertibile: voglio dire che se l'identità delle proprietà del composto e dei componenti non può facilmente conciliarsi colle combinazioni atomiche, ma solo colle unioni molecolari; così anche la diversità delle proprietà sia incompatibile colle unioni molecolari e possa solamente verificarsi riguardo alle combinazioni atomiche. Nella teoria meccanica delle azioni molecolari la differenza fra le combinazioni atomiche e le unioni molecolari si fa consistere in ciò che nelle combinazioni atomiche sono gli atomi che penetrando gli uni nelle atmosfere eteree degli altri formano de' sistemi in cui tutti gli elementi rimangono avvolti in una atmosfera comune ed animati da un movimento comune. Nelle unioni molecolari sono invece le molecole eterogenee che rimanendo avviluppate in una atmosfera comune producono dei gruppi dotati di una forma speciale di movimento. A quel modo pertanto che durante l'equilibrio nei sistemi atomici, il composto non mostra le proprietà dei componenti; così finchè si conserva l'equilibrio nei gruppi molecolari potranno questi manifestare delle proprietà diverse da quelle delle singole molecole che li compongono. Che se una tale divesità non si osserva nelle soluzioni ed in molte altre unioni molecolari, ciò può dipendere dal maggiore volume e dalla minore velocità delle atmosfere che circondano i gruppi molecolari. Siffatte atmosfere non debbono in generale opporre una molto grande resistenza alle forze che tendono a romperne l'equilibrio e così possono facilmente permettere alle molecole eterogenee di tornare ciascuna

al suo stato normale di esistenza, o ciò che vale lo stessò, di mostrare le proprietà che hanno nello stato di libertà. Dalla teoria passando ai fatti tutti sanno che in molte unioni molecolari, come p. e. nei cristalli contenenti dell'acqua di cristallizzazione, il colore, la figura, l'azione sulla luce e le altre proprietà fisiche sono assai diverse da quelle de' sali anidri. E quanto alle proprietà chimiche, sebbene queste nelle unioni certamente molecolari per lo più non si trovino molto alterate, pure in alcune leghe metalliche ed in certi cristalli, quali sono p. e. quelli che si formano nel raffreddarsi delle soluzioni acquose di anidrido solforoso o di cloro, appariscono tanto diverse da quelle dei componenti che alcuni chimici hanno creduto doversi considerare le une e gli altri non altrimenti che vere combinazioni atomiche. Stando dunque anche ai soli fatti rimane sempre da dimostrarsi che non possano esistere delle unioni molecolari neutre, cioè che non presentino le proprietà chimiche delle molecole costituenti.

Gli autori che ammettono la pentavalenza dell'azoto e suoi congeneri, oltre i derivati dell'ammonio, arrecano a loro favore anche molti di quei composti dell'azoto, del fosforo, dell'arsenico e dell'antimonio nei quali entra qualche radicale polivalente. A convincersi che la struttura molecolare di tali composti può intendersi ugualmente bene ed anche meglio senza la detta ipotesi, basta dare un'occhiata alle formole di struttura ammesse tanto da coloro che accettano come da coloro che rifiutano l'ipotesi medesima. Per non dilungarmi di troppo mi limiterò alle sole riguardanti le combinazioni del fosforo coll'ossigeno, tanto più che in esse si possono intendere comprese tutte le altre.

$$\overset{v}{Ph}\,O \left\{ \begin{matrix} H \\ H \\ OH \end{matrix} \right. \qquad , OH - O - \overset{'''}{Ph} < \begin{matrix} H \\ H \end{matrix}$$

ac. ipofosforoso

$$\overset{v}{Ph}\,O \left\{ \begin{matrix} H \\ OH \\ OH \end{matrix} \right. \qquad , OH - O - \overset{'''}{Ph} < \begin{matrix} OH \\ H \end{matrix}$$

ac. fosforoso

$$\overset{v}{Ph}\,O\left\{\begin{matrix}OH\\OH\\OH\end{matrix}\right. \qquad , OH - O - \overset{'''}{Ph} < \begin{matrix}OH\\OH\end{matrix}$$

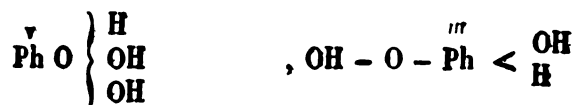
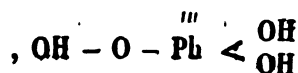
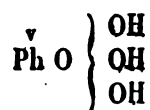
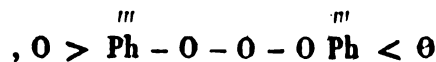
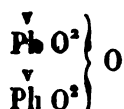
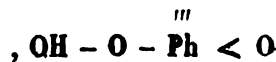
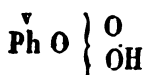
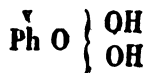
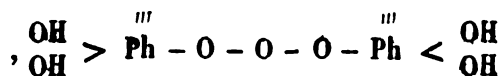
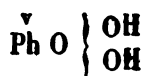
ac. fosforico

$$\left.\begin{matrix}\overset{v}{Ph}\,O^2\\\overset{v}{Ph}\,O^2\end{matrix}\right\}O \qquad , O > \overset{'''}{Ph} - O - O - O\,\overset{'''}{Ph} < O$$

anidrido fosforico

$$\overset{v}{Ph}\,O\left\{\begin{matrix}O\\OH\end{matrix}\right. \qquad , OH - O - \overset{'''}{Ph} < O$$

ac. metafosforico

$$\begin{matrix}\overset{v}{Ph}\,O\left\{\begin{matrix}OH\\OH\end{matrix}\right.\\O\\\overset{v}{Ph}\,O\left\{\begin{matrix}OH\\OH\end{matrix}\right.\end{matrix} \qquad , \begin{matrix}OH\\OH\end{matrix} > \overset{'''}{Ph} - O - O - O - \overset{'''}{Ph} < \begin{matrix}OH\\OH\end{matrix}$$

ac. pirofosforico

La preferenza che sembrano meritare le formole della seconda serie apparisce in modo speciale nella metamorfosi dell'acido fosforico in acido pirofosforico. Questa metamorfosi avviene mediante la fusione di due molecole di acido fosforico che hanno perduto una molecola di acqua. Nell'ipotesi della pentavalenza del fosforo i tre ossidrili dell'acido fosforico essendo per ugual modo uniti al fosforo, non apparisce quale di essi debba prendere parte nella formazione dell'acqua. Laddove nell'ipotesi della trivalenza del fosforo si vede che questa parte deve toccare all'ossidrilo non immediatamente unito al fosforo, e l'atomo d'ossigeno rimasto libero servirà di legame ai residui delle due molecole d'acido fosforico. Nella stessa ipotesi s'intende pure meglio che nell'altra come avvenga che una molecola di anidrido fosforico unendosi a una ovvero a tre molecole di acqua, formi due molecole o di acido metafosforico o d'acido fosforico e viceversa; di maniera che la pentavalenza del fosforo in queste e simili formole deve dirsi per lo meno superflua.

Resta dunque dimostrato che i composti dell'azoto e dei suoi congeneri fosforo , arsenico ed antimonio nei quali entrano due diversi radicali monovalenti o uno polivalente non somministrano delle prove abbastanza concludenti a favore della pentavalenza dei metalloidi medesimi. Ma è cosa notissima che fra gli elementi della famiglia dell'azoto ve ne sono due, il fosforo e l'antimonio, che fanno dei composti anche con cinque atomi di uno stesso corpo monovalente. Di tali composti i meglio conosciuti sono i due percloruri $Ph\,Cl^5$, $Sb\,Cl^5$ e i due perbromuri $Ph\,Br^5$, $Sb\,Br^5$. Posto che i composti $Ph\,H^3$, $Sb\,H^3$ sieno veramente saturi, e non v'è ragione per dubitarne, molti chimici hanno creduto doversi concludere che il fosforo e l'antimonio sono trivalenti rispetto all'idrogeno e pentavalenti rispetto al cloro è al bromo. Ciò sembra essere lo stesso quanto dire che nella capacità di saturazione di questi corpi non v'è nulla di assoluto o in altri termini che la dottrina delle valenze quanto al fosforo, all'antimonio ed agli altri corpi che si comportano nello stesso modo venga quasi a confondersi colla legge dei multipli. Io penso che in cambio di ammettere tale conclusione tornerebbe meglio considerare quei percloruri e perbromuri come unioni molecolari del cloro e del bromo coi corrispondenti protocloruri e protobromuri. Il loro modo di comportarsi coi reagenti chimici e col calorico sembrano piuttosto indicare delle unioni molecolari che delle combinazioni atomiche. Vediamo infatti che quando si tratta p. e. coll'acqua il percloruro di fosforo esso si trasforma in acido cloridrico ed acido fosforico.

$$Ph\,Cl^5 + 4\,H^2\,O = 5\,HCl + Ph\,H^3\,O^4$$

Nelle medesime circostanze il protocloruro di fosforo si trasforma in acido cloridrico ed acido fosforoso.

$$Ph\,Cl^3 + 3\,H^2\,O = 3\,HCl + Ph\,H^3\,O^3,$$

che in presenza dell'acqua e del cloro passa allo stato di acido fosforico

$$Ph\,H^3\,O^3 + H^2\,O + 2\,Cl = 2\,HCl + Ph\,H^3\,O^4\,;$$

dunque una molecola di percloruro di fosforo agisce sull'acqua non altrimenti che una molecola di protocloruro e una di cloro. È vero però che se l'acqua non è in quantità sufficiente a produrre la completa decomposizione del percloruro invece dell'acido fosforico si produce l'ossicloruro $PhCl^3O$

$$Ph\,Cl^5 + H^2\,O = 2\,HCl + Ph\,Cl^3\,O$$

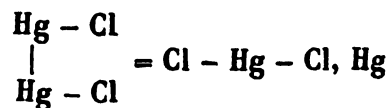
Ma da ciò nulla si può inferire a vantaggio della pentavalenza del fosforo. L'ossicloruro altro non essendo che acido fosforico in cui tre atomi di cloro occupano il posto dei tre ossidrili, come non è necessario supporre il fosforo pentavalente nell'acido fosforico, così neppure lo sarà nell'ossicloruro e nel clorosolfuro che si forma quando nella precedente reazione all'acqua si sostituisce l'acido solfridico. Del resto la facilità con cui due atomi di cloro del percloruro cedono il posto ad un atomo d'ossigeno o di solfo in un gran numero di reazioni è già un indizio che quei due atomi non sono uniti al fosforo nello stesso modo dei tre che rimangono nell'ossicloruro e nel clorosolfuro.

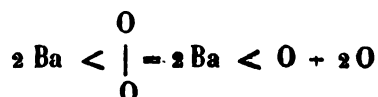
Quanto all'azione del calorico, dalle belle sperienze di Saint-Claire Deville sulle densità anormali dei vapori abbiamo che i suddetti percloruri e perbromuri soffrono per l'azione del calorico una dissociazione del tutto analoga a quella del sale ammoniaco, cioè si sdoppiano nel modo rappresentato dalle equazioni.

$$Ph\,Cl^5 = Ph\,Cl^3 + 2\,Cl$$

$$Sb\,Cl^5 = Sb\,Cl^3 + 2\,Cl$$

ed i protocloruri o protobromuri che ne risultano tornano ad unirsi al cloro e al bromo coll'abbassarsi della temperatura. Ammesso che p. e. ciascuno dei cinque atomi di cloro sia immediatamente unito al fosforo o all'antimonio, si presenta spontaneo il quesito come avvenga che a non molto elevata temperatura due di questi atomi si separino dal fosforo o dall'antimonio, e crescendo poi la forza del calorico gli altri tre ostinatamente resistano alla separazione. Si risponderà che un somigliante fenomeno ci è offerto dal protocloruro di mercurio o calomelano, dal biossido di bario, dal perossido di manganese, dall'anidrido cromico e da non pochi altri composti che tutti i chimici ritengono per vere combinazioni atomiche. Ma si osservi la differenza che passa fra la dissociazione di questi composti e quella dei suddetti percloruri e perbromuri. Nel protocloruro di mercurio $Hg^2\,Cl^2$ i due atomi di cloro non essendo uniti ad uno stesso, ma a due diversi atomi di mercurio, la dissociazione di questo sale non consiste in una semplice e parziale separazione del mercurio dal cloro. Cessato in forza del calorico il vincolo, che univa i due atomi di mercurio, mentre uno di essi si satura di cloro monovalente, l'altro rimane isolato; come chiaramente mostra l'equazione

$$\begin{matrix} Hg - Cl \\ | \\ Hg - Cl \end{matrix} = Cl - Hg - Cl,\ Hg$$

di maniera che la forma d'aggruppamento degli atomi è diversa nel prodotto della dissociazione e nel composto primitivo. Parimenti nel biossido di Bario $Ba\,O^2$ la dissociazione importa qualche cosa di più che una semplice separazione di un atomo d'ossigeno dal bario; imperocchè le due valenze del bario, che nel biossido sono saturate da un atomo d'ossigeno, dopo la dissociazione lo sono da un atomo solo; come rappresenta l'equazione.

$$2\,Ba < \begin{matrix} O \\ | \\ O \end{matrix} = 2\,Ba < O + 2\,O$$

Nel perossido di manganese $Mn\,O^2$ e nell'anidrido cromico $Cr\,O^3$ la differenza è anche più marcata. Ambidue questi composti dopo la dissociazione non restano allo stato di semplici ossidi inferiori; ma perduta che abbiano in forza del calorico una parte del loro ossigeno, il primo si trasforma in ossido rosso di manganese

$$3\,Mn\,O^2 = Mn^3\,O^4 + 2\,O$$

e il secondo in sesquiossido di cromo

$$2\,Cr\,O^3 = Cr^2\,O^3 + 3\,O$$

quanto poi ai composti atomici che in realtà si dissociano alla maniera dei percloruri di fosforo e di antimonio basterà notare che generalmente parlando i prodotti della dissociazione di tali composti o si dissociano anche essi a poco più elevata temperatura o non tornano a riunirsi diminuendo l'azione del calorico. Quindi si vede che la dissociazione dei composti atomici paragonata con quella dei percloruri di fosforo e di antimonio anzi che favorire sembra piuttosto contrariare l'ipotesi che i cinque atomi di cloro sieno tutti nello stesso modo uniti al fosforo o all'antimonio.

In conclusione io credo che non solo per l'azoto e suoi congeneri fosforo, arsenico ed antimonio, ma per tutti gli altri corpi semplici che si combinano all'idrogeno, la capacità di saturazione non debba estendersi al di là dei limiti segnati dall'idrogeno medesimo. L'esistenza delle unioni molecolari è fuori di questione e, finchè non si scopra un criterio per distinguerle con certezza dalle combinazioni atomiche, sarà permesso di comprendere nel loro numero alcuni composti che, avuti in conto di combinazioni atomiche, danno alla dottrina delle valenze l'aspetto di una congerie di fatti sconnessi fra loro e indipendenti da un valore assoluto dell'affinità chimica.

INTORNO ALLA COSTRUZIONE DELLE CURVE INTERCALARI NELLE SUPERFICI RAPPRESENTATE PER LE LORO LINEE DI LIVELLO E DESCRIZIONE DI UN NUOVO TIRACURVE-OPISOMETRO.

NOTA

DEL PROF. VINCENZO DE ROSSI RE

È risaputo come i metodi della planaltimetria siano fecondi d'importantissimi risultamenti quando si applichino alla rappresentazione delle superfici irregolari, ed in ispecie alle superfici topografiche; dacchè rappresentate queste con un numero sufficiente delle loro linee di livello, la risoluzione della maggior parte dei problemi relativi al terreno ne viene per lo più agevolata in modo, che mai potrebbe ottenersi con gli altri metodi. Siccome però tal rappresentazione dipende essenzialmente dalle operazioni topografiche precedentemente eseguite sopra il terreno, non è infrequente il caso che nella risoluzione dei problemi prattici si debba tener conto di uno o più punti dei quali la quota di altezza non è notata sul disegno; come anche assai spesso si presenta la necessità di costruire tratti di curve intercalari a quelle già disegnate. In questi casi è evidente che per avere la massima esattezza che sia dato raggiungere non vi sarebbe altro rimedio che tornare sul terreno, e rilevare con gl'istromenti geodetici la posizione di quei punti che antecedentemente furono trascurati; ma a questa operazione lunga ed incommoda è possibile nella maggior parte dei casi supplire con esattezza sufficiente alla prattica, a mezzo di semplici costruzioni grafiche eseguite sul foglio stesso del disegno.

Vari sono i metodi che a tal uopo si possono impiegare; ma troppo spesso gl'ingegneri per evitare anche quel lieve fastidio si lasciano guidare dalla legge che chiamano *delle spaziature*. Vale a dire che dovendo a modo di esempio intercalare una o più curve fra due linee la equidistanza delle quali sia un metro, osservano se le varie curve di livello a partire dalla superiore si avvicinino nel salire o si allontanino, se cioè la pendenza del terreno divenga nel salire più o meno ripida; e siccome in generale la pendenza dei terreni non cangia bruscamente ma secondo la legge di continuità, tracciano ad occhio la curva o le curve intercalari, in modo

che i loro successivi intervalli seguano presso a poco la norma delle curve superiori.

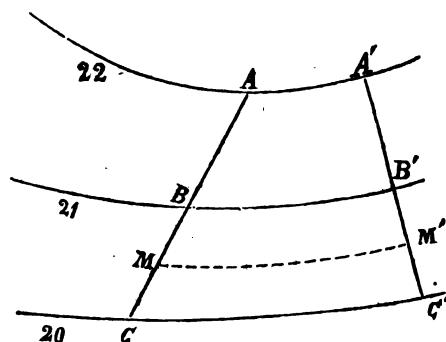
Non occorre spendere molte parole per dimostrare come questo metodo non possa portare che ad una approssimazione assai grossolana, e però è da desiderare che non se ne faccia uso che per lavori di poca o nessuna importanza.

Il Dottor Carlo Reale che solo, che io mi sappia, in Italia, si occupò di proposito della planaltimetria, nel suo bel lavoro sui *piani quotati o livellati* propone che alla superficie del suolo compresa fra due linee consecutive di livello sia sostituita la superficie generata dalla retta che si muove appoggiandosi alle medesime e conservandosi normale ad una di esse. In tal guisa la determinazione dell'altezza di un punto compreso fra le due curve viene a dipendere dalla risoluzione di una semplice proporzione; e potendosi in simil modo determinare quanti punti si vogliano di una data altezza compresa fra quella delle due curve agevolissima è resa anche la costruzione delle curve intercalari.

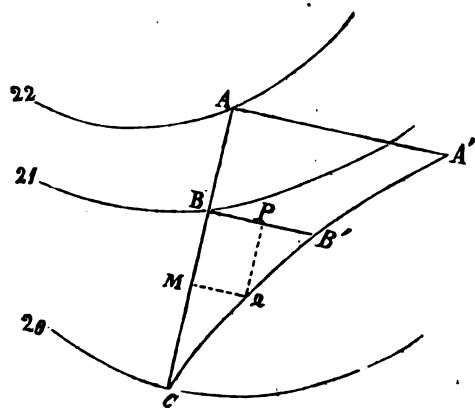
Sventuratamente la proposta sostituzione non è possibile senza allontanarsi di molto dalle vere condizioni del terreno, a meno di specialissime circostanze, o del caso assai raro che le curve di livello siano estremamente ravvicinate fra loro; ed il chiaro autore che se ne avvide aggiunge che potrà ottenersi una maggiore approssimazione *sostituendo alla generatrice rettilinea una generatrice curvilinea situata in un piano verticale la quale si muova appoggiandosi a due curve successive di livello e conservandosi normale alle medesime o almeno ad una di esse*. Ma questa sostituzione sarà sempre più o meno arbitraria, e però non mi sembra che tal suggerimento dato così in termini generali possa portare utili conseguenze nella prattica.

Non di meno con procedimenti assai simili a quelli suggeriti dal Dottor Reale è possibile raggiungere assai spesso un grado molto notevole di esattezza quando però si tenga conto non di sole due, ma di tre curve successive di livello; e di questi mi piace dar breve cenno.

Sebbene il profilo del terreno nel senso verticale sia generalmente parlando una curva, non è raro il caso in cui scegliendo opportunamente la direzione del profilo stesso si possa ottenere almeno in alcune parti di esso una pendenza sensibilmente rettilinea. Questa circostanza ci viene additata dal disegno, allorchè la porzione della traccia del profilo compresa fra due orizzontali successive sia sensibilmente eguale a quella compresa fra

una di esse e quella immediatamente seguente: dacchè allora le distanze orizzontali fra i punti risultando proporzionali alle differenze delle loro altezze al disopra del piano di paragone, evidentemente i punti stessi son collocati sopra una medesima linea retta; e però in grazia della legge di continuità, può ritenersi rettilinea la pendenza del profilo in tutto il tratto compreso fra le tre curve successive.

Suppongasi ora che sulla projezione di una superficie irregolare della quale siano date le orizzontali 20 21 e 22 si voglia tracciare una nuova curva intercalare di altezza 20,50, e che fra due punti A e C appartenenti alle curve estreme si possa tracciare una retta AC tale che sia AB = BC: evidentemente la retta AC potrà considerarsi come traccia orizzontale di un profilo a pendenza rettilinea; e siccome in tutta la sua estensione fra A e C le distanze orizzontali fra i punti devono essere proporzionali alle differenze delle loro altezze sul piano di paragone, è chiaro che il punto M equidistante da B e da C sarà la projezione di un punto del terreno alto 20 50. Al modo stesso tracciandosi un altro profilo rettilineo A' C' si potrà determinare un secondo punto M' della medesima altezza; e ripetendo, quando sia possibile, un sufficiente numero di volte la medesima operazione, si avrà la richiesta curva intercalare congiungendo fra loro con una linea continua i punti MM' ecc. e differirà dessa assai poco da quella che si sarebbe avuta facendo una nuova operazione sul terreno. Poggiando sopra le curve un doppio decimetro, e girandolo opportunamente, è assai facile e sollecito verificare dove e come possano tracciarsi siffatti profili a pendenza rettilinea, che, senza grande scapito della esattezza, tanto agevolano la costruzione delle curve intercalari.

Avviene non di meno assai volte che la distanza fra le projezioni della prima e della seconda curva differisce tanto da quella che intercede fra le projezioni della seconda e della terza, che sia assolutamente impossibile tracciare una linea retta nelle condizioni volute; in tal caso potrà farsi uso del profilo curvilineo, che dovrà però rovesciarsi sul piano del disegno;

e, limitandosi a tre curve successive, potrà senza grande errore il profilo stesso ritenersi circolare. Siano p. es. le tre curve successive 20, 21, 22 fra le quali si vuole intercalare una curva di altezza 20,50 e non sia possibile far passare a traverso di esse un profilo a pendenza rettilinea. In tal caso menata una retta AC p. es. perpendicolare alla curva 20 si alzano dai punti A e B due perpendicolari alla AC di lunghezza arbitraria, ma tali che sia AA′ = 2BB′; e fatto passare per A′ B′ C un arco di cerchio, è chiaro come potrà desso considerarsi quale il profilo che passa per i punti proiettati in A, B, C, rovesciato sul disegno. Divisa pertanto la BB′ in due parti eguali in

P e condotta PQ parallela ad AC e QM perpendicolare ad essa, il punto M sarà projezione di un punto del terreno sensibilmente alto 20,50. Veramente le lunghezze BB′ AA′ dovrebbero essere rispettivamente eguali ad una e due unità della scala del disegno, ma siccome esagerando in egual misura le altezze dei profili non si alterano punto i loro rapporti, gioverà per la esattezza grafica tenere le lunghezze stesse più grandi, purchè sempre sieno l'una doppia dell'altra; ripetendo poi quante volte occorra la medesima operazione, od intramezzandola ove si possa con la inserzione di profili a pendenza rettilinea, potrà al solito compiersi la descrizione della curva intercalare.

Non dissimulerò che con questa costruzione si va meno vicini al vero che con quella dei profili a pendenza rettilinea; dacchè mentre in questi avendosi tre punti del terreno in linea retta, per la legge di continuità è forza ritenere che nella medesima direzione si trovino anche i punti intermedii, quando invece i tre punti presi sopra le linee di livello non sono allineati fra loro in direzione rettilinea il profilo può assumere fra essi la forma di una curva qualunque, e spesso ben diversa dalla circolare. Ad onta di questo però, ritengo che eseguendo questa costruzione si andrà sempre assai meno lontani dal vero che seguendo la legge delle spaziature, od i metodi suggeriti dal Reale, dacchè, specialmente se la equidistanza non sia troppo forte, la curva del vero profilo non si allontanerà di molto

nel tratto compreso fra tre curve successive, da quell'arco di circonferenza che può tracciarsi nel modo indicato. In ogni caso poi, quando la configurazione del terreno sia tale che il profilo a pendenza rettilinea non possa tracciarsi, e quello a pendenza circolare troppo si allontani dal vero, rimane il sussidio, più laborioso certamente ma compensato dalla maggiore esattezza del risultato, di tracciare un profilo che tagli non tre sole curve, ma un numero tale di esse che ci permetta di descriverne con sicurezza l'andamento determinato da un sufficiente numero di punti per i quali debba passare una linea continua. Questo profilo rovesciato sul disegno permetterà di determinare un punto dell'altezza voluta, nel modo stesso che si pratica nel caso del profilo a pendenza circolare; è poi chiaro come costruendo altri profili e determinando su ciascuno di essi la projezione di un punto della medesima altezza, potrà aversi la curva intercalare dalla loro riunione con una linea continua.

Non ho creduto dilungarmi sulla costruzione dei profili tagliati sopra tutto o gran parte del terreno rappresentato, perchè l'uso dei medesimi è continuo nella planaltimetria per la risoluzione dei più interessanti problemi sui contatti, sulle intersezioni e và dicendo; e però notissimo è il modo di costruire i loro rovesciamenti. Ogni qual volta però debba costruirsi sia un profilo completo, sia una curva intercalare a quelle già date del disegno è necessario far passare una linea continua per un certo numero di punti previamente stabiliti; anzi la stessa planaltimetria di un terreno non può descriversi cha facendo passare tante linee continue per i singoli punti determinati a mezzo delle operazioni topografiche. Il disegno di queste linee, per persone che ne abbiano l'abitudine congiunta ad una grande fermezza di mano, non offre alcuna difficoltà; ma per chi non abbia occhio e braccio sicuri, è necessario, specialmente nel tracciar le linee con l'inchiostro, ricorrere all'uso dei *tira curve*. Trovandomi io precisamente in tal caso per una fisica imperfezione che mi rende la mano sempre leggiermente oscillante, ed in date condizioni atmosferiche tremante all'eccesso, ho dovuto adunque ricorrere a questi, ed apprendere per propria esperienza quanto lungo e tedioso ne sia l'uso pel grande numero che se ne deve adoperare, e per la difficoltà che spesso s'incontra di trovarne uno adatto alla costruzione che devesi attualmente eseguire. Da ciò condotto a pensare il rimedio gli ho sostituiti con vantaggio a mezzo di un semplicissimo istrumento che non credo inutile far conoscere, avendone a lungo esperimentata la prattica utilità. Consiste esso in un semplice regoletto solcato sopra una delle facce da un canale nel quale si muove un cursore che a mezzo di una vite di pressione può arrestarsi in qualsivoglia punto della lunghezza del regolo. Una molla di Orologio è fissata immobilmente per un estremo all'estremità del regolo per l'altro al cursore; cosicchè muovendosi questo a piacere, la molla s'inflette più o meno

secondo che più o meno si avvicini il cursore alla estremità del regolo. Da questa semplice descrizione chiaro apparisce come, poggiando il regolo sul foglio ove son tracciati i punti per i quali debba passare la curva continua, e facendo muovere opportunamente il cursore, è assai facile dare alla molla il grado d'inflessione necessario a farla passare per i punti stabiliti; fissando allora in tal posizione la molla con la vite di pressione, la curva voluta si traccia con ogni sicurezza e rapidità.

Un solo di questi nuovi tiracurve suscettibili di cangiare la loro curvatura a grado dell'operatore e di mezzana grandezza può rigorosamente bastare per tutti i casi; ma quando si voglia pur abbondare ed avere i mezzi più adatti per disegni di piccola o grande estensione, posso accertare che due o tre di essi di varie dimensioni rendono assai miglior servigio che non venti o trenta dei tira-curve ordinariamente adoperati. È evidente come in fin del conto tutto si riduca a sostituire una curva elastica a quella che realmente dovrebbe passare per i punti assegnati: ma tanto delicate sono le variazioni che si possono imprimere alla curvatura di essa da poterla fare almeno fisicamente coincidere con tratti spesso assai lunghi di quella che trattisi di disegnare. La semplicità poi dell'istromento è tale che non ho ritenuto necessario inserirne il disegno, potendo bastare il poco cenno datone per farsene una completissima idea; il suo costo poi è minimo, e però mi sembra destinato a star sul tavolo di qualunque disegnatore.

E qui potrei far fine: se non che mi piace notare come di questo tiracurve potrebbe ancora farsi buon uso per la rettificazione approssimativa delle linee curve con esattezza più che sufficiente alla prattica, sostituendolo assai utilmente all'*Opisometro* di Elliot, l'uso del quale richiede troppo scrupolosa attenzione, senza la quale facilmente si giunge a risultamenti molto lontani da quel grado di esattezza che può ragionevolmente desiderarsi, ed all'*Opisometro contatore* del Collignon il quale, esente dai difetti di quello dell'Elliot è però di costruzione assai delicata, che ne rende il prezzo più elevato, e non dispensa dal far caminare una rotella lungo la curva da svilupparsi; ora questo girare di una ruota sopra una curva in modo da non distaccarsene mai ed impedire lo strisciamento anche per brevissimo intervallo è cosa tanto facile a dirsi, quanto malegevole ad ottenersi completamente nella prattica. Al contrario nulla di più facile che far coincidere la lama elastica del nuovo tiracurve con la linea che trattasi di rettificare, e notati quindi sulla lama stessa i punti ove la curva ha principio e fine, distender nuovamente la lamina e misurarne la lunghezza. Anzi quando l'istromento si volesse destinare principalmente a tal uso, potrebbe il lembo della lama elastica essere diviso in parti eguali e numerate, per modo che portato appena a contatto con la curva da rettificare, verrebbe a leggersi sovr'esso la lunghezza della medesima.

COMUNICAZIONI

FERRARI P. GASPARE S. – *Presentazione di una memoria del ch. P. Dechevrin.*

Il P. Gaspare Stanislao Ferrari presentò all'Accademia una memoria del P. Marco Dechevrin d. C. d. G., Direttore dell'Osservatorio di Zi-ka-wei presso Chang-hai nella Cina, intitolata: *La Luce Zodiacale studiata sopra le osservazioni fatte dal* 1875 *al* 1879.

Questa memoria è divisa in otto capitoli. Nel 1° capitolo si espone lo stato della questione; come cioè, non ostante i grandi e meravigliosi progressi fatti dall'astronomia moderna intorno alla costituzione de' corpi celesti, pur nondimeno per ciò che riguarda il fenomeno della Luce Zodiacale, fenomeno contemplato e conosciuto scientificamente da un duecento anni, cioè dall'epoca di Cassini 1683, non si hanno che nozioni vaghe ed ipotesi più o meno plausibili e ciò in gran parte per difetto di una ben continuata serie di osservazioni.

Nel 2° capitolo si espongono le osservazioni fatte a Zi-ka-wei dal luglio 1875 al giugno 1879 tanto al mattino quanto alla sera, secondo le varie epoche, e si descrivono ne'loro particolari.

Nel 3° si dà una succinta e chiara descrizione di questo fenomeno.

Nel 4° si discutono, confutandole, alcune ipotesi, per avventura troppo ardite, le quali limiterebbero all'atmosfera terrestre il campo in cui si sviluppa la Luce Zodiacale.

Nel 5.° si dà una più particolareggiata descrizione del fenomeno dedotta dalle osservazioni fatte eziandio in altre regioni della terra.

Nel 6° si espone la Teorica, che l'Autore crede la sola plausibile, quella cioè già emessa dal Laplace, secondo la quale la Luce Zodiacale si comporrebbe delle parti più sottili della nebulosa primitiva, le quali molecole continuano a circolare attorno al Sole con velocità ignote e indipendenti dalla velocità dell'atmosfera solare propriamente detta. La sua luce sarebbe quindi mutuata dal Sole, almeno in parte. Esso non sarebbe però situato nel centro della nebulosità, come apparisce dalla tavola annessa costruita sopra le osservazioni.

Nel capitolo 7° si dimostra l'accordo fra questa teorica ed i fatti osservati.

Nel capitolo 8° ed ultimo intitolato: *Conclusione*, si dichiara dapprima che non si pretende di avere tutto spiegato, come pure di avere tutto osservato. I problemi da risolvere, le quistioni da schiarire, le scoperte da farsi sono innumerevoli, vi è lavoro per tutti. Il polariscopio e lo spettro-

scopio non hanno ancora esaurito il campo delle ricerche sopra la sua intima struttura.

Il ch. p. Secchi, citato dall'autore, parlando nella sua classica opera *Le Soleil* di questo fenomeno, diceva : « Si è assai disputato intorno all'ori-
» gine della Luce Zodiacale.... Ecco un campo di ricerche ben vasto e noi
» riusciremo ad esaminarlo soltanto dopo lunghe e pazienti osservazioni.
» Questi lavori non offrono serie difficoltà, solo richiedono attenzione
» e perseveranza ».

In fine della memoria si trova una carta della Zona Zodiacale, nella quale si danno le posizioni delle stelle che servono all'osservazione ed allo studio della Luce Zodiacale al mattino ed alla sera.

Senza tema di errare può dirsi che il lavoro del P. Dechevrin è forse fra tutti il più accurato in questa materia, e contribuirà assai a progredire sempre più nella ricerca della vera teorica di questo singolare fenomeno.

Lanzi, Cav. Dott. M. – *Sui funghi indigeni della provincia di Roma.*

Il Dottor Matteo Lanzi prosegue la enumerazione dei funghi indigeni della provincia di Roma, compresi nel quarto gruppo di genere *Agaricus*, distinto col nome di *Tricolomi*. Passa in rassegna i caratteri desunti dal velo, dalla forma e consistenza dell'imenoforo e del gambo e dal modo di attacco delle lamelle. Dice che questo gruppo naturale abbraccia molte belle e grandi specie terrestri, nella maggiore parte autunnali. Chiude col denominare e descrivere brevemente le specie nostrane di questo sottogenere, e di alcune ne presenta le figure. (La memoria estesa verrà pubblicata in uno dei prossimi fascicoli).

Castracane, Conte Ab. F. – *Presentazione di una nota del Sig. A. Certes di Parigi.*

Il Conte Ab. F. Castracane presentò alla Accademia a nome dell'Autore Sig. A. Certes di Parigi una interessante nota « *Sur la glycogénèse chez les Infusoires* » la quale funzione, secondo le idee del sommo fisiologo francese Claude Bernard, dovrebbe accompagnare la nutrizione in qualunque ordine d'animali. Il signor Certes, che vuole dare alla Scienza tutto il tempo che gli rimane libero dai doveri delle sue funzioni amministrative, avendo avuto la felice idea di applicare l'acido osmico nello studio degli Infusori, che ne rimangono fulminati per modo da averli e conservarli come viventi e con l'apparecchio cigliare sviluppato, si è assunto il difficile

compito di riconoscere, se la suaccennata generalizzazione della glucogenesi accompagnante la nutrizione potesse confermarsi per gli Infusori. Questo il ch. A. ha potuto riconoscere adoperando quale reattivo del glucosio il siero iodato già proposto per la prima volta dal professore Ronvier, il quale reattivo ha sul liquore di Fehbrig l'immenso vantaggio di determinare la colorazione caratteristica senza portare alterazione alla forma dell'Infusorio.

De Rossi, Prof. M. S. – *Considerazioni storico-fisiche sulle linee isotermiche europee.*

Il prof. Michele Stefano de Rossi espose alcune considerazioni storico-fisiche dedotte dall'esame delle linee isotermiche europee tracciate quotidianamente dall'ufficio centrale meteorologico di Parigi e dal confronto delle medesime con dati storici e geologici. Disse essere stato spinto a tale studio dalla straordinaria rigidità del corrente inverno, la quale suscitando nel geologo il ricordo del clima europeo nell'epoca quaternaria, l'invita anche alla ricerca di dati scientifici, che potessero risultare dal confronto dei fenomeni ora verificatisi con i presunti ed attestati dalla geologia per la detta epoca terrestre.

Svolgendo quindi sommariamente siffatto tema cominciò dal notare quanto sia potente fattore dei climi la orografia, dalla quale dipende la distribuzione dei continenti e dei bacini acquosi tanto marini che lacustri; dalla alternativa e proporzione dei quali viene quasi la lotta fra il caldo ed il freddo. Propose, come mezzo convenzionale per determinare la linea topografica di divisione fra caldo e freddo, di esaminare le oscillazioni giornaliere della isoterma dello zero; quindi le forme e le posizioni topografiche, che assumono le altre linee al disopra ed al disotto di quella, cioè le linee del + 5, + 10, ecc., e – 5, – 10, ecc. Risultava da questo esame che la linea dello zero segue in media la forma dei continenti, internandosi nei medesimi anche per ogni minimo frastagliamento ed internamento fra le terre dei mari intercontinentali. Ciò corrisponde alla nota legge, che fa delle terre il campo del freddo, e del mare il distributore dell'aria temperata. Infatti osservando il complesso delle altre linee isotermiche in relazione ai continenti, troviamo che dallo stretto di Gibilterra costantemente l'Oceano Atlantico ci ha inviato nel decorso inverno la linea del + 10, + 15; mentre nei due continenti laterali della Spagna e dell'Africa stessa si formavano due centri di freddo, che spesso discendevano al disotto dello zero.

È evidente, osservando questi dati delle linee isotermiche, che se il Me-

diterraneo alimentato dall'Oceano non circondasse l'Italia, la linea dello zero girerebbe sulle coste Portoghesi dell'Atlantico, sulle affricane e poscia al Sud dell'Algeria; permettendo alle fredde linee del – 10 e – 20 di spaziare nel continente italiano.

Quindi il riferente svolse i particolari dell' influenza calorifica dei bacini acquosi anche piccoli, adducendo le osservazioni fatte in quest'anno dal Forel nei laghi di Svizzera e le variazioni subìte dalla regione del Fucino dopo il prosciugamento del suo lago. Dal che dedusse, come essendo potente l'azione calorifera dei piccoli bacini, occorrono grandissime forze contrarie per paralizzarne o diminuirne l'azione. Abbiamo infatti sotto gli occhi gli esempi di tali elisioni della influenza calorifica delle acque nella insufficienza relativa del grande bacino del mar Nero, del Baltico e di altri a respingere le fredde isoterme della Russia.

Posti i dati di tali premesse il disserente volle porli a confronto prima con lo stato meteorologico del clima di Roma e dell'Italia centrale nei più remoti tempi, che l'antichità possa rivelare nelle sue memorie tradizionali, e dipoi con ciò che la geologia conosca della orografia e forma del continente italiano dell'epoca quaternaria. Nel primo esame riassunse e citò altri suoi lavori pubblicati negli atti accademici, nei quali egli avea già dimostrato, che nei primi tempi di Roma e nei secoli poco anteriori alla medesima, il clima invernale era ivi regolarmente assai più rigido che nei tempi più vicini a noi: sicchè la linea isoterma dello zero di quel tempo sarebbe passata sopra terre più meridionali di quelle che ora percorre. Osservando però lo stato dei bacini acquosi, li troviamo in quei remoti tempi più numerosi per ciò che riguarda i laghi ed i golfi; e più internati verso terra per ciò che riguarda la costa marina massime del versante Adriatico. Tutto ciò avrebbe dovuto portare un clima più dolce, non più crudo dell'odierno. Cresce poi la meraviglia, se poniamo lo sguardo nei tempi più antichi cioè dell' epoca quaternaria; nei quali tempi la geologia ci addita un clima rigidissimo, ed insieme il nostro continente massime settentrionale bagnato dal mare in tutta la valle lombarda fino ai piedi delle Alpi e dell'Appennino, secondo le ultime scoperte dello Stoppani.

Tutto ciò avrebbe dovuto vieppiù temperare il nostro clima d'allora. Ma poichè sappiamo essere stato il contrario, dobbiamo riconoscere, che una grande potenza frigorifica dovette paralizzare l'azione calorifica del mare e spogliare questo delle sue calde correnti. Secondo i dati premessi potea bastare la esistenza di un vasto continente nella regione meridionale del-

l'Italia e nel Nord dell'Africa per impedire la diffusione delle correnti calde e produrre un vasto centro di freddo.

Esaminando su ciò i dati della geologia, troviamo che l'Isola di Malta è il residuo di un grande continente, che fu congiunto con la Sicilia e che fu sommerso dopo l'epoca quaternaria e dopo che era abitato dall'uomo almeno della età della pietra.

Tenebrose tradizioni semistoriche ricordano il distacco della Sicilia dalla penisola italiana. La sommersione di Malta attestata dalle osservazioni geologiche, è un fatto tanto analogo a questo secondo, che non sembra ardito pensiero l'identificarlo nel medesimo fenomeno, tanto più che le tracce della dimora umana in quell'isola attestano la non troppo remota antichità dell'evento. Qui il riferente richiamò la luce fatta colle sue pubblicazioni paleoetnologiche e preistoriche, nelle quali ha dimostrato le relazioni di qualche vicinanza fra i tempi detti preistorici anche della pietra e perfino degli ultimi residui dell'epoca quaternaria verso i tempi della storia primitiva. Quindi mostrò come l'odierno studio delle cause della rigidità del clima, e la esistenza di tal rigidità in tempi quasi noti dalla storia, connetta fra loro i citati vari fatti e fenomeni. Aggiunse poi un ulteriore indizio di relativa modernità delle oscillazioni del suolo nella regione Siculo-Maltese nei fenomeni, che anche oggidì vi si osservano. Il Silvestri nell'esame dell'Etna è giunto alla medesima conclusione, alla quale era giunto il disserente nell'analisi delle fratture vulcaniche laziali. Ambidue hanno trovato che le azioni del vulcanismo si connettono ed agiscono anche colle regioni delle catene montuose. Quindi l'azione odierna vulcanica della Sicilia agisce sopra vastissima estensione della regione circostante. Ne sono testimoni i terremoti storici della Calabria e le isole comparse e scomparse recentemente fra la Sicilia e Malta e l'oscillare continuo del fondo marino rivelato dagli scandagli fatti nel nostro secolo.

Tutto ciò dimostra che quella parte della crosta terrestre non ha fissato nè anche ai tempi nostri il suo tranquillo stato orografico. Non è dunque da meravigliare, che non sia antichissimo un suo più grande cambiamento.

In questo punto disse di dover aggiungere qualche considerazione sulla famosa scomparsa dell'Atlantide narrata da Platone e favoleggiata, discussa e combattuta da infinito numero di scrittori di ogni tempo. Essendo stato impossibile in breve discutere le opinioni ed i dati relativi a questo fatto misterioso dell'antichità, il disserente si limitò ad affermare, che per la somma dei dati egli è convinto 1° della verità del fatto narrato da Platone:

2° che la posizione della vasta terra atlantide fosse al di là dello stretto di Gibilterra in vicinanza e forse in contatto col continente affricano: 3° che la sommersione di questa terra avvenne in epoca vicina alla storia, e mentre quel continente era popolato e relativamente civile.

Tutti questi tre dati concorrono mirabilmente a collegare la esistenza e la scomparsa dell'Atlantide colla simile esistenza e scomparsa del continente Siculo-Maltese e collo stato di rigidezza meteorologica quaternaria della terra italiana. Imperocchè oltre l'analogia dei tre fatti avvenuti sulla medesima linea, cioè il distacco della Sicilia dalla terra di Reggio, la sommersione di Malta, e la scomparsa dell'Atlantide, la esistenza di questa terra nella medesima linea con la terra maltese cade appunto nella regione d'onde oggi vengono all'Italia le tepide acque dell'oceano, senza le quali il clima d'Italia, secondo i dati delle odierne linee isoterme, deve ridursi alla rigidità attestata dalla geologia per l'epoca quaternaria ed in parte accennata dalla storia nei suoi ultimi residui.

A tutto questo ragionamento il disserente disse di non voler dare importanza superiore a quella che può avere una traccia di concetti, sui quali invita i dotti ad istituire analisi; avendo inteso soltanto di proporre un programma di studio nel campo nuovo ed importantissimo della geologia storica e contemporanea.

COMUNICAZONI DEL SEGRETARIO

1. Lettere di ringraziamento per le nuove concessioni degli Atti accademici.

2. Presentazione di programmi di pubblico concorso del R. Istituto d' Incoraggiamento alle scienze naturali, economiche e tecnologiche di Napoli.

3. Il Segretario lesse una lettera del ch. sig. Presidente Commend. Alessandro Cialdi, colla quale ringrazia l'Accademia per la fiducia accordatagli nel biennio ora spirante della sua presidenza: ed invita la medesima a prepararsi alla nomina del nuovo presidente. Dopo ciò gli accademici hanno manifestato ed unanimemente mostrato il desiderio di confermare nella nuova nomina il medesimo Sig. Comm. Cialdi nell'onorevole carica. Al che replicò il presidente con esplicite e ferme dichiarazioni, colle quali mentre ringraziava gli Accademici, mostrava il proposito irremovibile, a cagione specialmente dei suoi incommodi di salute, di non accettare la rielezione all'onorevole presidenza dell'Accademia.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Soci ordinari. – Comm. A. Cialdi, Presidente – Monsig. F. Regnani – P. F. S. Provenzali – Dott. D. Colapietro – Conte Ab. F. Castracane – P. G. Foglini – P. G. S. Ferrari – Prof. V. De Rossi Re – Dott. M. Lanzi – Prof. M. S. de Rossi, Segretario.

Soci onorari. – Mons. V. Vannutelli – D. S. Vespasiani.

Soci aggiunti. – Prof. G. Tuccimei – D. Luigi Boncompagni.

La seduta aperta legalmente alle ore 3 ½ p. venne chiusa alle 5 ½ p.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Bullettino del vulcanismo italiano ecc. Redatto dal Cav. Prof. Michele Stefano De Rossi.* Roma Tipografia della Pace ecc. In 8.°
2. CERTES (M. A.) — *Sur la glycogénèse chez les Infusoires*, In 4.°
3. *La Civiltà Cattolica.* — Anno trigesimoprimo — Serie XI. — Vol. I. — Quaderno 709—711. Firenze, ecc. 3 gennaio 1880. In 8°.
4. *La Natura. — Direttore Lamberto Cappanera.* — Vol. IV. — Num. 1 — 15 Gennaio. — In Firenze, ecc. 1880. In 8.°
5. *Monatsbericht der königlich preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin.* — November 1879. — Berlin ecc. 1880. In 8.°
6. *Osservatorio di Moncalieri. — Osservazioni Meteorologiche fatte nelle Stazioni italiane, ecc.* — Sede centrale Torino — Anno VIII. — Num. VIII.— Num. XII. Novembre 1879. In 8.°
7. *Osservatorio Meteorico-Magnetico di Pesaro.* Marzo—Dicembre 1878. — Gennaio—Marzo 1879. In 4.°
8. *Polybiblion. — Revue Bibliographique Universelle — partie Littéraire ecc.* Deuxième Série. — Tome Cinquième, Onzième. — XXVII^e, XXVIII^e de la collection. — Paris ecc. 1880. In 8.°
9. *Rendiconto della R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche ecc.* — Fascicolo 10—12° — Anno XVIII. — Ottobre, Novembre, Dicembre 1879. In 4.°
10. *Würtembergische Vierteljahrshefte für Landesgeschichte, ecc.* — Jahrgang II. — Heft I—IV. — Stuttgart. W. Kohlhammer. 1879. In 8.°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE IVª DEL 21 MARZO 1880

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. ALESSANDRO CIALDI

MEMORIE E NOTE

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

SULLA « VENUS NUCLEUS » *DONATI*

NOTA

DEL PROF. AUGUSTO STATUTI

Una delle più belle, numerose ed interessanti famiglie della classe dei Conchiferi Lamarck (1) è senza meno quella denominata delle Conche, le quali si fan distinguere sia per la regolarità di forma nelle conchiglie, sia per la varietà e vivacità del loro colorito (2).

A questa famiglia e precisamente alla Sezione delle conche marine, secondo il metodo proposto dal suddetto insigne Zoologo, appartiene il genere Venus, designato fin dal 1758 dall'erudito Naturalista svedese (3), adottato in seguito e ritenuto tuttora, salve lievi modificazioni, nei moderni sistemi malacologici (4).

---

(1) Histoire naturelle des animaux sans vertèbres par S. B. P. A. De Lamarck revue et augmentée par M. M. G. P. Deshayes et H. Milne Edwards.

(2) I conchiferi Lmk corrispondono agli Acefali Cuv: — Phyllepodi Gray — Pelecypedi Goldfuss — Ortoconche e Pleuroconche Dorb; — Lamellibranchiate Blainville — Lamellibranches Woodward.

(3) Linneus Carolus — Sistema naturæ.

(4) A carico del genere Venus Lmk vennero proposti i seguenti generi e sottogeneri e cioè:

Il nostro Mediterraneo può dirsi abbastanza ricco in fatto di specie di questo genere di molluschi (1) e non pochi di essi vivono perfino nelle acque del Porto Trajano di Civitavecchia e più particolarmente nel bacino interno o Darsena ove, come è ben noto, esiste da tempo remotissimo un già accreditato vivajo naturale della specie *Venus decussata* Lmk: (vulgo *arcella*) la quale e per la specialità del suo gustoso sapore e per le non comuni proporzioni che suol ivi raggiungere nel suo pieno sviluppo (2), forma tuttora l'oggetto di una pesca riservata (3) (4).

Ora è appunto nelle acque del sunnominato Porto di Civitavecchia che dall'esimio cultore di Conchiologia Sig. Biagio Donati venne pescata, or è già qualche anno, una bivalve del genere *Venus* la quale non avendo, per quanto io ne penso, alcun riscontro pei suoi caratteri distintivi colle altre specie già cognite, stimo prezzo dell'opera di render nota nell'interesse della Fauna Mediterranea e più particolarmente della Fauna della nostra Provincia.

Ecco pertanto la descrizione di questa bivalve, alla quale ho creduto opportuno di unire la relativa figura a viemmeglio agevolarne l'intelligenza.

Conchiglia ventricosa equivalve inequilatera di forma quasi globosa perfettamente chiusa. Il suo colore tende al fulvastro chiaro talora alquanto carico verso gli umboni.

È ornata costantemente da tre piccoli raggi pallidi di un colore arancio sporco, che a prima vista sono poco apparenti. Le valve sono relativamente

---

	Mercenaria	— Schumaker	Omelia	— Byck
	Antigone	— Schumaker	Tapes	— Megerle e Mulhfedlt
	Paphia	— Bolten	Pullastra	— Sowerby
Sotto-generi —	Cuneus	— Da Costa	Timoclea	— Leach
	Metis	— H et A. Adams	Chamelea	— Klein
	Circumphalus	— Klein	Marcia	— H et A. Adams

(1) Veggasi: Philippi, Costa, Scacchi, Cantraine, Weinkauff, Monterosato, Tiberi, Appelius, ecc.

(2) Nella collezione Donati si trovano degli esemplari della Venus decussata Lmk: che raggiungono le seguenti dimensioni:

Altezza Mill. 52.
Lunghezza Mill. 77.
Grossezza Mill. 35.

(3) Veggasi Targioni Tozzetti — La Pesca in Italia.

(4) Mi riserbo in altra comunicazione di tener proposito dettagliatamente di questa pesca, la quale pel modo assai irregolare, con cui viene ora esercitata e sopratutto per la niuna cura, che si pone nella conservazione dei novellini, presenta attualmente una scarsezza di prodotto, che di anno in anno si rende ognor più manifesta; ed in quella circostanza, traendo argomento dalle favorevoli condizioni del nominato bacino, mi proverò altresì dimostrare l'importanza grande che potrebbe ivi avere l'impianto di un vivajo artificiale non solo della *Venus decussata* che già spontaneamente vi prospera, ma ben anche di altri diversi molluschi commestibili e la conseguente non lieve utilità, che l'industria locale potrebbe facilmente ritrarne.

solide e soprattutto poi assai rigonfie. Ciascuna di queste è solcata trasversalmente da minute rughette assai ravvicinate fra loro, non molto convesse ma presso che piane. La larghezza di questi solchi non è uniforme scorgendosi alternati irregolarmente i stretti ai larghi. Nella parte posteriore della conchiglia questi solchi si sovrappongono gli uni agli altri. Apici mediocri ripiegati indietro. La lunula che è sufficientemente incavata e quasi rotonda si vede striata dal prolungamento delle rughette trasversali. Il corsaletto è abbastanza sviluppato di forma lanceolata. La cerniera di questa conchiglia presenta la caratteristica, comune del resto a tutte le sue congeneri e cioè di tre denti cardinali sopra ciascuna valva ingranantisi fra loro e divergenti dalla sommità.

È a notarsi peraltro che il dente anteriore, come in talune altre specie, è alquanto allungato e si trova disposto quasi parallelamente al lembo dorsale. Il legamento esteriore benchè lungo è poco prominente. I bordi delle valve sono leggermente crenulati all' interno e notansi colorati sempre da una tinta rufo–violacea che si ripete altresì sulle impressioni muscolari anteriori; queste impressioni hanno una forma ovale e sono riunite dall' impressione palleale con escavazione nella parte anteriore ove si ripiegano i sifoni.

Per ciò che riguarda le dimensioni di questa bivalve, in termine medio si possono ritenere come appresso.

Lunghezza	Mill	13.5
Larghezza	»	13.
Spessezza	»	9.

Tutto ciò relativamente alla conchiglia.

In quanto all'animale; esso presenta una forma orbicolata di un color bianco sudicio ed è munito di due sifoni anteriori piuttosto lunghi quasi egualmente protratti, i cui rispettivi orifizii sono guerniti da una corona di cirretti tentacolari. *I due sifoni sono totalmente disuniti* per tutta l'estensione della loro lunghezza. Il piede è compresso, grande, falcato, bianco tendente al turchiniccio.

Questo mollusco vive alla profondità di circa sei metri di acqua immerso nell'arena del Porto di Civitavecchia. È raro.

Dall'insieme di questi caratteri, che determinano la specie della nostra bivalve, sembra a mio credere si possa dedurre che la medesima difficilmente si potrebbe riferire, almeno con sicurezza, a talune delle altre specie già note e pubblicate.

Dissi difficilmente, imperciocchè l'unica specie che potrebbe avere una qualche affinità colla nostra *Venus* è la *Venus Gallina L°*; (1) ma riportandomi alle diagnosi che di questa ci offrono i Malacologi più accreditati e sopratutto all'esame materiale della nostra bivalve fatto sul confronto di un gran numero di esemplari della *Venus Gallina* di diverse provenienze e dimensioni è ben agevole il convincersi che tra questa ultima e la nostra *Venus* Centumcellense, esistono realmente talune differenze caratteristiche così pronunciate da non permettere che l'una all'altra possa indubiamente riunirsi (2).

Ed infatti senza impegnarmi in una analisi minuziosa sulle differenze di minor rilievo che si riscontrano tra le suddette due *Veneri*, e che forse potrebbero ascriversi alle note modificazioni e variazioni geografiche delle specie in generale, ma limitandomi unicamente a quelle più sostanziali e salienti si può stabilire.

Che la nostra *Venus* diversifica sensibilmente dalla *Venus Gallina L°* da che, mentre questa presenta una conchiglia *cordato-trigona*, all'opposto la nostra è subglobosa. (3)

Differisce poi altresì dalla suddetta non solo per la grandezza relativa essendo che la nostra è di un volume sempre assai più piccolo della Gallina, ma molto più per una diversità che costantemente risulta nella proporzione tra le dimensioni delle suddette due conchiglie, come viene dimostrato all'appoggio dei seguenti dati. Il rapporto dell'altezza alla larghezza della *Gallina* secondo che si desume anche dalle cifre registrate dal Philippi (4) e che chiunque potrebbe verificare a suo bell'agio sopra questa specie assai comune (5) è di 1. ad 1,50, laddove nella nostra *Venus* l'altezza sta alla larghezza come 1 ad 1,05 che è quanto dire all'incirca è tanto alta che larga.

---

(1) La Venus Gallina L° corrisponde
alla V. Lusitanica-Gmelin.
V. Senilis-Brocchi e Sandri.
V. Striatula-Jeffreys-Cappellini.

(2) Non ho citato la varietà della Venus Gallina, nota sotto il nome di Venus gibba-Jeff. che si rinviene nella Manica, dappoichè messa questa a raffronto con quella vivente nelle acque di Civitavècchia, a primo aspetto può pronunciarsi sulla differenza delle specie, se non altro per la forma e qualità delle solcature.

(3) Ecco la frase dataci da Lmk: della Venus Gallina: T cordato trigona superne rotundata albida, rufo radiata, sulcis transversis elevatis albo et rufo articulatis pictis.

(4) Philippi Enumeratio molluscorum Siciliae.

(5) La Venus Gallina. L° è commestibile e trovasi bene spesso anche sul mercato di Roma specialmente in alcune stagioni.

Di più nella *Venus Gallina*, secondo che io stesso ho potuto assicurarmi, sottoponendo ad un esatta misura molti esemplari, la grossezza in termine medio, ragguaglia circa la metà dell'altezza; laddove nella nostra *Venus* lo spessore raggiunge quasi $^4/_5$ dell'altezza dell'intera conchiglia.

I bordi delle valve presentano all'interno una zona di colore che si estende andantemente su tutta la circonferenza, quale zona manca affatto nella *Gallina*, che si vede macchiata in pavonazzo cupo tassativamente nella parte anteriore delle sue valve.

Ma ciò che più monta a determinare se non altro la dissomiglianza delle due bivalvi che formano il soggetto del presente confronto si è la differenza che risalta nei due rispettivi animali, in quanto che la nostra *Venus*, siccome abbiamo già di sopra indicato, racchiude un animale fornito di due sifoni piuttosto *lunghi ed affatto disuniti fra loro*, ed all'opposto quello della *Venus Gallina* ha i suoi sifoni relativamente *corti* e *quasi riuniti fra loro*.

Dopo ciò potendosi altresì osservare che le suallegate differenze di caratteri, lungi dall'essere accidentali, sono realmente sempre costanti negli individui della medesima specie, per quanto almeno mi fù dato di verificare esaminando i diversi esemplari raccolti e posseduti dal prelodato Sig. Donati, sembra se ne potrebbe concludere che la nostra *Venus* meriterebbe senza meno di essere separata dal suo tipo, tanto per la singolarità della forma della conchiglia quanto per la particolarità dell'animale.

Cionostante in attesa che altri con più maturo consiglio voglia confermare o respingere il suesposto mio apprezzamento, ed anche nella vista di non rendere più grave per quanto è in me la farraggine delle *sinonimie specifiche* di cui tutti i naturalisti bene a ragione si lamentano già da gran tempo, mi limito a qualificare questa bivalve se non altro come una varietà rara ed assai pronunciata della *Venus Gallina L.°* E per distinguerla però dal suo tipo, col quale veramente non può andar confusa, in omaggio al nominato malacologo Sig. Donati, da cui per primo venne raccolta e studiata proporrei che potesse ritenersi il nome già dal medesimo assegnatole di *Venus nucleus*, designandola per

Venus nucleus Donati
» *Gallina L.°* Var:

colla frase seguente:

T suborbicularis subglobosa pallide fulva, ad apices quasi ferruginea radiis tribus fusco-rufescentibus leviter picta, sulcis transversis crebris irregularibus planulatis exarata, natibus mediocribus recurvis, pube lanceolata, lunula subrotunda impressa, marginata.

NOTE CRITICHE INTORNO A DUE NUOVI TIPI DI DIATOMEE ITALIANE.

NOTA

DEL CONTE ABATE FRANCESCO CASTRACANE DEGLI ANTELMINELLI

Cultore passionato dell' interessantissimo ordine delle Diatomee collocai ogni studio nel raccogliere il maggior numero di fatti, che valessero a rendermi ragione del loro modo di vegetare, e che mi valessero ad indagare alcuna legge in riguardo alla loro distribuzione e alla diffusione delle specie. Avendo pertanto riconosciuto come nello stomaco dei molluschi e delle salpe fra le Diatomee, delle quali si pascono, si riscontrassero talune forme, le quali mai si ritrovano fra i numerosissimi tipi, che rivestono qualunque ciuffo di alghe vegetanti al lido del mare o abbarbicate agli scogli, mi dovetti persuadere della esistenza di una flora pelagica distinta dalla littorale. Una tale flora doveva necessariamente racchiudere forme nuove di diatomee, come quella che fu sin ora poco o nulla studiata, e quindi mi persuadevo, che quando mi fosse dato ritrovare modo acconcio a procurarmi raccolte di simile natura, avrei in tal guisa potuto soddisfare la mia curiosità, e in pari tempo avrei adescato alcuno a dedicarsi ad uno studio tanto attraente, nel quale non sarebbe difficile avere la soddisfazione di far conoscere nuove forme.

A tale intento io riflettevo alla abitudine delle salpe, le quali nella calda stagione navigano alla superficie delle acque, formando lunghissime catene serpeggianti. Se pertanto questi animali fanno quasi esclusivo loro alimento delle Diatomee, ingurgitandone grandissimo numero, come ne fanno indubia fede le spoglie silicee, che si ritrovano nel loro tubo alimentare, è prova certa che quelle devono trovarsi in alto mare, e a traverso la massa delle acque. È poi noto a chiunque menomamente siasi famigliarizzato con lo studio delle Diatomee, che la loro precipua azione organica consiste nella decomposizione dell'acido carbonico, la quale decomposizione ha luogo soltanto sotto l' influenza dei raggi solari. Da questi riflessi deducevo che le superficie del mare specialmente quando è in calma, e allora che splende il sole doveva essere ricoperta da Diatomee pelagiche, e presentarsi in similitudine di verde prato che vedesi smaltato di fiori infiniti di vario colore.

Nè mi trovai deluso nella mia speranza allora che ebbi l'idea di strascinare alla superficie delle acque una piccolissima retina di velo di seta, di quel tessuto che vuole adoperarsi per fare i vagli più fini. Nell'andare a diporto in barchetta, ne faceva trarre a rimorchio il mio arnese da pesca, la di cui cordicella sono uso tenere a mano per essere così fatto accorto al momento se il battello vada con velocità soverchia, nel quale caso non avrebbe luogo il filtramento delle acque a traverso le finissime maglie del tessuto, o ne verrebbero asportate le minime forme organiche, che vi sono depositate. Per tal modo dopo avere rimorchiata press' a poco per un'ora la retina a schiumare la superficie delle acque, in vaso di acqua perfettamente limpida rovesciando il retino vi introduco la mano per risciacquare meglio il sacchetto di velo. Con questo l'acqua, di limpida che era, vedesi resa torbida, e nel traguardare contro luce si riconosce, che la limpidezza è alterata dalla sospensione nel liquido di innumerevoli minutissimi fiocchetti, che in seguito si andranno a deporre, oltre a grandissimo numero di animaletti di stranissime forme che vanno guizzando nel liquido o che a sbalzi volteggiano, e si riconoscono per entomostrachi, larve di molluschi, piccolissime meduse, rizopodi, e infinite altre creature viventi.

Però è cosa troppo rara che le acque dell'Adriatico siano limpide lungo il nostro litorale, ed in un solo caso mi avvenne di avere in Fano una interessante raccolta di tal genere fatta nel modo su indicato e di sufficiente purezza. La spiaggia sottile ed arenosa del nostro mare aggiunta alla moltiplicità dei corsi di acque dolci e dei fiumi, fa che l'onda salsa nel filtrare a traverso il retino vi depone infinito numero di minime particelle marnose, che deturpano le preparazioni. Perciò in più volte mi sono condotto all'opposto litorale della Dalmazia, dove la limpidezza delle acque è assoluta e inalterata, e dove per le sudette ragioni mi ripromettevo facilità di osservazioni su le Diatomee viventi e opportunità a farne belle raccolte di forme pelagiche.

L'esito corrispose quasi sempre alla mia attesa, e quindi ho avuto agio ad allargare le mie cognizioni su tali organismi. Nelle raccolte fatte a mare aperto nelle acque di Spalato e altrove ebbi luogo a pescare numerosi esemplari di più specie di *Peridinium* della famiglia degli entomostrachi, ai quali devesi per la maggior parte il grazioso e interessante fenomeno della fosforescenza del mare. Ma dopo questi nel maggior numero dei casi la forma più abbondante e più frequente ad incontrare era una Diatomea a frustuli bacillari, la quale attirava subito lo sguardo per la disposizione radiante, nella quale

mostravasi. Tale tipo presentava una forma perfettamente lineare, il di cui profilo longitudinale vedevasi fiancheggiato da ciascun lato con una fila di piccoli granuli rilevati da dare l'aspetto di una seghetta. Un tale carattere sembra escludere assolutamente il poter riguardare quel tipo come appartenente al genere *Synedra*. Meglio forse potrebbesi dire *Bacillaria* se non fosse che quello che costituisce precipuamente questo genere è la singolare proprietà per la quale l'un frustulo con moto lineare striscia continuamente sul lato del frustulo vicino. La costanza della disposizione radiante dei frustuli riuniti da un cuscinetto centrale mi faceva propendere a riguardare quella nuova forma quale *Asterionella*, genere creato da Hassal e costituito da frustuli lineari aderenti all'angolo adiacente per modo da formare una stella. Però a riconoscere quest'organismo per una *Asterionella* si opponeva la circostanza che nel genere di Hassall una estremità dei frustuli o tutte due sono rigonfie, e quindi per il caso nostro si sarebbe dovuto allargare il concetto della data definizione e modificarne la frase.

Mi avvidi pertanto di avere sott'occhio un tipo dei più interessanti per la novità della forma, che ignoravo avere alcuno osservato, e per la singolarità di sua disposizione, e per l'abbondanza con la quale si presentava. Nè questa mi si presentò una sola volta, mentre non solamente ebbi opportunità di raccoglierla ed osservarla a Spalato in Dalmazia; ma in ripetute volte la riscontrai ancora lungo il nostro litorale a Fano e a Rimini e ad Ancona. Dopo avere a lungo e inutilmente ricercato se alcuno ne avesse fatto parola, finalmente mi venne fatto di leggerne un breve cenno dato dal Ch. Sig. Alberto Grunow (Ueber einige neue und ungenünd bekaunte Arten und Gattungen von Diatomaceen. Von A. Grunow. — Jahargang 1863), e la riconobbi alla Fig. 18, Tav. V come identica alla nostra forma Adriatica. Il nome dato a questa nuova forma, osservata dall' Autore in una raccolta riportata dal Cavaliere di Frauenfeld dal viaggio della Novara e proveniente dall' isola Tilanshang una delle Nicobar, è precisamente Asterionella (?) Frauenfeldii, combinando così nella prima idea da me avuta; ma il Grunow volle aggiungere alla determinazione generica il segno (?) dubitativo in riguardo al non avere la forma in discorso l'estremità inferiore dilatata. Intanto contro ogni mia speranza mi veniva fatta l'onorevolissima offerta di volermi incaricare dello studio e della relativa compilazione monografica della preziosa raccolta di Diatomee riportate dalla grande spedizione scientifica Inglese del Challenger: potevo io avere la forza di animo a declinare un tanto onore?... Al ricevere pertanto il prezioso invio nel dare una prima

occhiata alle raccolte di superficie e pelagiche, riconobbi che tra le Diatomee galleggianti nella baja di Jedo al Giappone la forma dominante era identica a quella da me per replicate volte incontrata nell'Adriatico. Circostanza così singolare che una medesima forma organica trovassesi dominante nel mare del Giappone cioè a Jedo e all'isole Nicobar, e in pari tempo avvenisse lo stesso nell'Adriatico, senza che si potesse dire altrettanto del Mediterraneo e degli altri mari avrebbe costituito un fatto da non poterne escogitare ragione plausibile. Perciò mi adoperai con ogni mezzo a ricercare se il medesimo tipo fosse stato ritrovato da alcuno in altri mari. Intanto nella Primavera dello scorso anno mi portai all'Elba, ed ivi mi adoperai a fare pesche replicate di Diatomee pelagiche con il solito retino galleggiante. Non potei però dirmi fortunato nelle mie raccolte, avendo incontrato un periodo di tempo variabile e di mare incostante; ma ad onta di tali contrarietà ebbi luogo di riconoscere fra i diversi organismi ottenuti in una pescata qualche piuttosto raro frustulo bacillare, il quale però in tutto si identificava con la forma Adriatica. In seguito nell'esaminare minutamente per punto e per segno una interessantissima preparazione gentilmente speditami da un corrispondente Inglese contenente rare forme pelagiche del Ch. Diatomologo Dott. Stolterfoot pescate nell'estuario della Dee, notai un esemplare perfettamente identico al tipo in discorso. Per tal modo ho dovuto finalmente convincermi che la medesima forma diatomacea tanto abbondante nel mare Adriatico e in quello del Giappone non manca nel mare Mediterraneo e nell'Atlantico, e viene anche ricordata fra le Diatomee del mare di Giava dal Ch. Naturalista Svedese Professore T. Cleve. (Examination of Diatoms found on the surface of the sea of Java). Questa circostanza di una Diatomea comunissima, propria forse di tutti i mari, la la quale con tutto questo rimase quasi fin al presente ignorata, valga a farci intendere come tuttora poco conosciamo della vita microscopica del mare, e ci renda in pari tempo guardinghi nel correre alle deduzioni.

Ma quel poco che noi sappiamo intorno questa interessantissima Diatomea, che unicamente consiste in quelle brevi frasi, che ce ne disse il Ch. Sig. A. Grunow è tale che mi fa credere che il sudetto distinto Osservatore non abbia portato la sua attenzione altro che a qualche misero ed incompleto esemplare, se non pure a materiale già trattato con acidi e per lo meno bruciato sul vetrino. Come sarebbe altrimenti possibile che quel solerte Micrografo non avesse fatto cenno sul modo singolare con il quale i frustuli di questa Diatomea vedonsi aggruppati? Fin dalle prime volte che mi ven-

ne dato osservare questo tipo organico, nel notare la disposizione esattamente radiante dei suoi frustuli dovetti rimarcare, che questi vedonsi aderire insieme per mezzo di un cuscinetto centrale ben definito, e di forma costante , nel quale è immersa l'estremità di ciascuno. Questo cuscinetto jalino gelatinoso, il quale dileguasi per azione di acido o per abbruciamento, è vuoto nel mezzo e costantemente aperto da un lato di guisa da presentare la forma di elegante armilla. I frustuli aderenti semplici o binati irraggiano intorno regolarmente in otto parti eguali , a meno che lo spazio circoscritto dai due frustuli estremi è alquanto maggiore. Mai mi avvenne di vedere radiare da un medesimo centro più di otto frustuli, questi però vedonsi semplici o geminati per avvenuta fissione.

Nelle medesime circostanze e nelle istesse raccolte incontrasi simile forma bacillare di maggiore o minore lunghezza e di caratteri identici, la quale però vedesi unita in serie a zig zag. I frustuli di questa aderiscono insieme l'uno all'altro per mezzo di un cuscinetto jalino triangolare circoscritto per due lati dal profilo della estremità dei due frustuli adiacenti. Dalla prima occhiata mi si mostrò evidente l'identità di questo tipo organico bacillare, sia che radiassero i frustuli dal cuscinetto centrale, sia che formassero serie alterna, allorchè nella grande moltiplicità degli esemplari potei vedere che avvenuta la deduplicazione dei frustuli aderenti all'armilla, questa rompevasi e i due frustuli aderenti all'altra estremità divaricavano per quanto lo permetteva il vincolo del cuscinetto che ne riuniva gli apici. Parmi non scorrere d'avantaggio a dimostrare che tali circostanze abbiano singolare importanza da meritare di essere ricordate nella definizione, nè so intendere come il sullodato insigne Naturalista Austriaco le abbia potuto tacere. In seguito giunsi a sapere che lo stesso Sig. Grunow abbia variato la determinazione della pretesa *Asterionella Frauenfeldii*, costituendone il genere *Thalassotrix*, e dicendola *Th. Frauenfeldii*, riunendo sotto lo stesso l'altra singolarissima Diatomea la *Synedra thalassotrix* , Cleve , con il nome di *Th. longissima*. Ignorando in quale pubblicazione leggasi la definizione del nuovo genere Grunowiano e avendone sin ora indarno richiesto l'Autore, mi rivolsi al gentilissimo Sig. Professore T. Cleve di Upsala. Questi mi fece conoscere che secondo Grunow il nuovo genere bacillare distinguesi dal genere *Synedra* per la circostanza che i frustuli di questo sono striati, mentre quelli sarebbero denticulati.

Nell'apprendere una tale modificazione di nomenclatura di queste due Diatomee ho voluto rendermene esatto conto con prenderle a studiare di

nuovo, e a ciò fare le ho prese ad esaminare nuovamente, valendomi di preparazioni al balsamo e a secco. A tale scopo ho avuto ricorso al mio ottimo objettivo di Zeiss a immersione omogenea, e così ho potuto con ogni certezza precisare ogni particolarità strutturale delle due forme diatomacee. I frustuli bacillari della forma o radiante o a zig zag vedonsi esattamente lineari con fila di granuli percorrenti ambo i lati del profilo longitudinale. La *Synedra thalassotrix*, Cleve, ha il profilo dei lunghissimi frustuli fiancheggiato da fascia di minutissime strie (da 1370 al millimetro), oltre di che nelle preparazioni a secco distinguesi una fila di piccole spine ad eguali intervalli, ma per lo meno del quadruplo più distanti l'una dall'altra di quello che lo siano le strie sopra indicate. Di tale doppia fattura, che vedesi nella *Synedra thalassotrix*, non si ritrova traccia nella Diatomea, che già fu detta *Asterionella Frauenfeldii*, oltre di che la Synedra ha una fascia laterale striata, mentre l'altro tipo è semplicemente contornato da fila di granuli. Quindi non saprei riconoscere in queste due forme di Diatomee la circostanza caratteristica su la quale il Sig. Grunow ha creduto costituire il nuovo genere Thalassotrix, e duolmi dovere contradire un Micrografo così distinto ed autorevole. Oltre di che non credo che alcuno possa disconoscere l'inopportunità di riunire in un solo genere due tipi organici tanto fra loro differenti sotto ogni rispetto, come sono le due forme sopraindicate.

Nella *Synedra thalassotrix* di fatti abbiamo una forma bacillare di straordinaria grandezza, mentre se ne incontrano lunghe tre millimetri. Queste sono flessuose e affettano la disposizione tabellare, mentre se ne hanno continuamente quattro o sei parallelamente unite ed aggruppate ad una delle loro estremità, nè vi si incontra traccia di cuscinetto che le riunisca. È indubitato che la circostanza dei denticuli nel loro profilo aggiunta alla fascia finamente striata è un fatto nuovo nel genere *Synedra*, ma tale disposizione non si riconosce altro che nelle preparazioni a secco, nè (almeno per quanto io mi sappia) alcuno ha fatto preparazioni a secco per ogni specie a quello appartenenti da potere accertare che in nessuna altra specie di Synedra incontrisi simile particolarità. Nell'altra Diatomea bacillare oltre che nella fattura del frustulo siliceo non si riconosce altra particolarità se non che la fila marginale di granuli, v'è poi la singolarità del cuscino centrale in forma di armilla, e l'altro cuscinetto terminale, che servendo fra i due frustuli quasi da cerniera, li riunisce in serie alterna a guisa di una Tabellariea. Nel genere *Synedra* hannosi talune specie, nelle quali i

frustuli tengonsi per una estremità aderenti ad un peduncolo semplice o ramoso o a un cuscinetto gelatinoso: ma non si incontrò mai che il cuscinetto presentasse costantemente forma armillare bene definita, e molto meno ci è dato riconoscere delle Synedre in disposizione alterna per mezzo di cuscinetti terminali, che leghino i frustuli bacillari in catena a zig zag. Come pertanto potremo persuaderci, che due forme organiche così differenti fra di loro come i due tipi di Diatomee, delle quali parliamo, che hanno le valve silicee distinte da particolarità strutturali tanto differenti l'una dall'altra, e insieme che si differenziano grandemente nel loro portamento per la presenza o meno di cuscinetto jalino di forma determinata e costante, come si potranno ritenere appartenenti ad un medesimo genere?

Amore del vero mi determinò a presentare le suesposte osservazioni intorno queste due singolarissime forme diatomacee, le quali ambedue appartengono pure alla flora marina Italiana, avendo io riconosciuto la presenza della Synedra thalassotrix, Cleve, nel Mediterraneo, e precisamente fra il contenuto del tubo alimentare di Salpa pescata a Messina. Duolmi però che lo studio diligente intrapreso su quelle due forme mi abbia portato a contradire l'autorevole giudizio del Sig. A. Grunow, al quale mi professō grato per le molte gentilezze usatemi in più circostanze. Egli pertanto essendo egualmente animato dall'amore del vero vorrà non solo perdonarmi ma anche sapermi grado della critica imparziale da me fatta. Che se io ho dovuto rigettare il suo modo di vedere senza formulare la mia opinione intorno quelle due forme, dovendo fra breve pubblicare dettagliata relazione su le Diatomee riportate dalla spedizione Inglese del Challenger, in quella occasione formulerò il mio giudizio, mentre sin da ora ritengo potere affermare che le due forme vogliono ritenersi distinte, e la forma bacillare radiante o in serie alterna deve costituire un genere a parte, del quale ho già notato due specie.

COMUNICAZIONI

Provenzali P. F. S. – Presentò la continuazione del tema trattato nell'antecedente sessione, sulla valenza dell'azoto e suoi congeneri. Tale continuazione è stata riunita nella stampa alla prima parte, che viene pubblicata in questo stesso fascicolo tra le memorie della sessione III.ª

De Rossi Prof. M. S. – *Reclamo di priorità.* – Il Prof. Michele Stefano de Rossi riferì che nella *Chronique industrielle* n. 3 di gennaio decorso, è stata pubblicata l'invenzione fatta dal signor Ingegnere Dumolin d'un *profilografo*, alla quale invenzione si dà il giusto merito d'una novità. La *Rivista Scientifica* di Firenze del 31 Gennaio riassume la pubblicazione della *Cronique*, senza farvi osservazione veruna per ciò che riguarda la novità della invenzione. Ma poi nel fascicolo del 15 Marzo la medesima Rivista pubblica una nota del prof. Marangoni, la quale rivendica all'Italia la priorità del tentativo e della soluzione del problema del rilievo automatico del terreno; ed osserva che anzi presso di noi fu anche meglio risoluto, perchè vi fu aggiunta la parte planimetrica. Attribuisce il merito primo di ciò al sig. prof. S. Vecchi di Parma, il quale pubblicò nel 1871 la invenzione d'un *Icnortometro*, che perfezionò nel 1876 e fu premiata in Parigi nel 1878. Anzi a questa occasione annuzia una prossima opera del Vecchi sulla storia delle invenzioni degli Icnortometri. Qui il riferente disse voler sperare, che il Vecchi non dimenticherà, come è accaduto al Marangoni, di citare la vera prima invenzione italiana della macchina Icnografica ed Ortografica, che risolve lo stesso problema, e che fu dal disserente inventata e pubblicata fin dal 1860. (1) Questa allora fu anche premiata nella prima esposizione universale di Londra del 1862, e nel 1864 furono pubblicate nella *Roma Sotterranea* (2) le prime grandi piante e sezioni ottenute con la medesima.

Disse quindi di prendere occasione dalla opportunità del presente reclamo di priorità per mostrare agli adunati l'ultima forma data alla suddetta macchina unitamente alla descrizione della medesima, che è tuttora inedita, da pubblicarsi negli atti della Accademia. Osservò peraltro che anche questa ultima forma del congegno è conosciuta nel pubblico, essendo stata esposta e premiata già da oltre un decennio, nell'esposizione cioè di Parigi del 1867.

(1) V. Atti della Accad. Pont. de' N. Lincei Sess. VI. 5 Maggio 1860.

(2) V. De Rossi G. B. - Roma Sotterr. T. I. Analisi geologica ed architettonica ecc.

De Rossi Commend. G. B. – *Offerta di una sua opera.* – Il commend. Giovanni Battista de Rossi, socio onorario, offrì all'Accademia l'ultima delle sue opere archeologiche, la quale ha molta attinenza con le scienze coltivate dai Nuovi Lincei Pontificii. L'opera offerta abbraccia l'illustrazione di tutte le Icnográfie di Roma dalle più lontane origini alla fine del secolo decimoquinto; e ne dà in luce dagli originali una serie quasi tutta nuova ed inedita. La topografia romana in questo lavoro è coordinata alla storia dell'agrimensura e del censo del suolo romano e suburbano e degli studi geografici e cosmografici, coi quali dal tempo di Giulio Cesare e di Augusto fu indissolubilmente connessa la romana icnografia. Così dai primi rudimenti della latina ed italica agrimensura cotesta storia è condotta a traverso il periodo repubblicano ed imperiale e tutto il medio evo, fino alle rinate lettere e scienze ed ai grandi progressi della geodesia nel secolo decimoquinto, massime per l'opera e le scoperte del celebre Leon Battista Alberti.

COMUNICAZIONI DEL SEGRETARIO

Il segretario presentò le opere e i periodici venuti in dono all'Accademia, fra le quali opere mostrò un invio della Biblioteca del Ministero italiano dei Lavori pubblici, ed un altro dell'*Academia Nacional* della Republica Argentina. Fu deciso contracambiare ambedue questi doni con i nostri Atti accademici.

COMITATO SEGRETO

Dopo le letture l'Accademia si adunò in Comitato segreto per procedere all'elezione del Presidente. La votazione fu fatta per schede e con appello nominale, secondo le deliberazioni ultime adottate per le votazioni; ed essendo 17 i votanti, risultò eletto con 15 voti il sig. Conte Abbate Francesco Castracane degli Antelminelli. Riportò un voto il ch. p. Stanislao Ferrari, ed uno il ch. sig. Commend. Alessandro Cialdi.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Soci ordinari. – Comm. A. Cialdi, Presidente – Prof. A. Statuti – Cav. F. Guidi – Prof. M. Azzarelli – P. F. S. Provenzali – Prof. Tito Armellini – Conte Ab. F. Castracane – Prof. V. De Rossi Re – Prof. F. Ladelci –

Dott. D. Colapietro – Cav. Placido Sabatucci – P. G. S. Ferrari – P. G. Foglini – Dott. M. Lanzi – Comm. C. Descemet – P. G. Lais – Prof. M. S. de Rossi, Segretario.

Soci onorari. – Mons. V. Vannutelli – Can. D. E. Fabiani.

Soci aggiunti. – Prof. Bonetti.

Soci corrispondenti. – S. E. Rm̃a il Sig. Card. Haynald – Sig. Conte de Basterot.

La seduta aperta legalmente alle ore 4 $^{1}/_{4}$ p. venne chiusa alle 6 p.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Atti della Commissione instituita con Decreto del Ministro dei Lavori Pubblici 1° Gennaio 1871, ecc.*, Roma, 1872. Tip. di E. Sinimberghi. In 4°.
2. *Atti del Reale istituto d' incoraggiamento, ecc.* — 2ª Serie, Tomo XVI. — Napoli, ecc. 1879. In 4.
3. *Atti della R. Accademia delle scienze di Torino, ecc.* — Vol. XV. — Disp. 1ª. ecc. Stamperia Reale di Torino. In 8°.
4. *Bolletin de la Academie Nacional de Ciencias de la Repùblica Argentina.* — Tome III. — Cordoba, 1879.
5. *Bibliographie Générale de l'Astronomie, ecc.* In 4°.
6. *Bullettin of the Museum of Comparative Zoology, ecc.* — Vol. VI, N. 1—2. Cambridge, 1879.
7. *Catalogo della ricca libreria del distinto Bibliofilo Signor F.*** C.*** S.*** di Firenze,* — Roma, 1880. In 8°.
8. DE ROSSI. (Gio. Battista). — *Piante icnografiche e prospettiche di Roma, ecc.* Roma, 1879. In 4.
9. *La Natura.* — *Direttore Lamberto Cappanera.* — Vol. IV. — Num. 2 — 31 Gennaio. — In Firenze, ecc. 1880. In 8.°
10. *La Civiltà Cattolica.* — Anno trigesimoprimo — Serie XI. — Vol. I. — Quaderno 712—714. Firenze, ecc. 21 febbraio 1880. In 8°.
11. *Mittheilungen der kaic. und kongl. Geographischen Gesellschaft in Wien, ecc.* Wienn, ecc. 1878.
12. *Monografia Statistica sul servizio delle sussistenze militari, ecc.* Roma, 1880. In 4°.
13. MAGANZINI (Italo). — *Relazione di missione a S. E. il Sig. M. dei Lavori Pubblici,* Tip. Bencini, ecc. 1878. In 4°.
14. —— *Sui lavori eseguiti nei Belgio, ecc.* — Roma, ecc. 1877.
15. *Pubblications of the Cincinnati Observatory, ecc.*, 1878—79. In 8.
16. *Polybiblion.* — *Revue Bibliographique Universelle — partie Littéraire ecc.* Deuxième Série. — Tome Cinquième, Sixième. — XXVIIe, XXVIIIe de la collection. — Paris ecc. 1880. In 8.°
17. *Rassegna Medico Statistica della città di Genova, ecc.*
18. *Relazione del R. Istituto d'incoraggiamento, ecc.* Napoli, 1880. In-4.
19. *Regno d'Italia — Ministero dei Lavori pubblici — Cenni Monografici sui singoli servizi,* Vol. I—XII. — Roma, Tipografia eredi Botta 1878, in f°.

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE V^a DEL 18 APRILE 1880

PRESIDENZA DEL SIG. CONTE AB. FRANCESCO CASTRACANE DEGLI ANTELMINELLI.

MEMORIE E NOTE
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

SOPRA LA RELAZIONE FRA I MASSIMI E MINIMI DELLE MACCHIE SOLARI E LE STRAORDINARIE PERTURBAZIONI MAGNETICHE

COMUNICAZIONE XI.

DEL P. G. STANISLAO FERRARI D. C. D. G.

Facendo seguito alla comunicazione precedente nella quale, secondo l'usato metodo di varî anni, ponemmo a riscontro i fenomeni solari e magnetici per l'anno 1876, verremo ora esaminando i medesimi pel 1877. Come già notammo nella rassegna del 1876, per questo anno, si va sempre più confermando la progressiva diminuzione, nel senso più volte dichiarato, dell'attività solare e magnetica, quantunque sia rimasto costante il numero de'giorni d'osservazione, non essendosi cioè lasciato giorno sereno senza fare il disegno tanto delle macchie quanto delle protuberanze e delle facole.

Se si consultino i quadri da noi pubblicati nel Vol. XVII pag. 17 e 34 del nostro bullettino meteorologico da essi chiaro apparisce la suddetta diminuzione, poichè gettando un'occhiata sui medesimi, è manifesta pel 2° semestre la forma piramidale decrescente, la quale indica come diminuendo l'attività solare, essa, si vada concentrando nelle zone equatoriali, specialmente perciò che spetta alle facole. (v. tav. VI).

E quì senza creare teoriche, solo intendiamo di registrare un fatto certamente non trascurabile per lo studio della distiibuzione di questi fenomeni sulla superficie solare.

Più volte fu notato dagli astronomi il fatto del rapido salire che fa la curva che rappresenta il numero relativo delle macchie solari quando dal minimo tende al massimo, e come più lentamente vada scendendo dal massimo al minimo susseguente. In questo periodo ciò apparisce manifesto, poichè (scegliendo la curva tracciata dal Sig. Wolf) mentre dal minimo del 1867 al massimo del 1870 scorsero appena tre anni, ora son già trascorsi sette anni, e non si è ancora raggiunto il minimo assoluto che solo raggiungerassi nel seguente anno 1878. Eziandio rispetto all' anno precedente fu minore la diminuzione del numero delle macchie, poichè mentre dal 1875 al 1876 le macchie discesero da 91 a 58; dal 1876 al 1877 discesero soltanto da 58 a 49.

A maggiore conferma del fatto dell'intima correlazione fra i massimi e minimi delle macchie solari e le straordinarie perturbazioni magnetiche, non ci contenteremo di riprodurre i risultati delle nostre osservazioni già pubblicate nel Bullettino del 1877, sibbene vi aggiungeremo quelli ottenuti a Praga, a Vienna ed a Stonyhurst, e più in particolare in quest'ultima stazione, poichè intorno alle perturbazioni straordinarie, ivi suol farsi uno studio particolare.

A questa piccola diminuzione di solo nove macchie sulla superficie solare corrispose esattamente la relativa diminuzione nel medio valore dell'escursione annuale della declinazione magnetica, la quale da 6',822 (1876) scese a 6',620 nel 1877.

Avendo secondo il consueto tracciata la curva che esprime la relativa frequenza per ogni mese delle macchie solari, dal suo semplice aspetto chiaro apparisce la sopraddetta diminuzione. Cinque sole volte il numero de' gruppi o macchie salì al numero di tre contemporaneamente sul disco solare restandovi per un tempo brevissimo, il che forma uno de' caratteri della diminuita attività solare, ed avendo dagli specchi già pubblicati antecedentemente esaminato l'estensione in millimetri quadrati dell' area di superficie perturbata e dal quadro finale di ciascun numero del bullettino di quest'anno 1877 lo stato del magnetismo corrispondente a quest'epoche, trovammo con nessuna nostra sorpresa, sussistere tuttora la mirabile coincidenza di questo duplice ordine di fenomeni, e precisamente ai cinque massimi indicati corrisposero le cinque straordinarie perturbazioni magnetiche più forti che siansi da noi avute in quest'anno.

Mantennesi pure ferma la legge altrove stabilita della perfetta corrispondenza delle perturbazioni, anche mediocri, coi massimi e minimi de' singoli periodi come a colpo d'occhio rilevasi dalla curva, e confermossi eziandio l'altra legge della coesistenza della perturbazione straordinaria, per l'epoca di calma, coll'apparire di una macchia o di un gruppo sulla superficie solare che poc' anzi ne era sprovvista.

Come facemmo nell'esame di questa strettissima correlazione per gli anni antecedenti, ancora pel 1877 porremo a riscontro i fenomeni magnetici avvenuti da noi con quelli di altre stazioni, di quelle cioè che gentilmente comunicaronci i risultati delle loro osservazioni. Per questo anno esse sono quelle di Vienna, di Praga e di Stonyhurst. Or veniamo all'esame dei particolari.

Il 1° periodo, tanto pel numero quanto per la quantità dj superficie perturbata (1) è compreso fra il principio di Gennaio ed il 30, con due minimi di zero assoluto ed un massimo di 49^{mmq} di superficie perturbata il giorno 19. Riporteremo le note che il compianto p. Secchi poneva al riassunto delle macchie e protuberanze solari per questo mese; essendo questo l'ultimo anno de' suoi lavori scientifici poichè nel 2° semestre già cominciò a risentirsi di quel terribile malore che dovea trarlo al sepolcro!

1–2. Pochissima roba.

4–10. Sempre tempo velato, impossibile l'osservazione. Macchie piccole, risvegliasi il moto.

Quantunque impedita l'osservazione, non indifferente dovette essere questo risvegliarsi dell'attività sulla superficie solare; poichè a questa appunto corrispose per noi una fortissima perturbazione in tutti i magneti, ma specialmente nel bifilare il quale percorse nella sera e nella notte del 6 ben 38,2 divisioni della sua scala cioè a dire 1° 6',75. Il declinometro aumentò più del triplo l'escursione media per questo mese cioè percorse un' arco di 12',51 ed il verticale 15,'54. A Praga il declinometro fra le 10^h del 6 e le 10^h del 7 percorse 19'. A Stonyhurst il R. P. Perry notò che l'anno cominciò tranquillamente e che il primo moto irregolare di una qualche grandezza fu una leggera deviazione dell'ago verso ovest alle 4^h pom. del 6. Come pure ne' giorni 7 ed 8 si ebbero delle istantanee vibrazioni nel declinometro. A Vienna pure fu discreta la perturbazione nel declinometro che percorse 9'

(1) Nota. Giova il richiamare alla memoria che il raggio della proiezione da noi usata essendo $121^{mm},5$ la sua superficie sarà 46377 mill. quadrati: quindi essendo computata l'area del disco solare per 100,000 (centomila), un millimetro sarà 2,1562 cento millesime parti.

fra le 9^h pom. del 6 e le 2 pom. del 7. Il medio dell' escursione per questo mese è di 3',9, in questo anno, compresovi le perturbazioni straordinarie. Seguono ora le note del P. Secchi.

14. Vi è recrudescenza, due grandi macchie 4 e 5, e molte facole. Qualche baffo alto.

15–17. Due belle macchie nucleari 4 e 5.

18–19. Durano le due belle macchie, una circolare perfettamente a nucleo semplice: l'altra tonda a molti nuclei e punti intorno. Varie fiamme.

24. Tramontata la 4, vi è la 5 con molte facole. Fiammoni alti e larghi presso la macchia 5.

25. Tramontata la 5 che lascia dietro a se facole.

28. Arco vivo e piccola eruzione a 99°. Macchia nel mezzo.

30. Facole vive e fagiuolo nel luogo dell' eruzione di ieri. Calate tutta ad un tratto le eruzioni.

A questi due risvegli d'attività solare corrisposero da noi due discrete perturbazioni, la 1^a. nel declinometro e nel bifilare il giorno 15. la 2.^{a} nel bifilare il 23. Simili perturbazioni furono notate a Stonyhurst dal 13 al 17 e specialmente il 16. Come pure nei giorni 23, 25, 26 e 28. Conchiude l' elenco delle perturbazioni di questo mese il P. Perry dicendo: la forza verticale magnetica fu contro l' usato assai tranquilla in questo mese. Esaminando quindi i valori dell'escursione del magnetometro a bilancia da noi si ottiene per escursione media di questo mese, il valore di 3 sole divisioni ossia di 6',36. Soltanto il giorno 6 come dicemmo si ebbero 15',54 ed il 15, furono 9',37. Mentre negli anni del massimo percorreva fino a 20 e 30 divisioni della scala anche allora quando non era perturbato.

Il giorno 30 la superficie solare fu al tutto priva di macchie, e così ebbe fine il 1° periodo.

Il 2.° periodo comincia dal 30 Gennaio e chiudesi il 18 Febbraio. Esso comprende nel suo brevissimo giro due periodi parziali, il primo de'quali si estende dal 30 Gennaio al 4 Febbraio, il 2° dal 4 al 18, termine del periodo. Anch'esso ebbe per limiti lo zero assoluto; il 1.° massimo secondario fu di 4^{mmq}, il 2.° di 11^{mmq} di superficie perturbata. Come si scorge da queste cifre esso fu di poco rilievo; pur tuttavia a questi due massimi, tanto da noi quanto a Stonyhurst (che a preferenza degli altri osservatorii tiene conto speciale delle perturbazioni straordinarie mensili) si ebbero le corrispondenti agitazioni ne' magneti quantunque mediocri, quali convenivano a sì mediocre manifestazione dell'attività solare. Ecco come si esprime il P. Perry. « In questo mese

» non vi furono grandi irregolarità in ciascuna delle tre curve. Le sole
» che meritano di essere menzionate sono quelle del mattino del 3 e della
» sera del 12, 13 e 14. Come pure al mattino del 18 ed al mattino ed a sera
» del 20. Si ebbero due piccole perturbazioni il 22 e 23. »

Dando ora un'occhiata al nostro quadro comparativo (pag. 24) del bullettino precisamente nei giorni 2, 3, 11, 20, 21 si ebbero le più forti escursioni, specialmente nel bifilare, e nei giorni susseguenti i magneti, sebbene con minore ampiezza, continuarono ad essere perturbati. Può darsi coincidenza più singolare?

Il primo periodo parziale fu formato dall'apparire e scomparire delle macchie 7 ed 8 ambedue piccolissime; il 2.° dalle macchie 9 e 10. Il numero però e l'area delle protuberanze fu maggiore nel 1.° periodo. Il giorno 2 l'area delle protuberanze era espressa pel numero 492. Il giorno 7 pel numero 328. Non sarà inopportuno il riferire qui la nota che il P. Secchi fece alle osservazioni di questo mese intorno al diverso modo di numerare le macchie sul Sole.

« Questo mese, egli dice, è molto opportuno per far vedere che differenze
» enormi possano aversi nella classificazione ed enumerazione delle macchie.
» Chi conta i soli gruppi *nuovi* ne avrà contato 4, cioè 7, 8, 9, 10. Chi
» conta ogni giorno tutti i gruppi *visibili* ne avrebbe notato 13, eppure
» queste erano macchie semplici: sarebbero salite a qualche centinaio se esse
» fossero state di gruppi multipli, misti a pori, come per lo più accade.
» L'area quindi è l'elemento il meno equivoco, quando si voglia fare una
» semplice approssimazione. »

Il minimo assoluto col quale termina questo periodo durò dal 18 al 25. Il 25 notavasi dal P. Secchi « Recrudescenza generale a levante. Eruzione. Non
» si vede ancora la macchia, ma si vede la facola prominente all'orlo. Do-
» mani comparirà la macchia. »

« 26. Precisamente eccola ». Ed eccoci al 3° periodo.

Il 3.° periodo, breve anch'esso, dal minimo del precedente si estese fino al 12 di Marzo con un massimo di 20^{mmq} e due minimi a zero. Così descrive nelle sue note giornaliere il P. Secchi lo stato dell'attività solare per questo periodo.

1. Marzo. Macchia comparsa improvvisa, due nuclei.

10. Intervallo di tempo cattivo dal 6 al 10. La macchia 12 pare risoluta in soli pori con molte facole.

11. La 12 è all'orlo, lancia fiamme dalla facola viva e dai pori.

Nello specchietto poi che accompagna queste note dall'1 al 4 si veggono comparire improvvisamente le macchie 11, 12, 13 composte di nuclei e molti pori. L'area delle protuberanze fu compresa dal 2 all'11 fra 49 e 414 mill. quadrati.

Dal canto loro i magneti corrisposero colle perturbazioni straordinarie, secondo il consueto; tanto da noi, quanto a Stonyhurst ed a Praga. Restando ferma la coincidenza dei giorni nelle tre stazioni, si fu a Stonyhurst che fecesi sentire più fortemente la burrasca (Storm) magnetica. Ecco come ce la descrive il soprallodato P. Perry.

« Una notevole perturbazione occorse fra le $9^h\ 30^m$ pom. del 1.° di Marzo,
» e le 10 ant. del giorno seguente. La posizione più orientale dell'estremità
» Nord dell'ago fu raggiunta in pochi minuti dopo le 10 pom. ed il suo
» massimo occidentale alle 8^h ant. L'escursione fu di 28' 22." Questa per-
» turbazione fu più risentita nelle curve del declinometro e dal verticale
» che in quelle della forza orizzontale. Deboli ed irregolari moti a un dipresso
» somiglianti fra loro si ebbero nei tre giorni seguenti. Al mattino del 10
» una quantità di piccole e rapide oscillazioni nel declinometro precedettero
» la perturbazione che fu la più forte di tutto il mese. Fra le 7^h pom.
» del 10 e le 9^h ant. del mattino seguente la declinazione aumentò di 37' 36."
» Nella sera dell'11 tre moti verso Est, sempre crescenti in grandezza, si
» succedettero ad intervalli di 2 ore e mezzo, ed il 13 furonvi tre simili
» perturbazioni più ampie nella sera. La maggiore di tutte si ebbe il 12,
» ma in direzione opposta. Furonvi ancora delle tracce d'irregolarità il 14, 15
» e 16 e sembrarono connesse colla perturbazione del 10. » Fin quì il Ch. Autore.

Siccome nell'Osservatorio di Stonyhurst le oscillazioni de' magneti vengono tracciate col processo fotografico in curve continue, è manifesto che ivi assai più minutamenee vengono notate le singole perturbazioni e però non può con esse istituirsi un perfetto confronto con quelle che vengono osservate ad ore determinate. Soltanto coincidono nell'epoca e nel generale carattere, il che è sufficiente. Che se s'istituisca questo paragone fra quelle stazioni che al pari di noi non usano la fotografia e presso a poco osservano nelle medesime ore tropiche, il parallellismo è ancor più manifesto. Siano ad esempio Praga con Roma. All'Osservatorio di Praga le osservazioni degli strumenti magnetici si fanno a $18,^h$ 22^h 2^h 6^h 10^h di TM. locale. A Roma si facevano da noi 19^h, 21^h, $22^h\ 30^m$, 12^h, $1^h\ 30^m$, 3^h, 6^h, 9^h. TM. locale. Esaminando le escursioni giornaliere, nell'epoche delle sopraccennate perturbazioni, nei declinometri di Roma e di Praga, troviamo che nel mese

di Marzo, precisamente ne'giorni 2, 10 e 14, di questo periodo mirabile fu in essi l'accordo nelle loro escursioni diurne. Infatti il giorno 1 l'escursione diurna a Praga fu di 3',4 ed a Roma di 2,5 divisioni della scala le quali ridotte in arco e corrette dalla torsione, ossia moltiplicate pel valore angolare = 1',368 ci danno appunto il valore di 3',4 perfettamente eguale a quello di Praga. Il giorno seguente a Praga. l'escursione fu di 10',2 ed a Roma di 8',34 colla tenue differenza di 1',86. Il giorno 9 a Praga l'escursione fu = 4',1 ed a Roma parimenti = 4',1. Il 10 fu a Praga = 9',8 ed a Roma = 7,'4, ma notisi che a Praga si osservava alle 10^h epoca del minimo mentre a Roma si osservò alle 9^h, ora nella quale il minimo non erasi ancora raggiunto. Finalmente, il 13 a Praga l'escursione fu = 6',0 ed a Roma = 5',62 ed il 14 a Praga si mantenne = 5',6 mentre a Roma salì a 9',18 cioè fu più sensibile da noi la perturbazione, come a Stonyhurst.

Non dee recar meraviglia a chicchessia se abbiamo colto di passaggio quest'occasione, entrando in sì minuti particolari: ciò fu per dare una novella prova del quanto esattamente soddisfi al suo compito il tanto calunniato declinometro del P. Secchi. Il P. Secchi non ha mai negato essere pesante la sbarra del suo declinometro; ma non è forse con essa che si sono confermate e stabilite esattamente le leggi dell'andamento diurno ed annuale del magnetismo terrestre come ne fanno chiara testimonianza i risultati ottenuti? Se ora la scienza ha in parte modificato i suoi metodi, non dee poi per ciò stesso inconsideratamente conchiudersi che dunque prima non si è saputo far nulla di buono pel suo progresso. Se ad altri piaccia accattarsi lode di scienziato con simili modi, tal sia di lui, noi non ne saremo punto commossi, ed ameremo meglio di essere compagni ad un P. Secchi nell'obbrobrio, che a siffatti aristarchi nella lor gloria. Il perchè intendiamo fin d'ora d'aver chiusa per sempre con essi ogni discussione. Proseguiamo.

Il 4°. periodo simile al precedente nella breve durata di soli 14 giorni, dal fine del precedente si estende fino al 28 Marzo con un altro minimo a zero. Il suo massimo fu 18^{mmq} di superficie perturbata. Il tempo cattivo contrariò grandemente le osservazioni, ma da una nota del P. Secchi apparisce che sul gruppo n.° 14 formato da due serie di punti, era sensibile l'attività solare, poichè dal 18 al 21 trovaronsi più sviluppati. Un altra regione con facole e punti comparve all'Est il giorno 25.

Or bene, a questa per altro sì tenue manifestazione dell'attività solare corrispose la relativa perturbazione straordinaria negli strumenti magnetici.

Queste furono come nelle precedenti negli identici giorni sentite da noi ed a Praga cioè nei giorni 22, 26, e 30.

L'escursione del declinometro a Praga il giorno 22 fu = 5',8 a Roma fu = 9',2 cioè più sensibile. Il 26 a Praga si ebbe 10',0 di escursione, e precisamente 10',0 si ebbe a Roma. Il 30 il declinometro percorse un arco di 12',2 ed a Roma 10',13. A Stonyhurst il 29, 30 e 31 i magneti furono irregolari ma meno perturbati che da noi ed a Praga. A Vienna poi, meno ancora.

Da tutto ciò è manifesto come nello studio di così fatti fenomeni affine di riconoscerne la mutua correlazione vuolsi principalmente avere riguardo al carattere generale dell'andamento diurno degli strumenti nelle varie stazioni, e non già all'indole de' singoli moti che, posta la perturbazione, possono concepire i varî strumenti. Ciò sarebbe un pretendere di soverchio, ed ognun sa che fra le altre cause v'influisce eziandio la differenza di latitudine. Pur tuttavia, malgrado ciò, colpisce ognuno, che ricerchi spassionatamente la verità, la mirabile concordia ne' moti degli aghi e delle sbarre che si scorge esistere anche fra luoghi collocati ad enormi distanze sulla superficie del globo, come per altri anni, nell'epoca specialmente del massimo, abbiamo copiosamente mostrato nelle precedenti memorie.

Il 5º periodo è compreso fra il 28 Marzo ed il 30 Aprile. Il primo minimo è zero, il 2º è di 2^{mmq} di superficie perturbata. Il massimo assoluto fu di 23^{mmq}: il giorno 15. Si ebbe però dal 5 all'11 un piccolo periodo secondario fra zero e 3^{mmq} cagionato dall'apparire e dal chiudersi d'una piccola macchia Quanto allo stato dell'attività solare ci rimettiamo secondo l'usato alle seguenti note del P. Secchi.

1-6. Fino ad oggi nessuna macchia, oggi ne comparisce una a levante, con cumulo forte e vivo sull'orlo vicino ad essa.

7. È rianimata molto l'eruzione d'idrogene a ponente.

8. Non si fece che un poco di figura a ponente per l'aria, ma è cessata tutta l'eruzione.

11. Svanita la macchia e le facole.

Or bene a questo piccolo e parziale risveglio nell'attività solare tanto da noi, quanto a Praga ed a Stonyhurst i magneti furono proporzionalmente perturbati. Il 5 furono da noi larghi tutti e tre i magneti, ed il giorno 8 fu largo perturbato e calante il bifilare. A Praga il declinometro percorse il 5 un arco di 11',8 cioè pressochè il doppio dell'escursione media mensile che è di 6',27 in quest'anno. Il giorno 8 percorse un arco di 11',5. Da noi il

bifilare calò di 19.′ A Stonyhurst nota il P. Perry che il giorno 8 al mattino vi fu una perturbazione la quale durò per due giorni come da noi.

Il giorno 13 osservò il P. Secchi un nucleo con gruppo di pori sulla facola del dì precedente. Pel giorno 15 soggiunge. « Gruppo improvviso di » mediocre grandezza che però fece stupire M.r Janssen ». Veramente recò a tutti meraviglia come ad un tale scienziato facesse sì grande impressione tale improvvisa comparsa sul disco solare di questo gruppetto che misurava il 15 soli 23^{mmq} di superficie, il 18 ne avea soli 19 ed era ridotto a 7^{mmq} il giorno 20; oltre a ciò presentava un'aspetto di somma superficialità come appariva manifesto dalla forma della sua penombra. Non avendo sottocchi il passo de' Resoconti dell' Accademia delle scienze rimasti all' Osservatorio (quantunque di assoluta proprietà del P. Secchi come socio corrispondente, e da esso legatici per testamento) non possiamo riprodurre testualmente le sue parole, ma ben mi ricordo che per fino fece allusione ad un risveglio di attività sulla superficie solare quale soleasi vedere nell'epoca de' grandi massimi. Tanto che il P. Secchi in fine delle note per questo mese credè opportuno, a scanso di malintesi od equivoci, di scrivere l' osservazione seguente.

« I criterii dell'attività solare sono:

» 1.° Numero delle macchie ed estensione.

» 2.° Delle protuberanze ed estensione.

» 3.° Correnti della cromosfera e direzione dei getti.

» 4.° Durata delle macchie, perchè la durata suppone la continuazione » dell' eruzione, cessata la quale, cessa ben presto la macchia. Onde la » breve durata attuale è perciò spesso indizio di calma ».

Non ostante il sommo merito scientifico del Sig. Janssen, non può negarsi che per ciò che riguarda lo studio del Sole, val meglio il giudizio di chi per oltre a 20 anni occupossi nell'osservazioni; dalle quali soltanto, e non *a priori*, può formarsi lo scienziato il giusto criterio per giudicare del valore dei particolari fenomeni.

Anche la formazione improvvisa di questo gruppo non mancò della relativa perturbazione straordinaria. Furono esagerati il declinometro e il verticale, e il bifilare calò di 22′,2. A Praga fra il 13 e il 16 il declinometro percorse un arco di 19′ ed a Vienna di 12′. Proseguono le note del P. Secchi per questo periodo.

» 21. Piccola eruzioncella a 102° variante assai. V. i disegni, bellina.

28. Gruppo di pori al luogo dell'eruzioncella di ieri. La 20 è ridotta ad un poro con facole attorno.

30. Vivissima eruzione al luogo ove ieri uscì la 22, la quale era ridotta a sole facole. È una di razza perduta. Ma tramonta: poro a lat. 36 con facole ».

Esaminando inoltre lo specchietto delle protuberanze per questo periodo, esse occuparono un'area che oscillò fra i 63 e i 257 millim. quadrati, ed anche le macchie 20 e 21 ebbero un'area complessiva che salì a 13^{mmq} di superficie.

I magneti, specialmente a Stonyhurst e da noi, si risentirono dal 23 al 25 ed il bifilare percorse a Roma 24,6 divisioni, cioè un arco di 43',05. Nè dee recar meraviglia se a preferenza degli altri strumenti esso offre maggiore sensibilità; egli è naturale che i subitanei cangiamenti dell'attività solare debbono maggiormente esercitare il loro influsso sullo stato dell'intensità della forza magnetica terrestre di quello che alterarne la direzione, sebbene nel caso delle maggiori perturbazioni ancor essa venga in proporzione modificata.

Il 6.° periodo, che può considerarsi come una continuazione del precedente, cominciando col giorno 30 aprile si estende fino al 29 Maggio. Il 1.° minimo fu di 2^{mmq} di superficie, il secondo a zero. Il 1.° massimo fu di 14^{mmq} il giorno 11, il 2.° di 13^{mmq} il giorno 22. Come già notava il P. Secchi vivissima era l'eruzione al posto della macchia 22 e l'area delle protuberanze era salita da 99^{mmq} a 224^{mmq}, indizio d'attività, il giorno 1 di Maggio era discesa ad 88^{mmq} ed il 2 era risalita a 216^{mmq}. L'area delle macchie era salita da 2 a 6^{mmq}. dall'1 al 2 Maggio.

A questo stato assai variabile nell'attività solare corrispose in grado assai rilevante quello del magnetismo terrestre tanto da noi quanto a Praga, ma principalmente a Stonyhurst ove il P. Perry osservò e descrisse minutamente la forte perturbazione registrata dai suoi apparati fotografici.

« Questo mese, egli dice, si segnalò per due grandi perturbazioni magnetiche. La prima burrasca di questo anno cominciò poco dopo le 4 pom. del 2, e durò circa 38 ore ». Poscia viene a descrivere l'influsso che essa esercitò ne' particolari strumenti; il bifilare fu principalmente perturbato il primo giorno dalla burrasca magnetica, con una grande tendenza a diminuire il valore della forza orizzontale. Più ancora si risentì la forza verticale. A Roma risentissi principalmente il bifilare che nei giorni 2 e 3 per-

corse 14 divisioni della scala ossia un arco di 24′. A Praga invece fu il declinometro, che percorse un arco di 12′,6. A Roma percorse 10′,6.

Dal 6 al 9 nota il P. Secchi che nascevano varie macchiette, ma il tempo cattivo impediva l'osservazione. Il giorno 9 eranvi tre piccole macchie che il giorno 11 misuravano 14 mmq di superficie. La granulazione sul sole era assai spiccata e minuta, e bella la cromosfera.

Ed ecco che precisamente il giorno 11 si ebbe tanto da noi quanto a Praga ed a Stonyhurst la 2ª fortissima perturbazione straordinaria ne' magneti. A Roma il declinometro percorse 10′,0; ma il bifilare ed il verticale percorsero 20 divisioni, ossia un arco di 35′ il bifilare e il verticale un arco di 40′. A Praga il declinometro percorse un arco di 15′.

Più sensibili furono come nella precedente perturbazione i magneti a Stonyhurst. Il P. Perry descrive ancor di questa 2ª perturbazione i più minuti particolari, secondo sua usanza. Ecco le sue parole: « I magneti divennero di bel nuovo inquieti poco prima delle 9h ant. dell' 11, e vedeansi dei forti moti nel pomeriggio di quello stesso giorno; il principale fu un moto verso Est di 27′ 15″ in 15 minuti, seguito immediatamente da un altro verso Ovest di 21′ 29″ in 10 minuti. Una rapida discesa della curva della forza verticale succedè immediatamente a questo vivace cambiamento della declinazione, e la curva della forza orizzontale ne fu parimenti allo stesso tempo affetta, quantunque con minore intensità. Questa diminuzione di tutte le ordinate accadde fra le 7 e le 8 ant. dell' 11. I moti dei magneti proseguirono ad essere piuttosto irregolari fin presso alle 9h ant. del 14 ». Ancor questa volta è mirabile la coincidenza delle perturbazioni fra le soprannominate stazioni.

Dal 17 al 22 fuvvi un altro risveglio d'attività sulla superficie solare con rapidi cangiamenti sopra un gruppo (27); granulazione vivissima, molte facole e fiamme assai vive. Si ebbe da noi una forte perturbazione nel bifilare il giorno 21 che percorse 35′ come il giorno 11. I magneti però generalmente tanto da noi quanto altrove furono abbastanza tranquilli per un 15 giorni, salvo il bifilare che fu alquanto perturbato dal 24 al 27. Ma la più forte perturbazione si ebbe sul termine di questo periodo, e fu per Stonyhurst la più grande di tutto l'anno; e dopo la quale, tanto nel sole, quanto nello stato del magnetismo terrestre incominciò un lungo periodo di calma, e se vi furono perturbazioni, queste, come vedrassi, furono d'assai minore importanza, come appunto dicemmo nella 1.ª Comunicazione che suole accadere presso l'epoca del minimo assoluto delle macchie sulla superficie solare.

Questa perturbazione da noi esercitò il suo influsso principalmente nel bifilare il quale il giorno 29 percorse un arco di 35',3. A Praga il declinometro oscillò di 9', e da noi percorse 10',68. Ecco i particolari di Stonyhurst per questa perturbazione. « I magneti, così il P. Perry, rimasero tranquilli per due settimane, ma verso le 9^h ant. del 28 cominciò la più grande perturbazione di quest' anno. Essa manifestossi con un movimento verso Est, il quale, debole dapprima, andò sempre crescendo a misura che accostavasi l'epoca del minimo. La più bassa lettura della curva di declinazione si fece alle 12^h 40^m ant. del 29 e la variazione della diminuzione verso Ovest fu di 46' 59''. Il magnete per la forza orizzontale, mostrò dapprima un debole aumento, che fu seguito da una rapida diminuzione di forza combinata con un moto d'oscillazione; ed il minimo fu raggiunto alle 2^h 45^m ant. del 29. La forza verticale cominciò a cadere rapidamente alle 10^h pom. del 28 e continuò fino a tanto che non fu gettata fuori dal suo equilibrio (fuori di scala) alle 11^h 55^m pom. Poco prima di giungere al suo minimo il declinometro oscillò violentemente, lunghe e rapide vibrazioni si succedettero per circa quattr'ore, allorchè esse furonsi trasformate in una specie di corte e trepidanti oscillazioni sovrapposte lungo la principale oscillazione. Il massimo Occidentale fu raggiunto alle 7^h 40^m ant. del 29; la totale escursione dopo la mezzanotte fu per la declinazione di 52' 31'', mentre che per la forza orizzontale era di 0,02254, essendo il medio mensile = 3,6391. I magneti continuarono ad essere alquanto agitati sino alla fine del mese.

Il 7.° periodo dal zero del precedente ai 29 di Maggio corre fino al 15 Giugno epoca di altro zero nelle macchie. Il massimo principale si ebbe il giorno 3 con 23^{mm} di superficie perturbata. Quantunque costituito da due sole macchie, anzi principalmente dalla sola macchia 28, pare verificossi anche per esso, colla dovuta proporzione, la già dimostrata correlazione coi fenomeni del magnetismo terrestre. Ecco su questa macchia le osservazioni e le note del P. Secchi.

3. Trovasi la 28 entrata nel disco; nucleare, bellina, perduta due giorni per le nubi. Due sole protuberanze! Facole solo sulla macchia.

4. Ingrandita la macchia, solo una protuberanza, alta, debole.

5. Macchia meglio pronunziata al nucleo.

6. La macchia si è ben circoscritta e di venuta circolare con quattro bei punti grossi.

7. Diventa a due nuclei netti ed un punto. Nessuna protuberanza.

8. La macchia cambia continuamente. Le punte pare si risentano.

12. Fino ad oggi la macchia ha fatto continue variazioni, ora ha tre nuclei.

13. La macchia è ridotta a più punti nel nucleo ed a molte facole. Riccio vivo a levante.

14. La macchia è all' orlo, ma l'aria non permette disegno. A Palermo però vi fu osservata in posto una bella eruzione di sodio, ferro e magnesio. Al luogo poi del riccio di ieri è facola con poro: questa dura anche domani 15.

Da queste osservazioni del compianto Padre Secchi apparisce manifesto lo stato di relativa attività sulla superficie solare. Or bene precisamente dal 3 al 4 fu da noi perturbato mediocremente il bifilare e fuor d'ora il verticale e fino al giorno 15 si mantennero sempre agitati. Il declinometro pure oscillò irregolarmente fra 6',0 e 10',14. A Praga fra 6' e 12'. A Stonyhurst il P. Perry osserva in generale che nel mese di Giugno non si ebbero perturbazioni di qualche importanza. Però tien nota di una mediocre perturbazione in tutti i magneti al mattino del 7 e dell'8. Come pure un piccolo aumento della declinazione alle 5^h ant. del 14. E così chiudesi il 7.° periodo.

L'8.° periodo è compreso fra il zero del 15 Giugno ed il zero del 9 Luglio. Il suo massimo assoluto fu di soli 5^{mmq} di superficie. In esso fu assai debole l'attività e può dirsi che una sola macchia (31) attraversasse il disco solare colla sua rotazione, poichè la macchia 32 e più la 33 come improvvisamente formaronsi, così improvvisamente si chiusero. Il giorno 29 la macchia 31, che il dì precedente era di pochi pori, era tutta rinnovata con almeno 40 fori, ed il 30 vedevansi sopra di essa di molte facole vive, con altre facole vive a levante.
Durante il passaggio di questa macchia i magneti tanto da noi, quanto a Praga ed a Stonyhurst furono proporzionalmente perturbati. Il declinometro a Roma il giorno 23 fece un'escursione di 12',33 ed a Praga di 13',30. A Stonyhurst il 23 dalle 4^h alle 9^h ant. eranvi sensibili trepidazioni nei moti dell'ago di declinazione, e durarono fino al tardi del 24. Dal 24 al 28 si videro nelle curve fotografiche dei tremiti che ripeteansi ciascun giorno tra le 6 e le 8 antimeridiane. Dal 22 al 28 il bifilare fu da noi continuamente perturbato, essendo pressochè paralizzato il giorno 21 e percorrendo fino a 22',75 il 25, mantenendosi così largo fino al 28.

Il 9.° periodo si estende dal termine del precedente fino al 4 di Agosto in cui si ebbe un altro zero pel minimo. Il massimo assoluto fu di 12^{mmq} il 1.° di Agosto. Tre sole macchie formano questo periodo e queste ancor piccolissime. Dal 9 al 17 fuvvi gran calma nel Sole quanto alle macchie ed

alle facole, e nota il P. Secchi come anche le protuberanze fossero generalmente filose e deboli. Parlando esso di questo periodo soggiunge: « dal quadro precedente apparisce il minimo di attività sul Sole, il quale anche dai calcoli del Sig. Wolf, cade in questo periodo. Quantunque non siano mancate protuberanze, queste oltre all'essere in minor numero sono generalmente o eguali o più deboli rispetto alla cromosfera, e nessuna ha mostrato il carattere eruttivo ».

I magneti furono anch'essi assai tranquilli, solo si ebbe una discreta perturbazione nel bifilare il giorno 21 e 22 con declinometro fluttuante da noi; ed a Stonyhurst pure furono notate dal P. Perry parecchie discrete perturbazioni dalle 3^h pom. del 21 al mattino del 23. Anche colà fu perturbato il bifilare il 21 dalle 4^h alle 8^h pom. Più di tutti fu irregolare il verticale nello stesso intervallo. Il declinometro ivi fu sommamente tranquillo (come da noi ed a Praga) dal 23 sino alla fine del mese. Al nascere improvviso della macchia 37 che formò il massimo di 12^{mmq} di superficie il giorno 1 Agosto, il bifilare fu esagerato alquanto da noi, ma il giorno 2 essa era già ridotta a 4^{mmq} ed il 4 era già scomparsa, indizio della sua superficialità sul disco solare.

Il 10.° periodo incomincia il 4 agosto e termina il 23 Settembre. Ma potrebbe ancor dirsi che ebbe principio il giorno 25 Agosto, poichè dal 4 al 22 non fu vista veruna macchia sul Sole. Nota il P. Secchi come dal 5 al 21 il Sole fu senza macchie e facole, poche le protuberanze ed in generale deboli e solo poche facole a fagioletti il 18. Il massimo assoluto del periodo fu di 28^{mmq} il giorno 7 settembre e i due minimi a zero.

I magneti tanto da noi quanto a Stonyhurst raramente si discostarono alquanto della loro escursione ordinaria per questa stagione.

Il giorno 22 spuntò la macchia 38 ove il dì precedente vedeansi ad 82° de'getti vivi e bellissimi all'Est, i quali ad intervalli sparivano. Il giorno 25 era cresciuta alquanto con 9^{mmq} di superficie ma non presentava grande attività. Anzi ne' dì seguenti andò sempre impiccolendosi fino ad essere un poro il giorno 31. Si chiuse prima di passare all'orlo Ovest.

Il suo passaggio però fu accompagnato dauna mediocre perturbazione negli aghi magnetici specialmente a Roma ed a Stonyhurst. Da noi l'agitazione si manifestò, quanto all'ampiezza dell'escursione, specialmente nel bifilare, gli altri magneti furono perturbati nel loro periodo diurno ma con mediocre escursione. A Stonyhurst dal 19 al 21 notaronsi alcune irregolarità nelle curve del declinometro e da noi in quei giorni fu sempre fuor d'ora. Dal

28 alla fine del mese esse furono più esagerate. La più grande perturbazione accadde fra le 8 pom. del 28 e le 4 ant. del 29 Agosto.

Dal 4 al 16 vi fu il passaggio della macchia 40, la quale presentò parecchi cangiamenti di forma. I magneti furono frequentemente fuor d'ora ed il bifilare dal 4 al 10 fu perturbato ed esagerato nella sua escursione diurna: il giorno 10 percorse un arco di 26',2. Fu questa macchia che diede il massimo assoluto di 28^{mmq} di superficie perturbata il giorno 7.

L'11.° periodo è compreso fra il minimo assoluto a zero del 23 Settembre e l'altro minimo pure a zero dell'8 Novembre. Salvo l'apparire ed il chiudersi d'una piccola macchia dal 25 al 30 Settembre, dal 1.° Ottobre fino a tutto il giorno 24 non fuvvi macchia di sorta sulla superficie solare. Diviene quindi sempre più manifesto lo stato di calma in prossimità del suo minimo undecennale assoluto. Dal 27 Ottobre fino all'8 Novembre, termine del periodo, vi fu il passaggio di due belle macchie (44 e 45). Il P. Secchi vi fece le seguenti note.

» 28 Ottobre. Sviluppata bene la 44, che ha un bel nucleo grande e molti piccoli. Una macchia secondaria la segue. Nata la 45 con facole. Bel cono di fili vivi a 233° che girano vorticosi, cromosfera viva al polo Nord.

29. La 44 è cresciuta, ed anche i due nuclei della secondaria. I disegni di questa macchia sono stati spediti alla Società degli spettroscopisti. Cresciuta anche la 45. All'orlo continua la calma.

3. Novembre. Aria buona. Il nucleo della 44 è raggiato, essa è diminuita, come pure la 45. Appenna tre pennacchi molto deboli.

4. Reticolato rosso ammirabile dentro al circolo del nucleo della 44, che ha moto rotatorio. La 45 sono due pori. Cromosfera bassa. Domina sempre gran calma all'orlo.

7. La 44 è vicina all'orlo, e a 260° posto preciso ov'essa tramonta vi sono getti vivissimi. A $9^h\ 30^m$ non sono molto alti, ma poco dopo cominciano a crescere e cambiano di forma a vista e sono vari e belli. Si prosegue ad osservare fino al tramonto del Sole $4^h\ 15.^m$ » Fin qui il P. Secchi. Fu durante il passaggio di questa macchia che avvenne il massimo assoluto il quale fu di 80^{mmq} di superficie perturbata.

Questo stato di attività, come più volte notava il P. Secchi, era però limitato alla sola regione delle due macchie, ma in generale sul Sole regnava una grande tranquillità. Quindi è che quantunque vi fossero le perturbazioni ne' magneti, esse però non furono che mediocri. A Roma la più forte perturbazione si ebbe tra il 3 e 10 Novembre, e il giorno 9 il bi-

filare percorse un' arco di 32'4. A Stonyhurst le perturbazioni durarono del 2 al 10 Novembre più o meno forti ed ivi ancora la più forte perturbazione si ebbe nel declinometro l'8 ed il 9; come pure a Praga.

Il 12° ed ultimo periodo, anch'esso di poca importanza, corre dal termine del precedente con minimo a zero l'8 Novembre fino a tutto il Decembre con altro minimo a zero. Il suo massimo accadde il giorno 26 Novembre con 39^{mmq} di superficie. Il tempo cattivo impedì grandemente le osservazioni; però, come ne'precedenti anche in questo, all'unica macchia (47) nucleare che misurava 39^{mmq} di superficie il giorno 26 corrispose esattamente tanto da noi quanto a Stonyhurst una proporzionata perturbazione straordinaria. magnetica. Questa avvenne contemporaneamente nelle due stazioni il giorno 24 allorchè la macchia erasi sviluppata maggiormente. Nelle prime due decadi del Dicembre nessuna macchia sul Sole. Il giorno 20 apparve una piccola macchia (e fu l'ultima di quest'anno) la 49ª che giunse appena a 3^{mmq} di superficie il giorno 22. Il 28 nuovamente totale assenza di macchie. I magneti furono assai ristretti, specialmente il declinometro e il verticale, ed un irregolare moto nel declinometro ad 1^h ant. del 29 fu a Stonyhurst l'ultima perturbazione di questo anno.

Se già in quest'anno era di molto dimnuita l'attività solare, come vedemmo, ancor più lo sarà nel seguente 1873 nel quale accadrà il minimo assoluto del periodo undecennale con sole 19 macchie sul Sole. Ma ciò formerà il tema della seguente comunicazione.

SULLE RELAZIONI FRA I PESI ATOMICI E LA VALENZA CHIMICA

NOTA

DEL P. FRANCESCO S. PROVENZALI D. C. D. G.

In una nota che in altra occasione ebbi l'onore di presentare all' Accademia (1), dalla costanza dei rapporti che passano fra i pesi atomici dei corpi mono e polivalenti, mi studiai di mostrare che la valenza o capacità di saturazione dei corpi semplici non è indipendente dai loro pesi atomici. Dipoi ho veduto che quella costanza di rapporti non è un fatto isolato, ma strettamente connesso colle relazioni che s'è trovato esistere fra i pesi atomici e le proprietà fisiche e chimiche degli elementi. Il concetto che le proprietà dei corpi semplici sieno funzioni de' pesi atomici non è nuovo nella chimica. Fino dal 1819 Dulong e Petit avevano fatto osservare che i calorici specifici degli elementi sono inversamente proporzionali ai pesi atomici. Una somigliante proporzionalità fu dimostrata da E. Kopp e Woestyn per un gran numero di corpi composti. Più tardi Dumas trovò che i pesi atomici dei corpi appartenenti alla medesima famiglia costituiscono una progressione per differenza alla maniera dei composti omologhi della chimica organica. In questi ultimi anni poi per opera specialmente di Mendéléeff e di Lotario Meyer le relazioni fra i pesi atomici e le proprietà dei corpi furono studiate sotto un punto di vista più generale e più conforme alle moderne teorie delle forze. La conclusione a cui pervennero questi due illustri chimici è che le proprietà dei corpi semplici sono in relazione *periodica* coi loro pesi atomici. Questa conclusione fu dai suddetti chimici dimostrata prossimamente vera per la densità, il volume atomico, la fusibilità, la volatilità e per altre proprietà fisiche e chimiche. Ciò mi ha fatto credere che debba essa verificarsi anche quanto alla capacità di saturazione; nè mi sembra di essermi ingannato. Disponendo i corpi semplici come si vede nella Tavola seguente, cioè secondo l'ordine progressivo dei pesi atomici, chiaramente apparisce che tali corpi possono intendersi costituire una serie formata di sei gruppi, in ciascuno dei quali la valenza percorre uno

(1) V. Atti dell'Accad. Pont. de'Nuovi Lincei, a. XXXII. Sess. III.

o due periodi ossia cresce una o due volte fino ad un valore massimo, oltrepassato il quale comincia a diminuire fino ad un valore minimo, che alle volte è uguale al primo, altre alquanto se ne allontana.

I.	*pesi atomici*	IV.			
Li'	7	Cu''	63,4	La''	139
Gl''	9,2	Zn''	44,8	Ce''	141
Bo'''	11	As''' o As^{IV}	75	Ta^{V}	182
C^{IV}	12	Se''	78	Tg^{VI}	184
Az''' o Az^{V}	14	Br'	80	Ir^{IV} o Ir^{VI}	197,7
O''	16	Rb'	85,2	Pt^{IV}	197,7
F'	19	Sr''	87,2	Os^{IV} o Os^{VI}	198,4
II.		Zr^{IV}	90	Au'''	199,2
Na''	23	Nb^{V}	94	Hg''	200
Mg'''	24	Mo^{VI}	95,8	Tl'''	203,6
Al^{IV}	27,4	Ru^{IV} o Ru^{VI}	103,6	Pb^{IV}	206,4
Si^{IV}	28	Ro^{IV} o Ro^{VI}	104,2	Bi''' o Bi^{V}	210
Ph''' o Ph^{V}	31	Pd^{IV}	106,2	To'' o To^{IV}	233,9
S''	32	Ag'	108		
Cl'	35,5	V.			
III.		Cd''	112		
K'	39,1	In'''	113,4		
Ca''	40	Sn^{IV}	117,8		
Ti^{IV}	48	U''' o U^{V}	120		
Vd^{V}	51,2	Sb''' o Sb^{V}	122		
Cr^{IV}	52,4	I' o I'''	127		
Mn^{IV}	54,8	Te''	128		
Fe^{IV}	56	VI.			
Co'' o Co^{IV}	58,6	Cs'	132,5		
Ni'' o Ni^{IV}	58,6	Ba''	137,2		

Si vede da questa tavola che quanto alla capacità di saturazione la legge di Mendéléeff si verifica in modo assai soddisfacente anche nel caso che si adottino le valenze indicate nella seconda colonna; anzi in questo caso scomparisce l'anomalia che presentano gli ultimi due termini del V gruppo.

Inoltre si vede che le variazioni periodiche della valenza coincidono a un dipresso con quelle similmente periodiche di altre proprietà dei corpi semplici. Preso p. e. il gruppo del sodio, abbiamo per le densità e i volumi atomici

	Densità	*volumi atomici*
Na'	0,97	24
Mg''	1,75	14
Al^{IV}	2,67	10
Si^{IV}	2,49	11
Ph'''	1,83	17
S''	2,06	16
Cl'	1,38	25

cioè le densità crescono e diminuiscono periodicamente al modo delle valenze; e per conseguenza i volumi atomici, che sono i rapporti fra i pesi atomici e le densità variano nell'ordine inverso, di maniera che i minimi volumi atomici corrispondono alle massime densità e viceversa.

Questa coincidenza di periodo nelle variazioni della valenza, densità e volume atomico, mentre da una parte rende più evidente l'influsso che le masse degli atomi esercitano sulla valenza chimica, dall'altra ci somministra una prova novella a favore dei pesi atomici generalmenle adottati dai chimici moderni. Per convincersi di ciò basta guardare la tavola che segue, nella quale i corpi semplici sono ordinati secondo la progessione degli equivalenti chimici.

Equivalenti

Gl''	4, 6	Az'''	14	Mn^{IV}	27, 5
C^{IV}	6	Si^{IV}	14	Fe^{IV}	28
Li'	7	S''	16	Ni''	29, 3
O''	8	F'	19	Co''	29, 3
Bo'''	11	Ca''	20	Ph'''	31
Mg''	12	Ti^{IV}	25	Cu''	31, 7
Al^{IV}	13, 7	Cr^{IV}	26, 1	Zn''	32, 6

Zr^{IV}	33, 6	Pd^{IV}	53, 3	Au'''	98, 5
Cl'	35, 5	Cd''	56	Pl^{IV}	98, 7
K'	39, 1	In'''	56, 7	Ir^{IV}	99
Se''	39, 7	To''	57, 8	Os^{IV}	99, 6
Sr''	43, 7	Sn^{IV}	59	Hg''	100
Ce''	46	U'''	60	Ag'	108
La''	46, 8	Te''	64	Pb^{IV}	103, 5
Nb^{V}	47	Ba''	68, 5	Sb'''	122
Di''	47, 5	As'''	75	I'	127
Mo^{VI}	48	Br'	80	Cs'	133
Vd^{V}	51, 2	Rb'	85, 5	Bi'''	155
Ro^{IV}	52, 2	Ta^{V}	91	Tl'''	204
Ru^{IV}	52, 2	Tg^{VI}	92		

Al contrario dell'altra riportata di sopra, in questa tavola non apparisce alcuna relazione fra il crescere delle masse atomiche e la valenza; onde se i pesi atomici attuali non si conoscessero, i rapporti fra le masse degli atomi e le proprietà dei corpi semplici sarebbero parimenti sconosciute.

E qui non voglio omettere di fare il paragone fra le variazioni periodiche della valenza e quelle pure periodiche del carattere elettro-chimico de'corpi semplici. L. Meyer fu il primo a notare che la facoltà elettro-chimica dei corpi semplici va soggetta a delle variazioni periodiche a misura che cresce il peso atomico. Osservando i sei gruppi nei quali abbiamo diviso i corpi semplici affine di mettere in chiaro i cangiamenti periodici della valenza, si vede che il primo termine in ciascun gruppo è un corpo ettro-positivo (litio, sodio, potassio ecc.) quindi comincia di mano in mano a manifestarsi il carattere elettro-negativo che diviene assai pronunciato nel termine di valenza massima (carbonio, silicio, vanadio, arsenico ecc.). Oltrepassato questo termine, il carattere elettro-positivo ricomparisce nel III e VI gruppo e nel secondo periodo del IV. Negli altri gruppi continua sempre a dominare il carattere elettro-negativo, che per lo più va crescendo fino al termine del periodo. La ragione di queste differenze che passano fra le variazioni periodiche della valenza e del carattere elettro-chimico degli elementi sembrano doversi desumere dal diverso influsso che lo stato elettro-chimico esercita sull'affinità e sulla valenza. A misura infatti che cresce nei corpi la diversità in ordine al carattere elettro-chimico in generale

cresce pure l'energia dell' affinità e con essa la tendenza a formare fra loro delle combinazioni semplici ossia composte di un piccolo numero di atomi. Così vediamo che i corpi monovalenti ad eccezione dell'argento occupano i due estremi della scala elettro-chimica. Se dunque non pochi corpi semplici che non differiscono fra loro quanto alla valenza come cloro, bromo, iodio e fluore, cesio, rubidio, sodio e potassio, quanto allo stato elettro-chimico presentano la più manifesta opposizione, ciò può dipendere dalla tendenza che i corpi di molto diverso stato elettro-chimico hanno a formare fra loro delle combinazioni più semplici. Ma che che sia delle norme speciali che determinano la periodicità nelle variazioni della valenza e dello stato elettro-chimico, l'esistenza di un vincolo che connette l'incremento progressivo dei pesi atomici colla valenza e con altre proprietà fisiche e chimiche dei corpi semplici è un fatto di cui ormai non è più permesso di dubitare. Questo fatto deve interessare tutti coloro che si occupano della teoria razionale delle azioni chimiche e della classificazione naturale dei corpi.

SUL *PLACODIUM ALBESCENS KÖRB.* DEL COLOSSEO

NOTA

DEL D.r MATTEO LANZI

La specie di Lichene sulla quale brevemente richiamo la vostra attenzione, Rispettabilissimi Accademici, non è nuova per questo nostro consesso; dappoichè già fu oggetto di studio della illustre e compianta C.ssa E. Fiorini-Mazzanti. Dessa nell'Adunanza Accademica dell'11. Giugno 1871. communicava una nota critica intitolata « Sull'anormalità di un organismo crittogamico. » Con ciò illustrava una pianta, la quale si fa vedere in copia nella parte esterna e settentrionale del Colosseo, che prospetta il Monte Oppio, nella parete del Sepolcro di Cecilia Metella ed in altri vecchi muri, sotto forma di crosta bianca, polverosa, simile a macchie di calce. Ricordava che tale lichene aveva attratto la curiosità del celebre chimico Davy, allorchè ne tenne parola coll'illustre medico romano Prof. De Matthaeis. La Fiorini stabiliva essere questo un organismo anormale, limitato allo stato di semplice tallo composto di ifi, come avviene di altri licheni, i quali sogliono vivere in condizioni poco favorevoli al loro sviluppo completo, e che vengono notati da lichenografi quali forme sterili. Vide ancora interposti a tali ifi, ossia filamenti ramosi intricati fra loro, alcuni granuli di colore verde allegro (conidi) destinati a riprodurre la pianta. Ond'è che nel tessere la storia fece rilevare le incertezze dei diversi botanici crittogamisti, e le disparità di opinioni sia in ordine alla nomenclatura, sia al collocamento tassonomico. Fra li più insigni va ricordato Link, il quale nella sua opera micologica, ritenne che tale specje potesse essere un fungo del genere *Sporothricum* dell'ordine degl' Ifomiceti. L'Agard seguendo il Dilwin, la considerò un alga, e nel suo *Systema Algarum* l'appellò *Conferva pulveria*. In fine fra i lichenologi stessi alcuni le dierono il nome di *Lepraria*, altri quello di *Psora* (Hoffmann) quello di *Lichen* di *Parmelia* (Acharius) quello di *Placodium* e di *Lecanora* altri più recenti.

Onde fu che la Fiorini, con quella modestia che si bene univa a tanto sapere, riconoscendo lo imperfetto sviluppo di tale organismo ne'luoghi poco o nulla accessibili ai raggi diretti del sole, pure lamentando di non avere avuto l'agio di sorprenderlo nella fase di maturità completa, ammetteva

senza esitare che fosse di natura lichenoide, e proponeva di distinguerlo col nome di *Lichen atypicum latebrarum*, dandone anch'essa una frase diagnostica, che lo caratterizzasse in tale stato con i seguenti termini « *Thallo » plus minus expanso, leproso-flocculoso: granulis coacervatis sphaericis » viridibus, brevia filamenta apice bifurcata emittentibus.* » Ne ciò deve destare meraviglia, poichè tale specie di Lichene che il Pr. Teodoro Fries di Upsal stimmatizzò « *species valde protea* » sulla parete del Colosseo in realtà si mantiene quasi sempre allo stato di semplice tallo conidifero come essa lo vidde, e come suole avvenire di molti altri licheni.

Proseguendo sulle sue tracce tali ricerche, mi fu dato scorgere nel mese di marzo di quest'anno sul muro di trincea alla base del Colosseo, sul piedistallo dell'antica statua di Nerone, e quindi sopra molti altri vecchi muri, come ancora sulle tegole di alcuni tetti, i suoi apoteci maturi di colore fosco, appoggiati ad un tallo bianco, crostaceo, corticato, di forma suborbicolare, appressato, verrucoso-diffratto uel mezzo, eguale o leggermente solcato in prossimità del lembo esterno, che spesso è crenato. Cosicchè potei notare che tale si mostra nei luoghi accessibili alla pioggia ed ai raggi diretti del sole, mentre sulla parete del Colosseo, ove le condizioni sono diverse, non sempre presenta una forma bene definita nei contorni, e la sua superficie è soltanto polverulenta, uniforme, assai bianca.

Gli apoteci sono piuttosto piani, circolari, spesso angolosi con margine intero, ovvero crenulato, talvolta flessuoso. Il loro colore nella superficie è testaceo pallido, livido, od anche nereggiante. Talora sono superiormente irrorati, e circondati costantemente da un margine bianco, tallino. La grandezza varia da $0^{mm}, 4$ ad $1^{mm}, 5$ di diametro. Le spore elissoidi ovvero oblunghe, juline, sono in numero di otto contenute in asci di forma clavata ed anno □, 010–15 di lunghezza e □, 004–7 di grossezza. Le parafisi sono gracili, addossate fra loro, alquanto ingrossate e leggermente oscure in alto.

Fra i diversi licheni è una specie mutabile e di difficile diagnosi, quindi riesce sempre imbarazzante lo assegnarle un posto sistematico. Tuttavia a me sembra che per siffatti caratteri debba riferirsi al *Placodium albescens* Körb. (*Lecanora albescens var. a galactina* Th. Fr.) della famiglia delle Lecanoracee. Nè diverso dal mio fu il parere, che il chiarissimo Dottore Antonio Jatta lichenologo illustre si compiacque gentilmente esprimere in una sua lettera, dopo che lo pregai a prendere in esame un saggio di tale lichene.

SOLUTION D'UN PROBLÈME DE FRENICLE SUR DEUX TRIANGLES RECTANGLES

PAR LE P. TH.[LE] PEPIN, S. J.

Parmi les documents publiés par M. Henry dans le *Bullettino* de son Excellence le prince Boncompagni, j'ai remarqué un problème inédit de Frenicle, dont voici l'énoncé :

« Invenire duo triangula rectangula in numeris ità constituta ut laterum » circa angulum rectum differentia sit in utroque eadem; et quod in altero » est majus duorum laterum circa angulum rectum, sit in reliquo hypo- » thenusa » (1).

Ce problème revient évidemment à celui de résoudre en nombres entiers le système des trois équations

$$\text{(I)} \quad \left| \begin{array}{l} 1^\circ)\ x^2 + y^2 = z^2, \\ 2^\circ)\ u^2 + v^2 = x^2, \\ 3^\circ)\ u - v = x - y, \end{array} \right.$$

en y joignant la condition $x > y$. Ces équations étant homogènes nous pouvons supposer les cinq nombres u, v, x, y, z sans diviseur commun, car s'ils en avaient un, m, les quotients $\frac{u}{m}, \frac{v}{m}, \frac{x}{m}, \frac{y}{m}, \frac{z}{m}$ formeraient encore une solution. Il résulte de cette hypothèse que les deux nombres x et y sont premiers entre eux, ainsi que les deux nombres u et v; car si l'on suppose x et y divisibles par un même nombre premier θ, pair ou impair, on conclut des équations (I) que les trois autres nombres sont divisibles par θ; de même pour u et v.

Comme la condition $x > y$ exige que l'on ait aussi $u > v$, l'équation 2°) doit être résolue de deux manières différentes

$$\text{(II)} \quad \left| \begin{array}{llll} 1^\circ) & u = a^2 - e^2, & v = 2ae, & x = a^2 + e^2, \\ 2^\circ) & u = 2ae, & v = a^2 - e^2, & x = a^2 + e^2, \end{array} \right.$$

suivant que l'on suppose u impair ou pair. L'équation I, 3° donne

$$y = 2e\,(a + e) \text{ ou } y = 2a\,(a - e);$$

(1) BULLETTINO ‖ DI ‖ BIBLIOGRAFIA E DI STORIA ‖ DELLE ‖ SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE ‖ PUBBLICATO ‖ DA B. BONCOMPAGNI, ecc. TOMO XII. — ROMA ‖ TIPOGRAFIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE ‖ VIA LATA, NUM.° 3. ‖ 1879, page 695, NOVEMBRE 1879.

en substituant dans la première équation les valeurs de x et de y on obtient l'une des deux équations

$$(a) \quad z^2 = a^4 + 5e^4 + 6a^2e^2 + 8ae^3,$$
$$(b) \quad z^2 = 5a^4 + e^4 + 6a^2e^2 - 8ae^3,$$

suivant le système adopté pour u et v. Tout le problème se trouve donc ramené à résoudre ces deux équations en nombres entiers et positifs, satisfaisant en outre à la condition $a > e$. L'équation (a) détermine les solutions où le plus grand des deux côtés de l'angle droit du plus petit triangle est mesuré par un nombre impair, et l'équation (b) celles où ce même côté est mesuré par un nombre pair.

La lettre de Frenicle à Huygens publiée par M. Henry mentionne un essai de solution de Wallis, qui ramène la question à la résolution de l'équation (a). La présence du terme $8ae^3$ faisait soupçonner à Wallis l'impossibilité du problème; à quoi Frenicle répond que le polynôme considéré peut bien se réduire à un carré; mais ce qui reste à chercher, c'est une solution où le nombre a soit supérieur à e, comme l'exige le problème géométrique.

On pourrait croire que la solution de Wallis est incomplète parce qu'il ne considère pas l'équation (b); il n'en est rien, l'équation (a) est suffisante, pourvu que l'on accepte les solutions où les deux nombres a et e sont impairs. Dans nos formules nous supposons non seulement a et e premiers entre eux, mais encore u et v, ce qui exige que l'un des deux nombres a ou e soit pair. Wallis n'ajoute pas cette dernière restriction, de sorte que l'équation (a) est suffisante; elle donne affectées d'un facteur commun, 2, facile à supprimer, les valeurs de u, v, x, y, z que l'on déduirait des solutions de l'équation (b). Tout le problème est donc ramené à résoudre l'équation (a) en nombres entiers et positifs, satisfaisant à la condition $a > e$.

Nous pourrions recourir aux *Nouvelles formules* que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie Pontificale des *Nuovi Lincei*, dans la session du 18 février 1877; mais elles ne donnent pas une solution complète, parce qu'elles ne fournissent aucun moyen de s'assurer qu'on ne laisse échapper aucune solution en nombres moindres que les solutions calculées. Or nous verrons que le problème de Frenicle peut être complètement résolu par une autre méthode.

Nous éviterons de distinguer plusieurs cas, en admettant les solutions où les nombres u et v sont tous deux pairs. L'équation I, 2° est alors complè-

tement résolue par les formules II, 1°, et le problème se trouve ramené à celui de résoudre en nombres entiers et positifs le système

$$\text{III} \quad \begin{cases} u = a^2 - b^2, \; v = 2ab, \; x = a^2 + b^2 \\ y = 2b\,(a + b), \; z^2 = x^2 + y^2. \end{cases}$$

La dernière équation $z^2 = x^2 + y^2$ est elle-même résolue par les formules

$$\text{IV.} \qquad x = m^2 - n^2, \; y = 2mn, \; z = m^2 + n^2,$$

si x et y sont premiers entre eux, et par les formules

$$\text{V.} \qquad x = 2\,(m^2 - n^2), \; y = 4mn\,, \; z = 2\,(m^2 + n^2)$$

si, les deux nombres a et b étant impairs, x et y sont pairs. Dans l'un et l'autre cas les deux nombres m et n sont premiers entre eux, l'un pair et l'autre impair.

La comparaison des systèmes III et IV donne entre les nombres a, b, m et n les deux relations

$$m^2 - n^2 = a^2 + b^2, \; 2m\,n = 2b\,\,(a + b),$$

dont la dernière est complètement résolue au moyen des formules

$$\text{VI.} \qquad m = \alpha\beta, \, n = hk, \; b = \beta k, \; a + b = \alpha h,$$

où l'on désigne par α, β, h, k quatre nombres entiers, premiers entre eux deux à deux, dont les trois premiers sont impairs, et le quatrième pair. En substituant ces valeurs dans la formule $m^2 - n^2 = a^2 + b^2$ on obtient l'équation que doivent vérifier les quatre nombres α, β, h et k, savoir

$$(1) \qquad k^2\,(h^2 + 2\beta^2) - 2\alpha\beta hk + \alpha^2\,\,(h^2 - \beta^2) = 0.$$

Si les deux nombres a et b sont impairs, il faut prendre les équations V au lieu des équations IV, ce qui donne les deux équations

$$2m^2 - 2n^2 = a^2 + b^2, \; 2\; mn = b\,(a + b),$$

dont la dernière est résolue complètement par les formules

$$\text{VII.} \qquad m = \alpha\beta\,, \; n = hk, \; b = \alpha h\,, \; a + b = 2\,\beta k,$$

où α, β, h et k désignent quatre nombres entiers, premiers entre eux deux à deux. Comme $2m^2 - 2n^2 \equiv 2$ (mod. 8), il faut que n soit pair, d'ailleurs b est impair; le nombre k doit être pair. En substituant ces expressions

des nombres m, n, a et b dans la formule $2m^2 - 2n^2 = a^2 + b^2$ on retrouve l'équation (1). Or en la résolvant successivement par rapport aux deux quotients $k:\alpha$, $h:\beta$, on obtient les deux formules

$$(2)\ \frac{k}{\alpha} = \frac{\beta h \pm \sqrt{(2\beta^4 - h^4)}}{h^2 + 2\beta^2},$$

$$(3)\ \frac{h}{\beta} = \frac{\alpha k \pm \sqrt{(\alpha^4 - 2k^4)}}{\alpha^2 + k^2},$$

d'où l'on conclut que les deux nombres β, h vérifient l'équation

$$(4)\qquad 2\beta^4 - h^4 = f^2,$$

et les deux nombres α, k, l'équation

$$(5)\qquad \alpha^4 - 2k^4 = g^2.$$

Or les équations (4) et (5) ont été résolues complètement par Lagrange, dans sons Mémoire sur quelques problèmes de l'analyse de Diophante (*Mém. de Berlin*, 20 mars 1877; édition de M. Serret, t. IV, p. 390). La même question a été reprise par Lebesgue (*Journal de M. Liouville*, 1858), et plus récemment par M. Lucas dans ses *Recherches sur plusieurs ouvrages de Léonard de Pise* (p. 10). On peut donc connaître toutes les solutions de l'équation (4) inférieures à une limite donnée. En les substituant dans la formule (2) on obtiendra, pour chaque système de valeurs de β et de h, les deux seuls systèmes de valeurs de α et de k qu'on puisse lui associer dans les formules VI ou VII pour obtenir des solutions du problème proposé. Tous les systèmes de valeurs de α, β, h et k propres à vérifier l'équation (1) ne donnent pas des solutions du problème proposé; car les valeurs des nombres m, n, a et b doivent être positives, et la condition $u > v$ exige que l'on ait

$$a > (1 + \sqrt{2})\, b.$$

Toutefois les solutions étrangères satisfont à des problèmes analogues, que l'on déduit de celui de Frenicle, soit en remplaçant la différence des deux côtés de l'angle droit par leur somme, soit en prenant pour hypothénuse du second triangle le plus petit des deux côtés de l'angle droit du grand triangle.

Les solutions de l'équation (1) peuvent se calculer de la manière suivante, qui revient à la méthode posthume d'Euler. Posons, pour abréger,

$$(6) \qquad \frac{h}{\beta} = \xi \,, \quad \frac{k}{\alpha} = \eta \,;$$

l'équation (1) devient

$$(7) \qquad (\xi^2 + 2)\,\eta^2 - 2\,\xi\,\eta + (\xi^2 - 1) = 0.$$

A chaque valeur de ξ correspondent deux valeurs de η, et réciproquement. Si l'on désigne par η, η' les deux valeurs de η qui correspondent à une même valeur de ξ, et par ξ, ξ' les deux valeurs de ξ qui correspondent à une même valeur de η, on déduit de l'équation (7) les deux formules

$$(a) \qquad \eta + \eta' = \frac{2\xi}{\xi^2 + 2},$$

$$(b) \qquad \xi + \xi' = \frac{2\eta}{\eta^2 + 1},$$

dont l'emploi alternatif fait connaître toutes les solutions de l'équation (7) qui dépendent de la même solution primitive. Partons de la solution $\eta = 0$, $\xi = 1$; la formule (*a*) donne $\eta' = \frac{2}{3}$; substituant $\eta = \frac{2}{3}$, $\xi = 1$ dans l'équation (*b*) on trouve $\xi' = -\frac{1}{13}$. Les deux valeurs $\xi = 1$, $\xi = -\frac{1}{13}$ sont les seules qu'on puisse associer à la valeur $\frac{2}{3}$ de η de manière à vérifier l'équation (7). On obtient une nouvelle solution en faisant $\xi = -\frac{1}{13}$, $\eta = \frac{2}{3}$ dans la formule (*a*), savoir $\eta' = -\frac{84}{113}$; puis en substituant $\xi = -\frac{1}{13}$, $\eta = -\frac{84}{113}$ dans l'équation (*b*) on trouve $\xi' = -\frac{1343}{1525}$. En procédant de cette manière, on obtient une suite indéfinie de valeurs rationnelles de ξ et de η, savoir

$$(S) \qquad \xi = 1 \,, \; \eta = \frac{2}{3} \,, \; \xi_1 = \frac{-1}{13} \,, \; \eta_1 = \frac{-84}{113} \,, \; \xi_2 = \frac{-1343}{1525} \,, \ldots$$

Dans laquelle chaque valeur de ξ, est comprise entre les deux seules valeurs de η qui puissent lui être associées dans l'équation (7). En partant de la solution primitive $\eta = 0$, $\xi = -1$, nous trouverions une autre suite que l'on déduit de la précédente en changeant les signes de tous les termes. D'ailleurs on reconnaît immédiatement que l'équation (7) ne cesse pas d'être vérifiée quand on change en même temps les signes de ξ et de η.

Deux termes consécutifs de cette suite déterminent une solution du problème de Frenicle, ou d'un problème qu'on en déduit par l'une des modifications indiquées plus haut. Les deux premiers termes de la suite (S) donnent $h = \beta = 1$, $k = 2$, $\alpha = 3$. Les formules VI donnent $m = 3$, $n = 2$, $b = 2$, $a = 1$, et l'on déduit des formules III et IV $u = -3$, $v = 4$, $x = 5$, $y = 12$, $z = 13$.

Cette solution ne convient pas au problème de Frenicle, puisque u est négatif; la solution $u=3$, $v=4$, $x=5$, $y=12$, $z=13$ correspond au cas où le plus petit triangle a pour hypothénuse le plus petit côté de l'autre triangle et où la somme des deux côtés de l'angle droit du premier triangle doit être égal à la différence des deux côtés de l'angle droit du second.

De même les deux termes consécutifs $\eta=\frac{2}{3}$, $\xi=\frac{-1}{18}$ donnent $k=2$, $\alpha=3$, $h=-1$, $\beta=13$; d'où l'on déduit par les formules VI, III et IV, $m=39$, $n=-2$, $b=26$, $a=-29$; puis $u=165$, $v=-1508$, $x=1517$, $y=-156$, $z=1525$. La solution qu'on en déduit en changeant v et y de signes, correspond au problème déduit de celui de Frenicle en remplaçant la différence des côtés de l'angle droit par leur somme. Les formules VII, III et V donnent une solution qui, débarrassée du facteur commun 2, ne diffère de la précédente que par le changement de u en $-v$ et de v en $-u$.

Les deux termes $\xi=\frac{1}{13}$, $\eta=\frac{84}{113}$ donnent $h=1$, $\beta=13$, $k=84$, $\alpha=113$; on en déduit par les formules VI, III et IV, $m=1469$, $n=84$, $a=-979$, $b=1092$; $x=2\,150\,905$, $y=246\,792$. $z=2\,165\,017$, $u=-234\,023$, $v=-2\,138\,136$. En changeant les signes de u et de v on obtient une solution qui satisfait à toutes les conditions du problème de Frenicle; en même temps nous sommes assurés qu'il n'existe pas de solution en nombres moindres que les précédents. La solution $u=2\,138\,136$, $v=234\,023$ s'obtient directement par l'emploi des formules VII, III et V.

COMUNICAZIONI

De Rossi Prof. Michele Stefano. — *Sui massimi sismici del 3 e 9 Febbraio 1880 e sugli studi delle correnti elettriche telluriche.*

Il Prof. Michele Stefano de Rossi presentando all'Accademia il fascicolo gennaio-febbraio del suo Bullettino del Vulcanismo italiano richiamò l'attenzione degli adunati sulle notizie in esso contenute dei due recenti massimi sismici italiani del 3 e del 9 febbraio, avvenuti l'uno nella Romagna e l'altro nel Veronese. Notò come nel primo del 3 febbraio essendo stata osservata dal telegrafista di S. Godenzo una straordinaria corrente tellurica, l'illustre P. Serpieri ne traesse occasione per raccomandare lo studio dei fenomeni elettrici accompagnanti il terremoto, nel sospetto che sempre o quasi sempre la burrasca elettrica preceda e così prenunzi il terremoto. Il disserente narrò che in quei giorni medesimi avea rimontato gli apparecchi per le osservazioni continue delle correnti elettriche telluriche; del quale studio concertato col Galli di Velletri avea già unitamente a questi reso conto all'Accademia nell'aprile del decorso anno. Quindi nel suddetto Bullettino avea potuto indicare, che nel massimo sismico Veronese del 9 febbraio, nel quale niuno avea osservato perturbazione elettrica, egli l'avea sorpresa nell'ora del terremoto di Verona; quantunque in Roma niuna scossa, nè anche indicata dai soli istrumenti, era stata avvertita.

Dopo ciò il disserente disse voler riferire all'Accademia i risultati delle sue osservazioni su questo argomento dopo i riferiti fatti, fino al giorno d'oggi. Risultava da coteste osservazioni, che le correnti elettriche telluriche esplorate con un delicato Galvanometro successivamente nella direzione Nord-Sud ed Est-Ovest, ed anche fra la terra e l'atmosfera, si manifestano in forma di burrasche elettriche con un massimo ed un minimo, intercalate anche da perfette calme, ossia dall'assenza completa di corrente; e ciò specialmente nel far comunicare il filo della terra con quello dell'atmosfera. Tali burrasche non sembrano finora presentare il medesimo andamento in Roma che in Velletri. In questa seconda stazione le correnti si mostrano più costanti e meno accentuati i massimi ed i minimi; e soprattutto meno frequenti le vere repentine burrasche. Ma intorno a ciò occorrono ancora osservazioni, specialmente per valutare la differenza di sensibilità dei galvanometri adoperati. Ma stando per ora sulle sole osservazioni

di Roma, il disserente affermò che cotali burrasche elettriche hanno accompagnato nel tempo suddetto non solo alcune vere e sensibili piccole scosse, ma eziandio alcune semplici agitazioni sismiche rivelate dagli istrumenti. É avvenuto però più volte che tanto qualche scossetta, come qualche notevole agitazione sismica, non abbiano avuto l'accompagno di corrente elettrica tellurica. Ed inoltre più volte il disserente ha osservato repentine manifestazioni di correnti elettriche notevoli, senza che nè gli strumenti, nè i sensi accennassero l'esistenza di scuotimento veruno del suolo. Notò finalmente che nei massimi più repentini e forti il più delle volte ha trovato la corrente tellurica rovesciarsi nella direzione dall'andamento prima sperimentato.

Ferrari P. G. S. – *Presentazione di una sua memoria.*

Il. P. G. S. Ferrari presentò il risultato di alcuni studi da esso fatti intorno alla meteorologia del Monte Cavo comparata a quella di Roma. Essi comprendono soltanto quel tempo in cui quell'osservatorio, fondato nel 1876 dal compianto P. Secchi, rimase in immediata comunicazione col medesimo già direttore dell'Osservatorio del Collegio Romano, cioè un intero biennio meteorologico dal novembre 1876 al novembre 1878.

Dopo avere dimostrato l'importanza di questi studi di meteorologia alpina, cotanto in pregio in questi ultimi tempi, ed i vantaggi speciali che gode il Monte Cavo per la sua posizione relativa alla circostante regione, assai rara, perchè isolata perfettamente per un'altezza di 965 metri sul livello del mare, fece menzione del lavoro del Prof. Serra Carpi intitolato: « *Dell'influenza dell'altitudine sulla temperatura* », che ebbe per base le osservazioni fatte dai religiosi Passionisti sul Monte Cavo a suo suggerimento, di concerto col P. Secchi nell'anno 1866, un sunto del quale fu pubblicato dal ch. P. Secchi con molta lode nel Bullettino dell'Osservatorio nel 1866.

Pose quindi sotto gli occhi dei colleghi le curve grafiche, che dimostravano le singolari correlazioni che passano fra la temperatura di Roma e quella di Monte Cavo; e quelle ancora della velocità del vento, specialmente pel 1878, epoca in cui agiva regolarmente il Meteorografo del P. Secchi per questo solo elemento.

Altri quadri presentavano i medii ed estremi valori degli altri elementi climatologici. La brevità di un sunto non permette di entrare nelle particolari conclusioni, che formeranno il soggetto di questa memoria.

Questi studi non sono che un prodromo di quelli che meglio potranno farsi dopo un lungo periodo, continuandosi alacremente le osservazioni dal R. P. Crispino della Passione, direttore di quell'osservatorio, le quali vengono pubblicate per decadi nei fascicoli della Meteorologia italiana, e nel Bullettino della corrispondenza meteorologica Alpino-Appennina dal ch. P. Francesco Denza.

(La memoria estesa di questa comunicazione verrà inserita in uno dei fascicoli del venturo anno accademico).

Boncompagni, D. B. – *Presentazione di una memoria del P. Pepin, e di varie pubblicazioni.*

Il Ch. Sig. D. B. Boncompagni presenta, a nome del ch. P. Pepin socio corrispondente dell'Accademia, una nota manoscritta intitolata *Solution d'un problème de Frenicle sur deux triangles rectangles.* In questa nota è risoluto un problema proposto dall'illustre aritmologo Bernardo Frénicle di Bessy a Giovanni Wallis, in una nota che trovasi manoscritta nel codice della Biblioteca dell'Università di Leida contrassegnato « XVIII Huygens, n. 32, già XXV. Huygens C. portafoglio S », stampata nel « BULLETTINO DI BIBLIOGRAFIA E DI STORIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE ». ecc. (TOMO XII, OTTOBRE 1879, ecc. pag. 694–695).

Il medesimo D. B. Boncompagni presenta anche un esemplare d'una riproduzione autografata fatta per cura del Sig. Enrico Giordani in Milano, d'un esemplare posseduto dalla Biblioteca Comunale di Bergamo, d'un opuscolo che incomincia:

« La raxone de la Pasca: e de la Luna: e le Feste || Mcccclxxiiii la » pasca sera a di x daprille »
senza nota d'anno, di luogo nè di stampatore, e che secondo gl'illustri bibliografi Mauro Boni (1) e P. Gio. Battista Audiffredi (2), si crede stampato in Genova nel 1473.

Presenta anche a nome dei rispettivi autori le seguenti pubblicazioni:

Bullettino di bibliografia ecc. settembre, ottobre e novembre 1879.

Favaro (Antonio) Le aggiunte autografe di Galileo al Dialogo sopra i due massimi sistemi ecc. Modena 1880.

(1) LETTERE || SUI PRIMI LIBRI A STAMPA || DI ALCUNE CITTÀ E TERRE || DELL'ITALIA SUPERIORE, ecc. IN VENEZIA, ecc. M. DCC. LXXXXIII, pag. XV, lin. 8—16.

(2) SPECIMEN || HISTORICO-CRITICUM || EDITIONUM ITALICARUM || SAECULI XV, ecc. ROMAE, ecc. MDCCXCIV, ecc. pag. 426, lin. 5—22.

Favaro (Antonio) Appendice alle notizie storico-critiche sulla costruzione delle equazioni, ecc. Modena 1880.

Le Paige (C.) Sur quelques points de la théorie des formes algébriques, Bruxelles 1880.

COMUNICAZIONI DEL SEGRETARIO

Il Segretario diè lettura dei dispacci officiali contenenti l'approvazione sovrana della nomina del nuovo presidente Sig. Conte Ab. F. Castracane; ed in seguito il medesimo sig. Conte Ab. Francesco Castracane degli Antelminelli prendeva posto nel seggio presidenziale. Esordiva il suo nuovo officio con acconce parole colle quali, mentre ringraziava l'Accademia dell'onore conferitogli, mostrava tutto l'impegno di promuovere e coadiuvare l'attività degli accademici nel nobile campo impreso a coltivare dai Lincei Pontifici; che mentre mira al progresso della scienza, ne mostra col fatto la concordia con i principii religiosi.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Soci Ordinari. – Conte Ab. F. Castracane, Presidente – Comm. A. Cialdi – Dott. M. Lanzi – P. G. S. Ferrari – P. F. S. Provenzali – Principe D. B. Boncompagni – Prof. M. S. De Rossi.

Onorari. – D. S. Vespasiani.

Aggiunti. – D. Luigi Boncompagni – Prof. F. Bonetti. – Prof. G. Giovenale – Prof. G. Tuccimei.

La seduta aperta legalmente alle ore $4\,^1/_4$ p. venne chiusa alle $6\,^3/_4$p.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Atti della R. Accademia delle scienze di Torino, ecc.* — Vol. XV. — Disp. 2ª. ecc. Stamperia Reale di Torino. In 8°
2. *Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, lettere ed arti, ecc.* — Tomo VI. — Serie 5.ª — Dispensa 1ª—4ª. In 8°
3. *Bullettino di Bibliografia e di Storia, ecc., pubblicato da B. Boncompagni.* — Tomo XII. — Settembre—Novembre 1879. In 4°
4. *Bulletin de l'Académie impériale des sciences de St-Pétersbourg.* — Tome XXVI. — Feuilles 1—8. In 8°.

5. *Bullettino del Vulcanismo italiano, ecc. redatto dal Cav. Prof. M. S. De Rossi.* — Anno VII. 1880 — Fascicolo 1—2. In 8°.
6. *Bullettino Meteorologico dell'Osservatorio del Collegio Reale di Carlo Alberto in Moncalieri.* — Vol. XIV. — Num. 9. — 1879. In 4°
7. CARNOY (Joseph). — *Cours de Géomètrie Analytique, ecc.* — Seconde édition, ecc. 1877. In 8°
8. FAVARO (Antonio). — *Appendice per le notizie Storico-critiche, ecc.* — Modena, 1880. In 4.°
9. —— *Le aggiunte autografiche di Galileo, ecc.* — Modena, 1880. In 4.°
10. FERRARI (Stanislao). — *Risposta ad una critica del Sig. Filippo Keller, ecc.* Roma, 1880. In 4.
11. GIORDANI (Enrico). — *Copia ad uso facsimile tratta da un esemplare esistente nella Biblioteca Comunale di Bergamo, autografata da* Enrico Giordani. In 8.°
12. *La Civiltà Cattolica.* — Anno trigesimoprimo — Serie XI. — Vol. II. — Quaderno 715. — Firenze, ecc. 3 Marzo 1880. In 8°.
13. LE PAIGE (M. C.) — *Sur quelques points de la Théorie des formes Algébriques, ecc.* — Bruxelles. ecc., 1880. In 8°
14. MALLERY (By Garricy). — *Introduction to the Study of sign Language, ecc.* — Washington, 1880. In 4°.
15. *Monatsbericht der Königlich preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin.* — December 1879. — Berlin, 1880. In 8°
16. *Osservatorio di Moncalieri.* — *Osservazioni Meteorologiche fatte nelle stazioni della corrispondenza Meteorologica italiana Alpina-Appennina, ecc.* — Sede Centrale — Torino — Anno IX. — 1° Trimestre — Dicembre 1879 — Febbraio 1880. In 8.°
17. PAGANO (Vincenzo). — *Primi elementi di Enciclopedia Universale, ecc.* — Volume Unico — Quaderno VI. — Tecnologia. — Napoli, 1878. In 8.°
18. *Polybiblion.* — *Revue Bibliographique Universelle — partie Tecnique — partie Littéraire, ecc.* Deuxième Série. — Tome Sixième, Onzième — XXX,e XXVIIIe de la collection. — Paris ecc. 1880. In 8.°
19. STONE (Ormond A. M.) — *On the Extra-Meridian Determination of Time ecc.* In 8°.

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE VIª DEL 23 MAGGIO 1880

PRESIDENZA DEL SIG. CONTE AB. FRANCESCO CASTRACANE DEGLI ANTELMINELLI

MEMORIE E NOTE
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

INTORNO ALLE FEBBRI DI PERIODO
DISCORSO RELATIVO ALLA CIRCOLARE MUNICIPALE DIRETTA AI MEDICI ROMANI IN DATA DEL 20 OTTOBRE 1879

DEL PROF. FRANCESCO LADELCI

Ebbi anch'io l'onore di ricevere dal nostro Municipio la sopra enunciata circolare, con la quale venivano invitati tutti i medici esercenti in Roma a deporre nell'ufficio d'igiene una speciale statistica relativa agli infermi di febbri prodotte dalla malaria verificatesi nel detto anno nel recinto di Roma, con l'indicazione del sesso e dei rispettivi domicili, così divisai di dimostrare, che a nulla od a poco potrebbero giovare queste ricerche, d'altronde già abbastanza cognite, senza che questo soggetto venga trattato con più vaste vedute, e come richiede la natura stessa di questo importantissimo argomento: essendo che, come già tutti conoscono, la causa promotrice di queste febbri non emana solamente da alcune interne località della nostra città, ma ancora dalle esterne campagne, incominciando dalle maremme toscane, e giù venendo sino a tutte le paludi pontine, da dove il mal seme, per mezzo delle correnti aeree, dell'*ovest* per le prime

e del *sud* per le seconde, si è diffuso in tutta la campagna romana, specialmente ove ha trovato condizioni favorevoli alla sua costante riproduzione. Dal che chiaramente rilevasi che le migliorie che possono farsi nell'interno di Roma, sebbene necessarie, non possono raggiungere lo scopo di liberarla da tale malore, finchè la causa di questo non venga interamente distrutta anche nelle dette esterne località. Prima dunque di stabilire quali provvedimenti si debbano prendere per ciò che riguarda la parte interna della città è cosa indispensabile il ricercare quale sia la natura, ed in che consista la causa produttrice le febbri periodiche; in secondo luogo conviene conoscere quali siano le condizioni telluriche per le quali la detta causa si perpetua, ed in fine è pur necessario l'investigare quali siano le cause occasionali che favoriscono, o determinano più frequentemente in noi gli effetti patogenetici del miasma malarico, sotto la forma di febbri periodiche. Dopo ciò sarà facile il ravvisare quali espedienti siano necessari perchè cessi, e venga distrutta la detta causa efficiente, sia nell'esterno, sia nell'interno di Roma. Prima per altro di poter ciò ottenere, come cosa difficile, e che richiede un lungo periodo di tempo, si potrà almeno ricercare quali norme siano da seguirsi, e quali precauzioni debba prendere il nostro municipio, affinchè almeno nell'interno della città queste febbri siano più rare, e meno pericolose. L'importanza di questo argomento rendesi oggi tanto maggiore, in quanto che le condizioni sanitarie del nostro paese, per ciò che riguarda gli effetti della malaria, vanno sensibilmente deteriorando per le ragioni che saranno in seguito da me esposte.

È noto a tutti i medici, ed anche ai non medici, che le febbri periodiche sono prodotte da una emanazione ammorbante, che si svolge dai terreni umidi, e specialmente dove sono acque stagnanti, i quali terreni vanno a prosciugarsi durante il calore estivo. Di fatti per le continue piogge cadute dal 15 Ottobre 1878 sino alla metà del mese di Maggio 1879, ogni avvallamento di terreno, ogni fossa, per mancanza di livellazione del suolo, e di scoli regolari per mezzo di canali e di fognature, dovette conservare l'acqua che avea ricevuto, la quale evaporata nella stagione estiva ha dato luogo ad una straordinaria emanazione di miasma, per il quale poi il numero spaventevole delle febbri periodiche; sino ad invadere intere popolazioni, e manifestarsi ancora in luoghi molto elevati, ove per lo innanzi mai erano apparse. Ora questa morbosa emanazione, che dai detti acquitrini, e dalle paludi deriva, è da tutti conosciuta sotto il nome di *miasma palustre*,

perchè appunto nelle paludi pontine, e nelle maremme toscane, come in tutte le località consimili, dominano le febbri di periodo.

Il fatto costante del vedersi apparire le dette febbri sul finire dell'estiva stagione, e precisamente allorchè i detti acquitrini si vanno prosciugando, ha fatto pensare ad alcuni che il miasma in questione fosse di pura natura chimica, costituito cioè da un *gas*, o proveniente dalla terra, o meglio ancora dalla putrefazione dei vegetabili, che presso di noi in gran copia vivono o sommersi nelle acque, come il *Potamogeton crispum*, la *Chara vulgaris*, il *Myriophyllum spicatum*, la *Najas major*, la *Zannicchiella palustris*, o natanti su le acque, come le *Lemne*, il *Potamogeton natans*, l'*Hydrocothyle natans*; od emerse, come varie specie di *Alisma*, *di Typhae*, il *Ranunculus aquaticus*, *l'Iris pseudo-acorus*, lo *Schoenus mariscus*, varie specie dei generi *Saccarum*, *Santia*, *Agrostis*, *Cripsis*, *Phalaris*, per tacere di moltissime altre, che troppo lungo sarebbe il solo nominare, e che amano di vivere negli acquitrini, o sulle sponde di questi, o delle acque correnti a lento corso, le quali lasciano i loro detriti nelle acque stesse ove imputridiscono. Altri osservatori poi, come il Salisbury, il Balestra, ed in un'epoca anche il nostro socio D. Lanzi, ed il D. Terrigi, e più recentemente il P.r Selmi, ed i Professori Kleps e Tommasi-Crudeli ritengono che il detto miasma sia costituito da un microfita. Anzi i due ultimi da me ora citati, con ingegnosi ed accurati esperimenti, hanno dimostrato consistere il detto microfita in una crittogama del genere *Baccillus*, che dagli effetti morbosi da questi esperimentatori riprodotti sui Conigli e su le Cavie (Porchetti d'India) hanno distinto col nome specifico di *malariae*. Le osservazioni ancora del D. Marchiafava sui cadaveri di morti per febbri perniciose confermano questa importantissima scoperta; giacchè egli assicura di aver ritrovate le spore, e lo stesso microfita descritto dai prelodati Pri Kleps e Tommasi-Crudeli (1) nella milza, nelle glandole linfatiche, nel sangue, e persino nel midollo delle ossa di questi estinti; che anzi alle osservazioni ed esperimenti dei prelodati professori si possono aggiungere ancora quelle più recenti del Prof. Gubbone, aggiunto alla cattedra di Botanica, non ancora rese di pubblica ragione, ma a me personalmente comunicate. In queste egli ha realmente veduti i Baccilli nell'evaporazione degli acquitrini ostiensi, e nelle guttule del sudore, esponendo le sue mani, ed il suo volto presso terra sui bordi dei detti acquitrini, nella passata stagione estiva.

---

(1) Studi sulla natura della malaria. Atti dell'Accademia de'Lincei 1878—79.

Per le osservazioni poi da lui istituite, unitamente al prelodato Dr Marchiafava, sul sangue estratto dalla milza, o da altre parti del corpo degli infermi per febbri malariche, ricevuti nell'ospedale di S. Spirito, viene anche confermata la presenza dei detti microfiti, salvo alcune modificazioni nella forma rettilinea o curvilinea, che egli attribuisce al passaggio che questi devono fare nei vasi capillari degli organici tessuti.

Ma qui potrebbe qualcuno domandare, è egli possibile che una pianticina invisibile ad occhio nudo sia capace di produrre tali alterazioni vitali, e tali lesioni nel misto organico nell'uomo, sino a renderlo infermo per lungo tempo, o spegnergli anche la vita in poche ore, come avviene nelle periodiche perniciose? A togliere ogni dubbio su ciò non sia discaro che io rammenti i seguenti fatti riguardanti appunto la natura e le proprietà di questi esseri organici, quanto piccoli nella loro mole, altrettanto sorprendenti nei fenomeni che essi ci presentano, siano fisiologici, siano ancora patogenetici.

Se noi ci facciamo a considerare l'energia vitale con la quale le piante crittogame, fra le quali ritrovansi quelle di mole piccolissima e microscopica, eseguiscono il loro incremento, e la loro riproduzione ci viene l'idea se questa vitalità non sia superiore a quella degli altri vegetabili fanerogami, di struttura e di mole di gran lunga ai primi superiore. È questo uno dei naturali fenomeni che faceva esclamare al sommo naturalista Linneo *Natura admiranda in minimis*. Di fatti, ecco una pianta costituita da una semplice piccolissima cellula, senza radici, senza stelo, senza foglie. Essa è una *globulina*, dalla quale l'Agardh ha stabilito il genere *Protococcus*, che comprende varie specie, fra le quali vi è la *rubra*, così distinta dalle altre per il colore che essa presenta. Questa vegeta sulle nevi nelle regioni del polo *nord*, dove il Capitano Ross l'ha veduta estendersi per varie leghe, non solo alla superficie delle nevi stesse; ma ancora a più metri di profondità. Quante miriadi d'invidui si sono là dovuti riprodurre da una sola cellula primitiva! Più sorprendente ancora ci si offre questa attività vitale se si rifletta che ciò avviene in breve spazio di tempo. Osserviamolo nel *Trichodesma Ehrembergii* altra crittogama che vegeta in alcuni periodi dell'anno, tanto alla superficie delle acque del Marrosso, quanto nel grande Oceano che bagna le spiagge della California. Questo esilissimo vegetabile, esaminato per la prima volta nel 1843 da Evenor Dupont, e descritto in una sua lettera diretta ad Isidoro Geoftroy Saint Hilaire (1),

(1) Bibliothèque des merveilles par Edonard Charton.

è costituito da un fascetto di filamenti sottilissimi, della lunghezza di pochi millimetri, ed anche esso presenta il color rosso. Allorchè incomincia ad apparire nei mesi estivi ricopre in due o tre giorni tanto spazio di mare quanto ne può abbracciare la vista dell'uomo; così che le acque sembrano tinte di sangue, come precisamente furono colorite dal nostro Raffaele Sanzio in un disegno rappresentante il passaggio del Marrosso fatto da Mosè conduttore del popolo ebreo. Questo disegno ammiravasi nella splendida collezione di quadri raccolta dal Card. Fesch, ove io stesso ben ricordo di averlo veduto. Il detto lavoro era stato eseguito dal Sanzio nella sua prima età; per cui il color rosso dato a quelle acque ritenevasi da molti per una fanciullagine, ed invece siamo oggi assicurati che il nome del detto mare non è fantastico, ma proviene dalla vegetazione che ivi si effettua della detta crittogama. Potrei io qui aggiungere il fatto ancora della totale distruzione di due grandi vascelli da guerra operata, sul finire nello scorso secolo, dal piccolo fungo il *Merullius destruens*. Uno di questi era il vascello inglese la Regina Vittoria, l'altro francese il Foudroyent, ambedue resi in breve tempo inservibili dalla attività vegetativa e riproduttiva di questo parassita, contro il quale riuscirono inutili tutte le cure messe in opera dai più esperti marinari. Ma per non moltiplicare esempi di tal genere, de'quali abbonda la storia naturale, dai sopra citati io farò osservare che, eseguendosi la riproduzione di queste piante per mezzo di seminuli (spore) tanto piccoli, che anche con i più potenti mezzi d'ingrandimento che oggi si hanno non si è arrivata a conoscere quale sia la loro interna struttura, questi seminuli sono con la massima facilità trasportati dalle correnti aeree, e si diffondono per ogni dove per germogliare in quelle località, e sopra quegli esseri che presentano condizioni favorevoli alla particolare natura di ciascuna specie. Lo abbiamo chiaramente veduto nell'*Oidium Tucheri*, crittogama parassita della vite, che l'avrebbe già interamente distrutta, se l'umana industria non l'avesse in qualche modo frenata. Ciò peraltro che più a me interessa di far rilevare si è che questi vegetabili microscopici, se sono ammirabili per la loro attività vitale, non lo sono meno per gli effetti deleteri che non pochi di essi sono capaci di produrre nel nostro organismo, effetti variati e molteplici in relazione delle specie da cui sono prodotti, e di maggiore, o di minore intensità a seconda delle disposizioni dei soggetti su cui essi spiegano la loro azione. Anche qui mi limiterò a citare pochi esempi, quanto bastino per dimostrare che le febbri di periodo, anche perniciose, possono essere l'effetto di un vegetabile crittogama, sia pure microscopico.

Viene attribuita la Pellagra, malattia terribile per i fenomeni morbosi da cui è accompagnata, e per la tristissima fine che è riserbata agli infermi di questa malattia, alla muffa (*Ustilago Maidis*) che vegeta sopra il granturco, o raccolto immaturo, o riposto in località umide (1). Spaventevoli ancora sono gli effetti della Secale cornuta (*Sclorotium secalinum* D. C.) crittogama parassita che vegeta sul seme stesso della *Secale cereale L.* Questo fungo fra gli effetti tossici produce violenti emorragie, l'aborto nelle donne , la paralisi, e la cancrena dell' estremità inferiori. Così la tosse convulsiva, detta anche spasmodica e canina, che non raramente mena strage dei bambini, viene attribuita alla vegetazione sulle mucose delle fauci, e della laringe *dell'Oidium* , che dal detto effetto viene distinto col nome specifico di *pertussis*. Fra i molti esempi di tal genere che io potrei qui rammentare ne aggiungo un altro solo per confermare quanto siano sorprendenti insieme e terribili talora gli effetti patogenetici dei microfiti. Intendo parlare della muffa che vegeta sopra i cavoli preparati, comunemente detti *sarclaud*. Questo fungillo è capace di uccidere in poche ore anche gli uomini i più robusti, producendo in essi i sintomi come per veneficio della morfina, o del gas acido carbonico inalato per la respirazione polmonale. Quale meraviglia adunque che anche le febbri periodiche possano essere l'effetto di un microfite a miriadi d'individui riprodotto nei luoghi paludosi, le cui spore trasportate o dalle correnti aeree, o dall'evaporazione acquea, vengano da noi inalati, e spieghino la loro azione deleteria dietro certe circostanze o cause occasionali, che noi vedremo necessarie allo sviluppo della medesima; dopo però aver fatte alcune considerazioni intorno le alterazioni organico–vitali, che dal detto miasma sono prodotte.

Quali siano i perturbamenti vitali che avvengono negli individui dai quali è stato assorbito il miasma palustre è cosa del tutto a noi inaccessibile; essendo che questi perturbamenti appunto sono quelli che costituiscono l'essenza delle malattie, e come dicono i patologi, la causa prossima, la quale « nos latet, aeternumque latebit » sono parole del sommo Baglivi; non ci resta quindi, che ad osservare quali siano i morbosi fenomeni esterni, ossiano i sintomi, coi quali il veneficio della detta crittogama si manifesta, e rintracciare nei cadaveri quali alterazioni chimico organiche,

(1) Il P.r C. Lombroso ha recentemente dimostrato che la Pellagra deve piuttosto attribuirsi alla putrefazione del detto Mais; siccome però l'*ustilago* è a questa alterazione organica concomitante non è impossibile che anche questa crittogama contribuisca alla produzione della detta malattia.

dai detti perturbamenti vitali siano avvenuti, tanto negli umori, quanto nella struttura degli organi o visceri interni.

Da ciò che apparisce all'esterno, ossia dai sintomi morbosi, noi siamo accertati che l'azione venefica del miasma palustre viene specialmente diretta sul sistema nervoso, e segnatamente sul trisplannico, e sul plesso solare, da dove l'irradiazione sul cervello e tutte le sue dipendenze. Quindi la moltiplicità, e la somma variabilità dei morbosi fenomeni, sia nelle forme del periodo febbrile, sia nei sintomi coi quali ciascun accesso si manifesta, essendo questi varianti per la sede, per la durata e per l'intensità, a seconda delle particolari disposizioni degli individui infermi. Così vediamo i tipi di febbri ora quotidiane semplici, ora doppie, ora duplicate, o di febbri terzane anche queste ora semplici, ora doppie, ora duplicate; egualmente di febbri quartane...... Variatissima ancora è la durata degli accessi, o di poche ore, o di molte, sino alle subcontinue, dove invade un nuovo accesso febbrile prima che l'antecedente sia terminato. Lo stesso vedesi nella instabilità dei tre stadi di ciascun'accesso febbrile; cioè di freddo, calore e sudore; essendo che ora il freddo è nullo, o breve, o poco intenso, ora invece è di lunga durata, e di tale intensità da estinguere la vita, come avviene nella perniciosa per ciò detta *algida*. Il calore febbrile ora moderato, talvolta urente. La sete ancora talora precede l'accesso, od accompagna il solo stadio del freddo, ora mite, altre volte è inestinguibile, e si protrae per tutta la durata della febbre stessa. Il sudore ancora, che in certi casi manca affatto, e che in altri è moderato, può addivenire così copioso e profuso da costituire esso solo un sintomo pernicioso e letale, come accadde nella febbre sudatoria anglicana descrittaci dal Sydheram. La stessa variabilità di sintomi vedesi nelle parti ove si manifestano in ciascun' accesso febbrile i più salienti, i quali ora prevalgono nella testa, come il dolore gravativo, quasi calotta di ferro che comprima il cervello, ora l' emicranie, le cefalee, il sopore, il letargo, e qui posso riferire la totale perdita della vista durante la febbre, come nella perniciosa per ciò detta cieca dal Morandi. In altri casi i sintomi più rilevanti sono a carico del petto, come l'ortoprea, il cardiopalma, od i dolori puntori più o meno acuti, i quali calmano, o cessano del tutto col cessare dell'accesso febbrile. Più frequentemente sono agli altri superiori i sintomi dell'epigastrio, come l'angoscia in questa regione, le cardialgie, le nausee, i vomiti spesso biliosi, talora melenici, ossiano di sangue piceo e fetidissimo. Nel maggior numero dei casi di queste febbri vi è l'inappetenza; ma in una giovane, che ho io veduta nel 1848

qui in Roma, vi era invece tale bulimia in ogni accesso febbrile, che non bastavano sei, od anche nove libre di pane a saziarla! Qui debbo annoverare le epatalgie, e le splenalgie, ed il rigonfiamento, od anche l'ipertrofie di questi visceri. Altri variati morbosi fenomeni ancora appariscono con le le febbri periodiche, come i dolori artritici, e nefritici . . . . . . e tutti i detti sintomi accompagnati sono sempre da malessere generale, da angoscia, che tormenta specialmente nella notte, e da abbattimento delle forze vitali più o meno sensibile, sino alla prostrazione, come avviene nelle così dette perniciose.

Le interne alterazioni che dai detti perturbamenti vitali derivano sono relativi specialmente alla crasi del sangue, ed alla struttura organica di certi visceri. Il sangue viene alterato per *leucitemia*, e per *melania*. Nel primo caso avviene il predominio dei globuli bianchi relativamente ai rossi, dal che le idropi parziali, o generali del corpo; nel secondo i globuli rossi si trasformano in pigmento, o plumbeo o nerastro, colore che si rinviene poi nella sostanza grigia del cervello, talora nel polmone, più spesso nel fegato, nelle glandule linfatiche, nei reni, sempre nella milza, nel qual viscere sembra che venga principalmente effettuata questa morbosa alterazione del sangue stesso, al punto che il tessuto della milza dallo stato di rammollimento passa anche a quello di totale sfacelo, divenendo una pultiglia, che dopo lacerata la membrana che la racchiude, resa molle e sottilissima, si è trovata diffusa nell'interno dell'abdome, con la morte repentina degli infermi.

Da queste alterazioni umorali ed organiche derivano ancora il colore itterico e terreo degli infermi da malaria, il loro aspetto triste, il volto emaciato, l' oppressione del respiro, il ventre tumido negli ipocondi, l'abbattimento delle forze.

Il fenomeno morboso singolare che apporta l' inquinamento malarico è certamente il periodo con il quale i sintomi febbrili si manifestano. Questo è certamente dipendente dalla specifica natura dello stesso miasma palustre, come è proprio di altre sostanze tossiche, quali sono quelli stessi medicinali atti a curare le dette febbri di periodo.

L'ordine stabilito ci porta ora a considerare quali siano le cause occasionali che favoriscono l' azione deleteria del miasma palustre. Sotto questo rapporto l' osservazione ci fa conoscere, che il miasma palustre non si comporta diversamente dagli altri miasmi, come sono quelli del *Cholera morbus*, dei Morbilli, della Scarlattina, della Pertosse, della Miliare, della Difterite, del Vajolo arabo . . . . . . Tutti questi miasmi

non hanno forza d'indurre in noi lo stato morboso proprio della specifica natura di ciascuno di loro, se il nostro organismo e la nostra salute trovasi nello stato normale. In altri termini, la forza vitale resiste all'azione dei miasmi, e ne impedisce i loro effetti deleteri finchè non venga da altre cause, in qualunque siasi modo, perturbata e sconvolta.

Queste cause perturbatrici od occasionali, come le chiamano i patologi, sono tutte quelle stesse che possono predisporre ad altre malattie, così i cibi e le bevande malsane, i *virus*, come lo psorico, (1) i venerei .... le lesioni meccaniche, l'emanazioni mefitiche, l'umidità soverchia dell'atmosfera, gli esquilibri rapidi della sua temperatura che apportino soppressione del traspiro cutaneo, così ancora i patemi di animo, le malattie in corso, e fra noi nelle donne l'eccessiva sensibilità in cui trovansi nel puerperio.

Mi servirò di due soli fatti avvenuti fra noi nelle passate epidemie coleriche, da molti non conosciuti, da altri non avvertiti, per dimostrare la necessità di alcuna delle dette cause predisponenti affinchè abbia luogo lo sviluppo degli effetti morbosi del miasma dominante. Nell'anno 1867 il *cholera morbus* era in Roma, e molte famiglie romane si rifugiarono nei vicini castelli, ove nelle antecedenti invasioni di questo morbo stesso, poco o nulla erasi manifestato. Fra le altre città laziali Albano era la più frequentata, restando ivi molte famiglie permanenti nell'estiva stagione; molti poi recandosi colà a diporto per visitare i loro amici e congiunti. Questa frequenza di persone provenienti dalla capitale doveva necessariamente diffondere anche in Albano il miasma colerico che in Roma dominava. Però senza una causa occasionale che ne favorisse la pestifera azione restava ivi latente, e ciò durò fino a che si diedero alla popolazione a bere delle acque malsane per contenere delle vegetali sostanze in putrefazione.

Queste acque furono messe in comunicazione con quella della fontana pubblica per la scarsezza di questa; tanto più addivenuta insufficente per l'aumento della popolazione istessa, alla quale si unirono ancora alcuni squadroni di cavalleria, come mi venne riferito nell'anno seguente da uno dei

(1) La psora o scabie è costituita non solo dall'*Acoro* che corrode la cute; ma ancora da pustule ripiene di un'umore, prodotto dalla stessa corrosione, che si converte in *pus sui generis*, relativo alla natura dello stesso *Acoro*, il quale *pus* riassorbito è causa della labe psorica, da cui non solo derivano moltissime e gravissime malattie croniche; ma si trasmette anche alla prole. Ciò venne dimostrato dal Junker (De damno ex scabie retropulsa) e poi più estesamente da Hahnemann nel suo trattato delle malattie croniche, con un numero grandissimo di fatti desunti dalle opere di medici suoi antecessori, come dalla lunghissima sua pratica. Lo stesso Ippocrate di Coo riferisce che un tale di Mileto, guarito dalla scabie coi bagni minerali, morì idropico dopo pochi mesi; ond'è errore gravissimo il considerare questa malattia cutanea come semplicemente locale, e curarla quindi con l'applicazione di soli esterni rimedi, che favoriscano la detta retropulsione.

membri municipali di Albano stesso, testimone oculare. Il fatto sta che sul mezzo giorno, da una cisterna superiore alla città, furono messe in comunicazione queste acque putride con quella della publica fontana, e già la sera dello stesso giorno all' Ave Maria si contavano otto casi di cholera, che nella notte ascesero ad ottanta, e così via via, nel breve periodo di 25 giorni 500, vittime erano sepolte, uccise dal morbo asiatico.

L'altro fatto analogo, ma proveniente da altra causa occasionale, che mi sono proposto di riferire in conferma del mio assunto è il seguente.

Mitissima era l'epidemia dello stesso *Cholera* nell'ultima sua invasione qui in Roma nel detto anno 1867; se non che, con improvido divisamento, s'incominciò a rompere la strada, per rinnovare i tubi del *gas*, nella Via Florida, proseguendo per la piazza detta dell'Olmo alle Botteghe oscure, e quindi per la piazza di S. Marco alla Ripresa dei barberi, da dove si piegò per il Corso sino alla Piazza di Sciarra. Da tutto il cavo che si andava facendo, come è naturale, emanava quel ributtante fetore dell'idrogeno carburato, che esala dai tubi invecchiati del *gas*, e questo fu la causa che in tutte le abitazioni che fiancheggiano le dette contrade sviluppasse successivamente il *Cholera*, con molti casi per lo più letali. Io avvertii di ciò il nostro benemerito Socio Principe D. Baldassare Boncompagni per il pericolo imminente che vi era di avere il cholera entro il Palazzo Piombino ove egli abita. Per la qual cosa ne scrisse subito, e di buon inchiostro, a non so chi dei municipali, che avvertendo allora ciò che non avevano nè preveduto, nè veduto anche in seguito alla detta mortalità, si diedero carico di far sospendere il detto lavoro, e di far richiudere al più presto possibile, ove era stato sino allora il terreno scavato, e così il *cholera* cessò nelle dette località. È ora evidente che, come nel primo caso dell'epidemia colerica di Albano le acque putride bevute, così nel secondo dell'epidemia di Roma il detto *gas* mefitico respirato, furono le cause occasionali dello sviluppo, e dell'incremento della dominante malattia. Ciò che dicesi di una data causa occasionale relativa ad un dato miasma, deve intendersi di tutte le altre che possono determinare lo svolgimento dei morbosi effetti degli altri sopranominati, fra i quali certamente predomina presso di noi il miasma palustre, come che permanente, e di costante riproduzione.

I prelodati professori Kleps e Tommasi-Crudeli pensano però che le febbri di periodo possono insorgere anche senza l'intervento di una data causa occasionale, come è facile persuadersene, essi dicono, soprattutto nelle località nelle quali dominano i tipi più gravi di queste febbri. Io non

sono di questo avviso; essendo che nelle località suddette vi sono appunto tali condizioni atmosferiche sufficienti non solo a predisporre allo sviluppo della febbre malarica; ma a portare esse sole altre gravi infermità se il miasma ivi non esistesse. Lo hanno ben rilevato gli stessi autori, e lo esprimono con le seguenti parole: = Le nebbie che si formano nella sera nei luoghi di malaria, e che spesso sono fetide perchè contengono dei prodotti volatili della fermentazione putrida, non si limitano ad occupare gli strati più prossimi al suolo . . . . È quindi evidente che, sia il forte e rapido raffreddamento che nei luoghi palustri subisce l'atmosfera nella stagione estiva, che dai 32° 33° 34° centigradi abbassa sino ai 16° sul tramontare del sole, siano le dette fetide emanazioni, non mancano cause occasionali che grandemente perturbando le funzioni vitali favoriscono l'azione morbigena del miasma palustre.

È indubitato che una delle cause occasionali più frequenti delle febbri di periodo sia la rapida soppressione del traspiro cutaneo, come rilevasi dall'esame dei malati, e come io stesso l'ebbi a sperimentare nell'estate dell'anno 1858. nel qual tempo mi ero trasferito in Frascati con la mia famiglia. Un giorno dei primi di Agosto, avanti il levar del sole, mi portai sui monti dell'antico Tuscolo per erborizzare, e di là io discendeva dopo le otto, ma grondante di sudore perchè il caldo incalzava, ed il sole già fervido saettava; giunto sotto la villa della Rufinella, ove vegeta un piccolo bosco attiguo al convento dei Cappuccini, desideroso di far preda di altre piante che vidi in fiore, vi entrai senza badare allo stato di riscaldamento in cui mi ritrovava; ma i nuovi acquisti che feci mi costarono ben caro; giacchè l'umidità, e la più bassa temperatura del detto bosco fecero sì che il traspiro cutaneo fosse rapidamente soppresso, e da qui la febbre che mi assalì non più tardi delle 24 ore dopo, con sintomi gravissimi e perniciosi. Questi accessi febbrili, più o meno gravi, si rinnovavano nel seguente inverno, ogni volta che doveva espormi agli abbassamenti di temperatura atmosferica, lo che mi era inevitabile per le lezioni di Botanica che doveva dare all'Università Romana in assenza del mio predecessore P.r Sanguinetti. Ora da tuttociò sembra chiaro che il miasma palustre assorbito venga dalle forze vitali espulso per mezzo della traspirazione cutanea, la quale soppressa, resta sospesa questa salutare escrezione, ed in tal caso hanno luogo gli effetti patogenetici propri della sua natura. In questo caso i nuovi accessi febbrili, che si rinnovano a periodo, potrebbero ripetersi da una nuova vegetazione delle spore dell'infettante crittogama interna-

mente restate. A questa mia idea mi conforta il fatto, più volte osservato, della cessazione totale delle periodiche stesse per mezzo di un più copioso sudore, procurato con caldi maniluvi, o col bagno generale, od anche a vapore, eseguito durante l'accesso febbrile; col quale mezzo, come è noto, si sono ottenute guarigioni anche di altre malattie miasmatiche, come il *Cholera morbus* . . . . o prodotte da *virus*, non escluso quello della *Idrofobia*. L'efficacia quindi dei medicamenti atti a vincere le febbri periodiche, siano chinacei, siano di altra natura, dovrebbe essere attribuita a ciò che questi producano tale reazione vitale, da poter espellere totalmente dall'organismo ogni traccia del contratto miasma. Ma per attenermi a quanto vi è di più positivo, da tutto ciò che ho sin qui esposto viene stabilito 1° che le febbri di periodo sono prodotte da un miasma detto palustre che conosciamo oggi essere costituito da un microfita , 2° che questo vegeta , e si riproduce specialmente nei luoghi umidi, e dove sono acque stagnanti. 3° Che viene diffuso nell'atmosfera, sia per le correnti aeree, sia per mezzo dell' evaporazione acquea che contiene, o le spore, o lo stesso microfita nelle sue guttule. 4° Che viene da noi inalato per mezzo della respirazione, come accade delle altre spore vegetali, e delle altre sostanze sospese nell'atmosfera stessa. 5° Finalmente che è necessaria una qualche causa occasionale concomitante perchè gli effetti deleteri del miasma palustre si facciano manifesti. Tali cognizioni ci guidano a stabilire quanto è necessario di fare sia nell'esterno della città, sia nel suo interno perimetro, per distruggere il miasma palustre, e per prevenire le dette cause occasionali che ne favoriscono l'azione deleteria.

Per ciò che riguarda la prima parte si rende evidente la necessità assoluta del prosciugamento di tutti i terreni ove le acque piovane formano o dei grandi, o dei piccoli stagni. Molti ed importantissimi lavori, ed in varie epoche, tanto dell'antica romana repubblica , quanto durante il pontificio governo sono stati tentati per migliorare le condizioni agricole ed igieniche delle paludi pontine; ed è noto come, in tempi a noi più vicini, il Papa Pio VI, di chiarissima memoria, con grandi lavorazioni di fossati, di canali di colmature, e con una spesa ingente, riabilitò in esse alla coltura oltre a 16,000 rubbia di terreno, come trovasi registrato e descritto nella dottissima opera da fu M.r E. Nicolai. Ed è noto ancora come per cura del Granduca Leopoldo anche le maremme toscane, e segnatamente la vallata di Chiana, ottenessero lo stesso beneficio. La trascuratezza però degli affittuari e dei proprietari dei detti fondi delle paludi pontine, unita all' incuria degli incaricati go-

vernativi hanno sventuratamente fatto perdere moltissima parte di queste opere che meritavano essere gelosamente costodite e mantenute, con l'osservanza delle provvide leggi a questo scopo dallo stesso Pontefice stabilite.

Peraltro bisogna qui avvertire che le opere di bonifica sopra enunciate delle paludi pontine non potevano essere sufficienti a distruggere il miasma malarico; essendo che, per servirmi delle stesse parole del prelodato M.r Nicolai, in molti luoghi delle terre pontine il suolo è un composto di sterpi e di frondi infracidate dalle continue inondazioni, e leggermente interrate, senza solidità e consistenza. Quindi quanto è cosa innocente, o anche utile fare il fuoco in altri campi, tanto è pericolosa in questi luoghi delle terre pontine in tempo di estate. Imperocchè essendo la materia facilissima ad accendersi e consumarsi, ne segue un sensibilissimo abbassamento del suolo che forma conche di acque stagnanti, ed anche qualche dirupamento di argini. Sin qui l'autore. Queste località sono le così dette torbe, fomiti perenni di pestifere emanazioni per la detta putrefazione dei detriti vegetali. Queste torbe occupano grandi estensioni di terreno, sia nella parte superiore delle paludi corrispondente al levante, sia nella inferiore verso il ponente; e ne esistono ancora in spazi più limitati, ma frequenti specialmente nella parte del *nord*. Da ciò vedesi l'assoluta necessità non solo di ripristinare tutti i detti lavori già eseguiti per il prosciugamento delle paludi; ma ancora di trovar modo di togliere del tutto le torbe suddette per ottenere la perfetta salubrità dell'aria in quelle contrade, anticamente non solo fertilissime; ma salubri in modo da essere abitate da molte città e villaggi.

Ma se si può nuovamente ottenere il completo prosciugamento delle paludi pontine col ripristinare i sopra indicati lavori, è assai malagevole il modo di colmare le dette torbe per la loro grande estensione. Conviene però qui riflettere che una qualunque difficoltà, per quanto grande essa sia, non significa l'assoluta impossibilità di superarla; tanto più se si ponga mente alla grande potenza dei mezzi che oggi si hanno, sia per ottenere il quantitativo del materiale occorrente, sia per il più facile trasporto di questo. Per mezzo delle macchine, e della dinamite si può avere quanto materiale si vuole dai superiori monti, i quali, come che costituiti da materia calcarea, sono incolti, e questa materia stessa per la sua natura può formare un sotto suolo utilissimo ed efficace a distruggere il miasma malarico in quelle località, essendo a ciò il più adatto, come risulta dalle osservazioni dei prelodati Dott. Lanzi e Terriggi. Col mezzo poi di strade ferrate potrebbe essere colà trasportato ancora altro materiale più atto alla minuta cultura per il soprassuolo.

Queste proposte che potrebbero sembrare a qualcuno imponenti, riflettendo alla grande estensione dei detti bassi fondi, non mancherebbero però del loro pieno effetto, quando fossero costantemente, e per un tempo indeterminato eseguite. E se a tanta magnanima impresa non ci è sprone sufficiente la grandissima utilità relativa ai prodotti agricoli che se ne potrebbero ottenere; lo sia almeno quella della salute publica della presente e di tutte le future generazioni, che è incalcolabile.

Un altro modo di abolizione delle dette torbe sarebbe quello consigliato dal compianto socio accademico il P. A. Secchi, il quale era di parere di inondare questi bassi fondi perennemente, formandone dei laghi con i loro emissari, avendo i' superiori in prossimità il fiume Eufente, e gl' inferiori essendo prossimi ai laghi di Fogliano e quello di Paola, che sono in prossimità del mare. Si deve però avvertire, che anche in questo caso resterebbe sempre necessario il trasporto del materiale per colmare le piccole torbe e gli acquitrini che in gran numero ritrovansi anche fuori dei terreni che furono già prosciugati, ed oggi in gran parte nuovamente inondati per l'esposte cause.

Gli acquitrini poi sono frequenti, e spesso frequentissimi in tutta la campagna romana, ed oggi sono grandemente accresciuti per l'incuria dei governi; giacchè come già dissi superiormente, con la costruzione delle strade ferrate, specialmente ove queste sono più alte della campagna per dove esse passano, si è scavato lateralmente il terreno servendosi di questo per alzare il livello della strada stessa, quindi lunghissimi fossati senza scolo regolare delle acque che li riempiono duranti le pioggie; dal che ne è derivato un numero assai maggiore di stagni, che prosciugandosi nell'estate rendono anch'essi l'aria pestifera. Se in ogni paese rendesi necessario il dare regolare scolo alle acque tanto piovane che sorgive, molto più dovevasi scrupolosamente ciò eseguire nel nostro già invaso dall'infettante miasma, il quale, come si è detto, trova i suoi semenzai ovunque siavi permanente umidità sopra la terra; ma sventuratamente per nulla a ciò si è pensato, e si è agito come se si fosse nell'Eden. Nè debbo io qui lasciare inosservato che molti di questi acquitrini e lacune, di maggiore o minore profondità, ritrovansi ancora nei boschi, i quali sono abbandonati a loro stessi; mentre invece anche questi richiedono una particolare coltura, tanto perchè le piante non siano troppo folte ed impediscano così il libero passaggio dei raggi solari, quanto perchè le acque non restino in alcuna parte ivi stagnanti.

A rimuovere ovunque questi fomiti di malaria sono perfettamente concordi tutti coloro che hanno usccessivamente studiato il suolo romano, come il Lan-

ciani, il P. A. Secchi, il Di Tucci, il Tommasi Crudeli, i quali tutti convengono sull'assoluta necessità di costruire i fossati e i canali nella parte esteriore di tutte le campagne, specialmente nei bassi fondi, e di ripristinare le antiche fognature, e costruirne delle nuove, attesa la poca permeabilità del suolo, per la quale il sotto suolo ancora resta soverchiamente umido, condizione che noi abbiamo già veduto favorire grandemente la riproduzione del micidiale miasma, come chiaramente rilevasi dall'apparire delle febbri malariche che subito si presentano ove si eseguiscono scavi del terreno, sia nell'interno di Roma, sia in tutta le campagna romana.

Ma il ripristinare i lavori eseguiti dal pontificio governo nelle paludi pontine, il colmare e distruggere le torbe di queste contrade, il bonificare egualmente tutti i terreni ove sono stagni come ad Ostia, a Maccarese.... il livellare tutti i terreni della campagna romana dando regolare scolo alle acque nei fossati e nelle fognature, ed in fine i lavori allo stesso scopo diretti da eseguirsi nelle maremme toscane sono tutte operazioni colossali, che richieggono tutta l'energia di un governo, la cooperazione dell' intero stato, e somme ingenti di danaro, delle quali il governo attuale non può disporre, quand'anche vi fosse tutta la buona volontà di portare questo incalcolabile beneficio al nostro paese. Quindi io credo che i lavori parziali che si eseguiscono attualmente per cura del governo nell'isola tiberina ... e quelli delle tre fontane con l'iniziativa, e la direzione dei Padri Trappisti; come pure la proposta *coltura intensa* del circondario di Roma, resteranno sempre infruttuose, se non vengano prima tolti i grandi focolari che, come superiormente si è detto, specialmente infettano la campagna romana.

Un grandioso progetto per il « risanamento, colonizzazione, e coltura dell'agro romano » è stato elaborato, e distribuito in stampa dall'Onorevole Sig. Barone Alberto Galimberti, da proporsi al governo italiano. In questo l' autore stabilisce la costituzione di una società, che per azioni accumulerebbe un capitale di 360 milioni, de'quali il governo ne riceverebbe 36 in garanzia dei frutti dell' azioni stesse... dietro le concessioni dell' espropriazione dei fondi da bonificarsi, come ancora dall'esenzioni di alcune tasse... Qui, come ognun vede, si tratterebbe piuttosto di prendere che di dare, per cui non è improbabile che la cosa sia presa in considerazione, e proposta quindi alla discussione parlamentare. Auguro intanto al nobile proponente il poter vincere le grandissime difficoltà che si presenteranno, e per parte mia, come medico, lo consiglio a non azzardare d'intraprendere la colonizzazione della campagna romana prima che siano effettuati tutti i lavori di

bonifica di cui si è antecedentemente parlato, tanto delle paludi pontine, come delle maremme toscane , e di tutti gli altri luoghi palustri fra questi due estremi compresi, altrimenti verrebbero sacrificati tutt'i coloni, sarebbe perduto il frutto delle sue fatiche, come ancora gl'interessi dei soci capitalisti.

Eseguite quindi queste prime grandi operazioni potrebbero allora solo effettuarsi in tutta la campagna romana tutte le altre al medesimo scopo dirette, di cui superiormente abbiamo parlato. Così solamente sarebbe possibile la permanente colonizzazione della nostra campagna, dalla quale, coll'aumento delle piante arboree da legno e da frutta, e con la coltura per turno delle piante erbacee; come ancora con l'aumento del bestiame educato nelle stalle, ne deriverebbe non solo il miglioramento e la costante salubrità dell' aria; ma ancora un incalcolabile prodotto, e da questo una vera ricchezza del nostro paese da altra parte inesperabile.

Rammentato così brevemente quali siano le operazioni da eseguirsi nell'esterno di Roma per distruggere il miasma malarico passiamo ora a vedere quali pratiche si debbano usare per rendere salubre la parte interna di essa. Credo però qui opportuno di premettere, che, ad eccezione di certe circostanze straordinarie, come ad esempio i grandi scavi che negli scorsi anni si sono dovuti fare per le moltissime costruzioni eseguite sull'Esquilino e sul Viminale, o per le grandi fognature eseguite nelle principali strade di Roma; od ancora, di certe stagioni eccessivamente piovose, come e stato nel già notato anno 1878 in 79, che portano inondazioni, le febbri di periodo entro il recinto di Roma, salvo alcune località che dovremo in seguito notare, sono assai minori in numero di quelle che si fanno apparire nelle statistiche sanitarie, moltiplicate poi artificialmente a dismisura, col mezzo dei pubblici giornali, dai locandieri delle altre città d'Italia, ed esteri, ad oggetto di ritenere presso di loro i forestieri esterrefatti dalla larva della malaria di Roma. Sventuratamente vige oggi nella pratica medica il sistema uffreduziano, con il quale, senza distinzione delle malattie febbrili continue, o continue remittenti, o nate da altri miasmi, si giudicano all' istante tutte per malariche, e quindi ad ogni caso morboso viene ordinata chinina, o solfato di chinina a grandi dosi, che si vanno duplicando, triplicando.... col peggiorare che i miseri infermi vanno naturalmente facendo, sino a perderne la vita; ed in questi casi, ad acquetare i congiunti dei decessi si è trovato il pretesto, che il malato si è reso insensibile all' azione dei preparati di china! Ne è da meravigliarsi di ciò; giacchè se molti dei sani perdono oggi il senso morale, e con esso il senso comune, gl'infermi

possono perdere la naturale sensibilità all'azione dei rimedi! (1) Intanto questi casi di decessi per la detta causa sono frequentissimi, e si danno nelle pubbliche statistiche necrologiche come derivanti da malaria; quindi il fuggire che fanno gli oltramontani l'aria di Roma quasi fosse pestilenziale. Io non ho alcuna autorità sull'insegnamento ufficiale della medicina, per cui debbo limitarmi a protestare altamente contro questa insana pratica, che esaltando i giovani medici, fa loro vedere il miasma malarico anche ove non esiste, come pochi anni indietro i tommassiniani vedevano ovunque il processo flogistico, e così sono distolti dallo stabilire le giuste diagnosi delle malattie, con danno gravissimo della salute dagli infermi, con disdoro della medicina, e con grande perdita degl'interessi di tutti coloro che vivono coi proventi che ritraggono dai forestieri. Torniamo ora sul nostro sentiero.

Per ciò che riguarda le vere febbri periodiche che si manifestano nell'interno di Roma conviene confermare quanto di sopra si è già stabilito; cioè impedire la riproduzione del miasma, e prevenire le cause occasionali che ne favoriscono i tristi effetti morbosi.

---

(1) Non credo per altro doversi trasandare la detta proposizione; anzi ne prendo nota, essendo essa una chiara confessione di deplorevoli risultati clinici, che devono pure avere la loro ragione sufficiente nella mancanza di applicazione dei principi scientifici della medicina, se non vogliamo che questa, anzichè scienza medica, sia una pura arte di azzardo, od anche una ciarlataneria. Ma viva Iddio, il quale se ha permesso che ci affliggano moltissimi mali, ci ha anche dato grandissimo numero di rimedi per curarli, e per conseguenza devono pure esistere le norme per sceglierli convenienti ad ogni caso morboso. Ciò premesso è da sapersi se i preparati di china siano stati amministrati in casi di febbri continue, o continue remittenti...... insomma quando questi non convengono, ed allora non solo gl'infermi non ne hanno potuto risentire gli effetti salutari; ma han dovuto necessariamente peggiorare ed anche morire; atteso pure alle enormissime dosi, che con tanta temerarietà oggi questi si amministrano. Che se i preparati chinacei sono stati dati ove realmente le malattie erano prodotte da miasma palustre; cioè nelle febbri periodiche o semplici o complicate con altre infermità, ed in questi casi ancora può avvenire, ed anche frequentemente, che i detti preparati di china non le possano vincere. E perchè mai ciò? Perchè le febbri periodiche, come tutte le altre infermità, devono essere considerate tanto relativamente alla causa che le produce, quanto agl'individui che le soffrono, lo che val quanto dire che sono individuali, come viene chiaramente dimostrato dalla multiplicità, e dalla somma variabilità dei sintomi, che le manifestano, come a suo luogo ho esposto. Riconosciuta questa massima patologica ci è necessaria una guida, cioè una legge terapeutica, che ci conduca alla scelta dei convenienti rimedi in ciascuna malattia individuale, sia pure periodica. Questa legge è indubitatamente quella dei simili, anticamente stabilita da Ippocrate di Coo, ed a nostri tempi trovatane la generale applicazione dal Dr. Samuele Hahnemann, luminare della medicina, e vera gloria del nostro secolo. Ed in fatti i preparati di China si mostrano efficacissimi (dati a dosi molto più discrete di quelle che oggi si usano) allorchè i sintomi che la china produce sull'uomo sano sono simili a quelli che presentano gl'infermi affetti da febbri di periodo; eccettuati solo quei casi ne'quali sono gia avvenute profonde alterazione organico vitali, come avviene nelle perniciose non in tempo curate. Ma altre febbri anche periodiche trovano solo i loro farmachi salutari in quelli che sintomi analoghi ossiano simili sull'uomo sano producono, e questi sono molti, come può vedersi nella materia medica del prelodato Hahnemann, già di molto accresciuta da i suoi seguaci. Escluse queste dottrine, confermate oggi dalla pratica di migliaia di medici, non si può più avere ragione plausibile perchè la china non curi sempre le febbri di periodo di sua pertinenza, e quindi nei casi di mala applicazione si è costretti a ricorrere a supposizioni immaginarie ed assurde, per ricoprire in qualche modo i propri falli, ammettendo che i malati si rendano insensibili all'azione dei preparati di china!

Relativamente alla prima parte rendesi necessario di praticare quanto si è già detto della campagna esterua; togliere cioè ovunque si trovino acquitrini, e soverchia umidità che emana da tutti i terreni non selciati, nè in qualsiasi modo lastricati, i quali nella cerchia della mura di Roma sono ancora di moltissima estensione. Conviene riflettere che il basso livello della nostra città, e la cinta delle colline che l'attorniano la conformano ad un bacino, ove, specialmente nel raffreddarsi dell'atmosfera sul tramontare del sole, si sopraccarica di vapore acqueo che la rende molto umida, condizione favorevolissima alla produzione delle febbri di periodo per la soppressione del traspiro cutaneo che ne deriva. Difatti è appunto nelle località più umide ove nell' interno di Roma domina la malaria. Così sotto la cinta dei colli suddetti, e specialmente sotto il Gianicolo, che ha in prossimità il Tevere, veggonsi i malati in gran numero per le dette febbri. Posso io ripetere con Ovidio

Ipse solum colui cujus placidissima laevum
Radit arenosi Tiberis unda latus.

In tre anni di dimora che ho fatto presso il Tevere dal 1842, dopo un debordamento, ho avuto occasione di vedere le febbri di periodo di tutti i tipi, di tutte le forme che queste possono assumere. E per la stessa ragione ove sono orti e giardini, o dove si eseguiscono movimenti di terra, come accade oggi specialmente per i lavori dell'arginatura del Tevere stesso, le febbri non risparmiano nè sesso, nè età, nè robuste costituzioni corporali. Di qui chiaro apparisce quanto sia stato improvvido il circondare le nuove abitazioni sull'Esquilino con i così detti villini, come ancora deve riescire malsana in Roma la costruzione delle strade fatte a petriscolo, ove ad ogni pioggia resta lungamente permanente l'umidità. Roma, per le dette cause, e per altre ancora che sono per aggiungere, deve esser tutta nell'interno selciata; purchè i fornitori dei selci, avuto riguardo ai poveri pedoni, li somministrino se non del tutto levigati, almeno meno scabri ed acuti, in modo da rompere le piante dei piedi a tutti coloro che non hanno mezzi di andare in vettura! Così ancora ad evitare la soverchia umidità, i cortili ed i giardini devono in Roma avere una particolare costruzione; cioè a dire o devono essere selciati, come per es. il grande cortile del Monastero alla Trinità de'Monti, o mattonati come è quello interno dell'istituto dei Ciechi in S. Alessio sull'Aventino; lasciando in questi delle piccole ajole sterrate, del diametro di circa un metro, per la coltura dei cesti dei

fiori, degli arbusti e delle piante arboree, le quali è cosa ottima che nel detto modo siano poste in tutte le grandi strade, sia per dare ombra ai passeggeri, sia per l'ossigeno che le piante somministrano all'atmosfera, elemento indispensabile per la nostra respirazione polmonale, e che nelle città è soverchiamente consumato, tanto dalla respirazione degli abitanti e degli animali domestici, quanto dalle moltissime combustioni che ivi giorno e notte si effettuano.

In Roma come facilmente è troppo umido il soprassuolo, così lo è più ancora il sottosuolo, per lo che ne vengono pessime emanazioni ogni volta che si deve rompere il terreno, dal che ancora nasce la grande umidità di tutti i locali terreni delle case, ove oggi gran quantità di basso popolo è costretta ad abitare, per l'enorme incarimento che si è procurato delle pigioni, come ancora per il caro eccessivo di tutto ciò che è necessario al mantenimento della vita, prodotto dalle sempre crescenti imposizioni, o balzelli. Questa umidità del sotto suolo è dovuta in Roma alle molte acque che vanno disperse, come credo io che siano p. es. quelle dette del Grillo e quella Sallustiana, e tante altre che formano i pozzi che esistono in quasi tutte le case. Le dette acque ritrovansi a pochi metri di profondità, e spesso in tanta quantità che le macchine idrovore, devono lavorare di giorno e di notte per molti giorni, o per alcuni mesi ancora, prima che si possa gettare materiale per i fondamanti di nuove costruzioni. Quanto sarebbe stato più utile per la nostra città l'avere allacciate (come dicono) tutte queste acque, che filtrano per ogni dove, e che sono ottime per bevanda, ansichè portare in Roma la così detta Acqua Marcia carica di carbonato di calce, che in fin de conti non può essere molto salubre per chi la beve; così operando si sarebbe tolta la umidità di tutti i piani terreni per la quale le affezioni reumatiche, le cachessie, e specialmente le febbri di periodo sono prodotte. Il sottosuolo intanto così perennemente umido dà luogo alla costante riproduzione del miasma palustre, il quale, secondo le osservazioni del prelodato socio Dott. Lanzi, e del Dott. Terriggi può essere distrutto dai preparati di calce; sarebbe quindi espediente di bagnare almeno con acqua di calce i fossati che si fanno per la città a qualche metro di profondità, per qualunque siasi scopo operati.

Dovrei qui annoverare ancora fra le cause predisponenti alla malattia di cui si parla le abitazioni di recente costruzione troppo presto abitate, cosa che richiederebbe una assai più diligente e rigorosa ispezione, eseguita da una commissione sanitaria, e non lasciata all'arbitrato di un solo; essendo

che la permanente umidità di queste abitazioni apporti malattie gravissime, e spesso irreparabili, fra le quali le febbri di cui qui tratto. Così ancora dovrebbero essere inibiti i piani superiori delle abitazioni costruiti senza intercapedine tra i soffitti ed i terrazzi, che si fanno oggi in luogo dei tetti. In questi piani si brucia nell'estate, e si gela nell'inverno, dal che le alterazioni di salute, specialmente per le relative soppressioni che ne nascono del traspiro cutaneo. Ma senza dilungarmi su ciò passo a considerare un'altra causa occasionale anche più rilevante delle suddette, ed è questo il *gas* idrogeno carburato, del quale oggi ci serviamo per l'illuminazione della città, delle botteghe, dei laboratori, delle scale, ed anche in alcuni luoghi degli stessi interni domicili. Questo *gas* si diffonde nell'atmosfera dai gasometri, dai becchi, che spesso non sono ben chiusi, o per negligenza di chi li usa, o per difetto di costruzione, ed in fine dai grandi e piccoli tubi dello stesso *gas* allorchè vengono ricambiati. Quale turbamento vitale questo *gas* produca su noi lo abbiamo superiormente veduto parlando dell'ultima influenza colerica in Roma, e così dominando altri miasmi, che oggi con grande frequenza e facilità ci sono importati per la celerità delle comunicazioni che si è ottenuta con le strade ferrate, dobbiamo necessariamente con più facilità risentirne l'azione deleteria; e da ciò è appunto derivante la molteplicità, e la grande frequenza delle malattie epidemiche, da far tremare specialmente tutt'i padri di famiglia, che per le dette cause veggono troppo spesso sparire i loro figli.

Tra queste cause occasionali che possono favorire le febbri periodiche io ho annoverato anche i *virus* che possono essere od ereditati, od acquisiti, quali sono lo psorico, l'erpetico, i venerei . . . . . Ritorno per un istante allo stabilimento dei Ciechi di S. Alessio per dimostrare ad evidenza questa verità. Quel grandioso ed ameno locale è circondato da giardini, da orti, e dalla pubblica strada non selciata; condizioni tutte favorevolissime alla produzione del miasma malarico; e ciò all'esterno, e nell'interno che cosa si presenta? Quasi tutti quegl'infelici sono ciechi per effetto dei *virus* sopra indicati, E quale è il risultato di questi morbosi elementi, efficiente l'uno, predisponenti gli altri? Di trentasei individui che compongono quella comunità, nello scorso anno 1879, tre soli furono esenti dalle febbri periodiche!

Ma conviene qui fare speciale menzione delle malattie veneree con le quali spessissimo ho io veduto complicate le febbri di periodo. Che dovrò dire su ciò in tempi nei quali si fa infame commercio della prostituzione, per la quale l'incauta e demoralizzata gioventù contrae i detti *virus*? Nè si

dica che questo illecito e turpe commercio sia valevole a reprimere la diffusione di questo genere di malattie per la sorveglianza che si fa sulle donne; giacchè il fatto dimostra che la lue venerea, si è fra noi sempre più diffusa, e dobbiamo avere il cordoglio di vedere spesso giovanetti, oltrepassati appena gli anni della pubertà, presentarsi con malattie di tal fatta! La sola sana morale può prevenire questi mali fisici, come la sola carità cristiana, che raccoglie le infelici traviate, può riportarle sul retto sentiero; dopo però che sono state rovinate come nell'onore, così nella salute.

Mi resta ora a parlare dell'insalubrità dei cibi, e dei patemi di animo, come cause anch'esse predisponenti alle malattie miasmatiche, e per conseguenza anche alle febbri periodiche. Relativamente ai primi io ho già superiormente dovuto accennare al caro, ed enorme prezzo di quanto è più necessario al mantenimento della vita, per le eccessive imposizioni governative e comunali, per le quali moltissimi individui, anzi moltissime famiglie, debbono privarsi delle carni, ed usare i cibi più grossolani, ed in scarsa quantità. Queste continue e dure privazioni fanno sì che i loro temperamenti illanguidiscano, e da ciò provengono figli linfatici e scrofolosi, e per ciò stesso maggiormente predisposti alle febbri malariche. E chi non vede poi da questa vita di oppressione e di stenti quali e quanti patemi di animo ne derivino? Quanti padri di famiglia van chiedendo soccorso di domicilio in domicilio, perchè mancanti di mezzi per sostentare le loro famiglie! Ma il più parlante argomento della publica calamità sono certamente i giornalieri suicidi. In questa parte non può negarsi che esista fra noi una vera libertà! In fatti nessuno dei governanti si commuove alla vista continuata di questi orribili fatti provenienti dalla demoralizzazione e dalla disperazione; che anzi i più terribili istrumenti di morte sono esposti al pubblico, e liberamente venduti, come i giocattoli dei bambini; ed ognuno può senza ostacolo gittarsi nel Tevere, mancando una permanente e ben' organizzata guardia di sorveglianza che lungo il fiume, almeno dal ponte Milvio (volgarmente Molle) a tutto il corso interno di Roma, abbia le stazioni fisse, e poste a giusta distanza da vedersi l'una con l'altra, per potersi reciprocamente subito avvertire degl'infortuni o prossimi ad accadere, o già accaduti, ed essere pronti così a prevenire i primi, o ad apprestare soccorso con tutt'i mezzi di salvataggio a coloro che sono riusciti ad eseguire il tonfo fatale. Il numero spaventevole degli annegati, che per l'esposte cause sono avvenuti nello scorso decennio, e che tuttora proseguono, fa chiaramente vedere la necessità assoluta di questo provve-

dimento ancora inesatto ed incompleto. Questo però, sebbene necessario, sarà solo un mezzo indiretto a prevenire tanti infortuni; essendo che, se non si rimonta alle vere cause, non potendosi annegare si gitteranno dalle finestre o da qualunque altura! Da tutto l'anzidetto chiaro apparisce quanto vi sia da demolire, quanto da costruire per distruggere il miasma malarico, e prevenirne gli effetti così frequenti e temuti. Per ciò ottenere non sono dunque sufficienti le relazioni dei medici sul numero dei malati curati, sulle località, e sul sesso diverso di questi. Il male che deve combattersi ha radici cotanto estese e profonde, che non possono essere conosciute, e molto meno distrutte limitandosi a queste cognizioni. L'opera di purificazione della nostra atmosfera è di tal mole che richiede operazioni gigantesche non solo fisiche, meccaniche ed industriali; ma esige radicali riforme economiche e morali; giacchè per giungere al fine desiderato è indispensabile, che le leggi igieniche, come le economiche, o finanziarie, siano concordi nella loro equità, nè possono essere disgiunte dai principii di sana morale; concordanza senza la quale la società non può sussistere, perchè altrimenti tutto diviene disordine, e supplizio la vita! In secondo luogo è evidente che l'argomento del miasma palustre deve essere considerato di massima importanza, ed i provvedimenti da prendersi di estrema urgenza; essendo che, come ho dimostrato, le attuali condizioni, tanto esterne della campagna romana, quanto interne di Roma, sonosi rese favorevoli ad un incremento del miasma stesso, per il quale non solo Roma sarà sempre più sfuggita dagli oltramontani, ma dovrà in fine essere abbandonata del tutto la campagna romana dagli stessi indigeni. Mi auguro pertanto che l'atmosfera di Roma e dell'agro romano sia resa alla sua naturale salubrità, e che la popolazione che vi abita conservi, anche a vantaggio della salute corporale, la sua tradizionale moralità, affinchè possa adempirsi il desiderio espresso dal nostro Orazio nei seguenti versi

Alme Sol, curru nitido diem qui
Promis et celas, aliusque et idem
Nasceris, possis nihil urbe Roma
Visere majus.

SULLA TEORIA FISICA DELLA PILA VOLTIANA

NOTA

DEL P. FRANCESCO S. PROVENZALI D. C. D. G.

Dopo cira mezzo secolo di continue questioni e ricerche intorno all'origine della elettricità delle pile, quasi tutti i fisici sono finalmente convenuti nell'ammettere che l'azione chimica è la causa della corrente generata dall'elettromotore voltiano. Quindi l'antica teoria del contatto che condusse il Volta alla sua celebre scoperta è caduta in discredito per modo che alcuni sono arrivati a dire il Volta essere pervenuto all'invenzione della pila partendo da un principio falso, cioè che il contatto fra i corpi eterogenei sia una sorgente di elettrico. Intorno a che si vuole primieramente osservare che sono due proposizioni molto diverse *l'azione chimica è l'origine della elettricità voltaica*, e *il contatto non è nè può essere sorgente di elettrico*. Dato che l'azione chimica sia causa dell'elettricità voltiana, non viene per legittima conseguenza che ne sia la causa completa e molto meno che ad occasione del contatto o di un grande avvicinamento non possa turbarsi nei corpi l'equilibrio elettrico, indipendentemente da ogni altra sorgente conosciuta di elettricità. Che *ad occasione* del contatto fra corpi eterogenei si desti elettricità non fu mai negato da alcun valente sperimentatore; la discordanza sta in ciò che mentre gli antichi elettricisti attribuivano al contatto in quanto è tale la virtù di destare l'elettrico, adesso invece quella virtù comunemente si attribuisce all'azione chimica ovvero ad un cangiamento di temperatura o alle operazioni meccaniche inseparabili del contatto. L'influsso di queste cause se non era del tutto improbabile nelle sperienze del Volta, lo è divenuto in quelle che furono fatte dipoi da Fechner, Pfaff, Karsten, Marianini, Ohm, Péclet, Poggendorff, Jacobi e altri fisici eminenti, dai quali le sperienze del Volta furono ripetute con eguale successo nell'aria perfettamente secca, nel vuoto pneumotico, in atmosfere di anidrido carbonico o di azoto ed anche con solo affacciare l'uno all'altro i due corpi, senza che venissero a toccarsi, come più recentemente fu praticato da Gassiot. Se dunque ad occasione del contatto c'è sviluppo di elettrico anche quando vengano escluse tutte le cause sensibili

d'azione chimica o meccanica o calorifica, conchiuderemo con H. Davy che sarebbe contro le regole della sana filosofia per ispiegare l'elettricità di contatto ammettere una cagione della cui esistenza non ci possiamo in alcun modo assicurare.

Prima delle moderne teorie delle azioni molecolari era difficile il concepire come dal solo contatto possa nascere una forza; ora poi che i fatti ci hanno condotto ad ammettere che le molecole sono circondate da atmosfere eteree od elettriche aventi nelle diverse sostanze diverso volume e movimento, è cosa facile l'intendere che quando due corpi eterogenei vengono a toccarsi le atmosfere delle molecole più prossime possano mutuamente modificarsi e costituirsi in uno stato di equilibrio sforzato, dando così origine ad una tensione elettrica; nè a ciò sarà sempre necessario il contatto immediato delle atmosfere potendo questo essere supplito dalla reazione del mezzo interposto. Del resto nello stato attuale delle scienze positive è superfluo aggiungere che lo squilibrio elettrico occasionato dal contatto o dal semplice avvicinamento di due corpi, sebbene possa produrre una tensione elettrostatica più o meno permanente secondo il diverso grado d'isolamento, è però incapace di generare una corrente continua ossia una forza che non si esaurisce nel primo istante, ma prosiegue a vincere ostacoli a produrre lavori, i quali verrebbero dal nulla ove la cagione totale della elettricità voltaica fosse il contatto una volta stabilito e del continuo non rinnovato. Al presente, come già dissi, tutti i fisici convengono nell'asserire che l'azione chimica è la causa dell'elettricità voltaica, e una tale asserzione intesa nel senso che *l' azione chimica è quella che mantiene lo sviluppo e determina la direzione della corrente non ammette replica*. Ogni dubbio intorno a ciò è rimosso dalla mancanza totale di corrente continua sempre che manca l'azione chimica , e dalla inversione della corrente nella stessa coppia quando il metallo che era attivo col variare del liquido eccitatore diventa inattivo e viceversa. Ma se poi si domanda quale è la causa dell' azione chimica generatrice della corrente, chi non ammette che ad occasione del contatto si desta elettricità indipendentemente da ogni azione chimica propriamente detta , deve ricorrere a delle ipotesi le quali se non sono assurde certo non hanno alcun fondamento nei fatti. In ogni pila si debbono distinguere due stati elettrici assai diversi: lo stato *di tensione* che si manifesta ai due poli finchè questi rimangono isolati , e lo stato *di corrente* che incomincia nell'atto che si chiude il circuito. Si prenda per maggiore semplicità una di quelle combinazioni voltiane nelle quali

l'azione chimica molto forte a circuito chiuso, è nulla o quasi nulla a circuito aperto: tale sarebbe p. e. la pila di Smee formata con zinco amalgamato e platino platinato immersi nell'acido solforico diluito. Durante il primo stato in cui l'azione chimica è nulla o quasi nulla si osserva una tensione elettrostatica negativa al polo zinco ed una simile tensione positiva al polo platino. Queste due tensioni sono permanenti ossia durano finchè il circuito rimane aperto. Chiuso il circuito alla tensione sottentra una corrente sensibilmente continua e la decomposizione del liquido elettrolitico diviene tanto più abbondante quanto è minore la resistenza opposta al ristabilirsi dell' equilibrio fra le due opposte tensioni del zinco e del platino.

Da questi fatti si fa manifesto che la tensione elettrostatica non è al certo dovuta all'azione chimica generatrice della corrente, altrimenti l'effetto precederebbe la sua causa. Ma neanche sembra dovuta, come vogliono alcuni fisici, ad un'azione chimica incominciata coll'immersione delle coppie nel liquido eccitatore, e poi cessata per mancanza della corrente necessaria al suo proseguimento. Se così fosse non s'intenderebbe perchè vari la tensione al variare dell'elemento che non soffre azione chimica. Eppure è un fatto certo che p. e. nella coppia zinco amalgamato e platino platinato la tensione elettrostatica diminuisce quando al platino venga sostituito il carbone ovvero l'argento. Nè meglio si capisce come avvenga che l'azione chimica incominciata a circuito aperto, epperò senza il precedente influsso della corrente, non possa poi continuare se non sia coadiuvato dalla corrente medesima. E se l'azione chimica non può continuare come potrà continuare la tensione originata dallo sviluppo di elettrico che accompagna quell'azione? Sarebbe questo l'unico esempio di uno squilibrio d'elettrico permanente in un sistema di conduttori dopo cessata l'azione della causa che lo produsse.

Al contrario se lo stato di tensione iniziale delle pile si fa dipendere dal contatto come da occasione che permette all'elettrico naturale di un corpo di esercitare una pressione sull'elettrico di un altro corpo, l'elemento che dicesi inattivo non farà la parte di semplice conduttore, sicchè variata la natura di questo elemento varierà la tensione anche nell'elemento attivo, per la ragione che pescando ambidue gli elementi nello stesso liquido o in due liquidi fra loro non isolati, le opposte tensioni devono mutuamente modificarsi. Queste tensioni poi non essendo l'effetto di un'azione istantanea, ma dello sforzo che fa l'elettrico per passare ad un nuovo stato di equilibrio, potranno durare finchè l'azione chimica non abbia il suo com-

pimento colla formazione di nuovi composti. Ciononostante a motivo dell'isolamento sempre imperfetto, quanto ai corpi che non si trovano nelle circostanze opportune per combinarsi chimicamente, la tensione sarà sempre di breve durata e cesserà nell'istante medesimo che produce un lavoro qualunque, sebbene possa di nuovo momentaneamente manifestarsi nell'atto che i due corpi si separano l'uno dall' altro. Ma trattandosi dell' elettromotore voltiano in cui anche il lento ristabilirsi dell'equilibrio fra le due opposte tensioni è accompagnato da operazioni chimiche, le nuove molecole eterogenee che vengono a mutuo contatto ripristineranno del continuo la tensione, la quale perciò sembrerà permanente.

Concepita così l'origine della tensione nella pila, si vede che l'azione del contatto in fine si riduce ad un' azione chimica *incompleta*. Non già che l'azione chimica propriamente detta, cioè accompagnata da mutazione sostanziale della materia sensibile, una volta incominciata possa nelle medesime circostanze rimanere sospesa; ma perchè l'azione chimica comprendendo due fenomeni distinti, voglio dire una nuova disposizione negli atomi della materia ponderabile ed una nuova forma di equilibrio nell'etere, ossia nell' elettrico frammisto alla materia medesima, può accadere che l' elettrico delle molecole eterogenee che sono a mutuo contatto si disponga a prendere la nuova forma d'equilibrio prima che si effettui l'azione chimica propriamente detta. Finchè l'affinità mutua de' due corpi venuti a contatto è tale da potere senza altro aiuto produrre delle nuove molecole, ambidue quei fenomeni si effettuano contemporaneamente e l'equilibrio elettrico presto si stabilisce. Ma se l' affinità di quei corpi non è forte a segno che possa da se sola determinarne la combinazione, non perciò sarà impedita ogni azione fra le molecole eterogenee che si toccano, anzi dovrà nascere fra le medesime un contrasto per le forze che tendono a mantenerle nella primitiva forma di equilibrio e quelle che le spingono a prenderne un' altra. Riconosciuta in questo contrasto la causa della elettricità di contatto e dello stato di tensione nelle pile, si evitano gli inconvenienti che presenta la teoria della pila nel modo che viene esposta dalla maggior parte dei moderni.

Nè meno felicemente nella suddetta ipotesi sembra che si evitino gli inconvenienti che presenta la teoria dei moderni riguardo al secondo stato della pila cioè allo stato di corrente. Ecco come si dichiara la genesi della corrente voltiana dai fisici che non ammettono nella pila altra sorgente di elettrico tranne l' alterazione sostanziale dei materiali che la compongono. Chiuso il circuito della pila, la corrente momentanea che si desta nel ri-

stabilirsi l'equilibrio elettrico fra le due opposte tensioni dello zinco e del platino, decompone una parte del liquido elettrolitico e determina l'ossidazione dello zinco. Nell'atto che si effettua questa ossidazione dello zinco si carica di elettricità negativa, mentre l'idrogeno rimasto libero e per conseguenza il liquido ed il platino si caricano di elettricità positiva; onde alla prima corrente momentanea immediatamente ne succede un'altra pure momentanea, che alla sua volta determina una nuova ossidazione dello zinco, un nuovo sviluppo di elettricità negativa in questo e positiva nel liquido; e così appresso finchè rimane dello zinco non ossidato e del liquido elettrolitico non decomposto.

Da questa maniera di concepire la genesi della corrente voltiana nascono due gravi difficoltà: la prima è di non farci intendere come avvenga che l'equilibrio elettrico turbato dall'azione chimica invece di ristabilirsi per la via più comoda e più breve nell'interno della pila, conforme richiedono le leggi sperimentali della propagazione dell'elettrico, vada in gran parte e anche integralmente a ristabilirsi per l'arco esteriore, che può avere molte centinaia di chilometri di lunghezza ed essere formato di corpi meno conduttori dell'elettrico de'materiali che costituiscono la pila. L'altra difficoltà ce l'offre il fatto che crescendo l'azione chimica non cresce sempre, anzi spesso diminuisce notabilmente la corrente: come accade p. e. quando in cambio dello zinco amalgamato si adopra lo zinco del commercio o altro metallo più facile ad ossidarsi, e quando all'acqua acidulata coll'acido solforico si sostituisce l'acido azotico diluito, che attacca lo zinco amalgamato con più energia dell'acido solforico.

Queste difficoltà non hanno luogo nella teoria del contatto come l'abbiamo esposta di sopra, e la genesi della corrente sta in pieno accordo colle leggi sperimentali della propagazione dell'elettrico. Ammesso infatti che l'origine delle due opposte tensioni sta nel conflitto fra le atmosfere elettriche delle molecole eterogenee che venute a contatto non hanno forza bastevole per formare de'nuovi composti, chiuso il circuito e compiutasi l'azione chimica in virtù della corrente momentanea circolante per l'arco conduttore e per la pila, le nuove molecole liquide che vengono a contatto della coppia voltaica ripristineranno la tensione, e per tal modo si avrà una corrente sensibilmente continua senza che tutto o quasi tutto l'elettrico svolto dalla susseguente azione chimica debba supporsi incanalato per l'arco conduttore. Ho detto *tutto o quasi tutto l'elettrico* perchè una parte dell'elettrico squilibrato dall'azione chimica, sia che questa si effettui in forza della sola affinità o dell'affinità coadiuvata dalla corrente voltiana, deve di

necessità riequilibrarsi per l'arco conduttore; ma questa parte sarà sempre molto piccola e diventerà insensibile quando la resistenza dell'arco conduttore sia cresciuta fino a un certo grado. Una prova di ciò l' abbiamo in quel fenomeno a prima vista molto strano, cioè che sebbene l' arco conduttore faccia l'ufficio di moderatore dell'azione chimica originata dalla corrente per modo che aumentata la resistenza dell' arco, e per conseguenza diminuita l'intensità della corrente, nello stesso rapporto a un dipresso diminuisca l'azione chimica; pure ciò non si verifica per qualunque resistenza e continuando questa a crescere finalmente si trova che l'intensità della corrente diminuisce più rapidamente dell'azione chimica. Posto che la causa dell'azione chimica che si compie solo a circuito chiuso sia la corrente, se non si vuole che l'effetto superi la sua causa bisogna dire che quella parte dell'elettrico svolto dall'azione chimica che prima si neutralizzava per l'arco conduttore, cresciuta la resistenza di questo, si neutralizzi nell'interno dell' elettromotore.

Riguardo poi al diminuire o cessare la corrente nell'atto stesso che cresce l'azione chimica, nella esposta teoria è cosa facile il vederne la ragione nella energia dell'affinità; essendo manifesto che quanto è maggiore l'affinità fra il liquido ed il metallo attivo tanto maggiore ha da essere il numero delle molecole eterogenee che venute a contatto subito si combinano senza dare il tempo alle loro atmosfere elettriche di costituirsi in quello stato di equilibrio violento che dicemmo essere la causa della tensione e della corrente generatrice dell'azione chimica a circuito chiuso. Per la medesima ragione della troppo forte affinità (senza bisogno di ricorrere alle azioni locali, solo in alcuni casi dimostrate dalla sperienza) chiaramente apparisce che quella parte di azione chimica che si effettua anche prima della chiusura del circuito poco può influire sulla intensità della corrente, sopra tutto quando la resistenza dell'arco conduttore non è molto piccola; e per conseguenza che la proporzionalità fra l'azione chimica e la corrente a rigore non può sussistere se non per l' azione chimica che si compie solo a circuito chiuso; come insegna la pratica. Dalle cose dette fin qui sembra potersi conchiudere che a spiegare razionalmente i fenomeni della corrente voltiana, la teoria chimica dei moderni non vuole essere disgiunta dall'antica del contatto, considerando questo come la circostanza che permette alle molecole eterogenee, non aventi forza bastevole per formare nuovi composti, di produrre uno squilibrio elettrico antecedentemente ad ogni azione chimica propriamente detta cioè accompagnata dalla produzione di nuove sostanze.

APPLICAZIONE DELLA TEORICA DEI LIMITI ALLA DETERMINAZIONE DEI RAGGI DI CURVATURA E DELLE EVOLUTE.

NOTA

DEL PROF. MATTIA AZZARELLI

1. Una linea, qualunque essa sia, possiamo intenderla generata dal movimento di un punto il quale con continuità geometrica vada mutando direzione; ma non può mutarsi direzione, se non abbiasi tendenza per una direzione determinata; ora se immaginiamo prolungate tutte queste tendenze, avremo tante linee rette, quanti sono i punti della linea generata, e gli angoli che queste rette formano successivamente tra loro ci danno la misura delle successive deviazioni di una direzione dall'altra. E poichè ognuna di queste rette ha un punto solo comune colla curva, e tutti gli altri, in quelle vicinanze, sono fuori, così esse prendono il nome di rette *tangenti la curva*. È facile riconoscere che quanto più grande è l'angolo di deviazione tanto più la linea s'inflette, o piega, o s'incurva nel suo andamento, cioè tanto più in quel punto la curva si allontana dalla sua tangente; e quanto più piccolo è l'angolo di deviazione tanto meno è piegata od incurvata la linea, e quindi in questo punto maggiormente si avvicina alla tangente.

2. L'angolo di deviazione può dunque servire di misura per farci conoscere la curvatura di una linea qualunque nei suoi differenti punti: e se prendiamo a considerare una circonferenza, riconosceremo in questa che gli angoli di deviazione sono tutti eguali, chè altrimenti i suoi punti non sarebbero tutti egualmente distanti dal centro. Ciò posto, immaginiamo che su di una circonferenza di raggio r venga preso un segmento qualunque s, e che dai due estremi di questo sieno stati condotti al centro i raggi, e che sia φ l'angolo di raggio uno fatto al centro da essi, avremo evidentemente

$$s = r\varphi, \text{ da cui } \frac{1}{r} = \frac{\varphi}{s}$$

Ora nel secondo membro l'elemento φ rappresenta tante deviazioni tutte

eguali, quanti sono i punti dell'arco s; dunque $\frac{\varphi}{s}$ rappresenta una sola deviazione, e perciò la curvatura della circonferenza, la quale è costante ed in ragione inversa del raggio, giacchè la funzione $\frac{1}{r}$ diventa n volte più piccola quando il raggio diventa n volte maggiore. Dopo ciò è ben naturale che si debba procurare di riportare, per ogni punto di una linea qualunque, la curvatura di questa a quella di una conveniente circonferenza.

3. Prima però ci è necessario premettere come lemmi:

a) la determinazione del raggio di una circonferenza circoscritta ad un dato triangolo;

b) la determinazione dell'area di un triangolo in funzione delle coordinate dei suoi vertici.

4. Sia ABC il triangolo, ed immaginiamo che al medesimo sia stata circoscritta una circonferenza di raggio R: conservando qui pei suoi lati la consueta notazione a, b, c, si unisca il centro coi vertici, e ne risulterà fra gli altri un triangolo i lati del quale saranno R, R, a e l'angolo opposto ad a sarà 2A, onde abbassata dal centro la perpendicolare sulla base avremo,

$$\frac{a}{2} = \mathrm{R} \operatorname{sen} \mathrm{A}$$

e quindi

$$\mathrm{R} = \frac{a}{2 \operatorname{sen} \mathrm{A}}$$

Se rappresentiamo per s l'area del triangolo questa ci sarà data da

$$s = \frac{bc \operatorname{sen} \mathrm{A}}{2}.$$

ed eliminato senA tra queste due equazioni ne risulta

$$\mathrm{R} = \frac{abc}{4s} \quad (1)$$

Onde: il raggio del circolo circoscritto ad un triangolo è uguale al prodotto dei suoi tre lati diviso pel quadruplo dell' area.

Immaginiamo ora che sul piano del triangolo ABC sieno condotti due assi ortogonali su dei quali si valutino le coordinate cartesiane, e queste sieno (x_0, y_0) per A; (x_1, y_1) per B; (x_2, y_2) per C. L'area del triangolo risulta evidentemente dalla somma di due trapezi diminuita di un terzo trapezio, cioè:

$$s = \frac{1}{2}\left[(y_0 + y_1)(x_1 - x_0) + (y_1 + y_2)(x_2 - x_1) - (y_0 + y_2)(x_2 - x_0)\right]$$

la quale si riduce alla forma seguente

$$s = \frac{1}{2}\left[y_0 x_1 - x_0 y_1 + y_1 x_2 - x_1 y_2 + x_0 y_2 - y_0 x_2\right]$$

e se qui aggiungiamo e togliamo $x_1 y_1$ otterremo ancora

$$s = \frac{1}{2}\left[(y_1 - y_0)(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1)(x_2 - x_0)\right] \qquad (2)$$

della quale ci serviremo nelle applicazioni.

5. Espressione generale del raggio della circonferenza circoscritta ad un triangolo che abbia i suoi vertici sopra una curva di data equazione.

Sia

$$y = f(x)$$

l'equazione della linea data, ed in questa prenderemo a considerare i tre punti

$$M_0(x_0, y_0);\ M_1(x_1, y_1;\ M_2(x_2, y_2),$$

i quali congiunti con rette ci danno un triangolo i vertici del quale si trovano sulla linea data. Per la espressione simbolica del raggio del circolo circoscritto abbiamo

$$R = \frac{M_0M_1 \times M_1M_2 \times M_0M_2}{4 \times M_0M_1M_2} \qquad (3)$$

nella quale dovremo porre

$$M_0M_1 = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (f(x_1) - f(x_0))^2}$$

$$M_1M_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (f(x_2) - (f(x_1))^2}$$

$$M_0M_2 = \sqrt{(x_2 - x_0)^2 + (f(x_2) - f(x_0))^2}$$

ed

$$M_0M_1M_2 = \frac{1}{2}\left[(x_2 - x_1)(f(x_1)) - f(x_0) - (x_2 - x_0)(f x_2) - f(x_1))\right]$$

e quindi

$$(4)\quad R = \frac{\sqrt{(x_1-x_0)^2+(f(x_1)-f(x_0))^2} \times \sqrt{(x_2-x_1)^2+(f(x_2)-f(x_1))^2} \times \sqrt{(x_2-x_0)^2+(f(x_2)-f(x_0))^2}}{2\left[(x_2-x_1)(f(x_1)-f(x_0)) - (x_2-x_0)(f(x_2)-f(x_1))\right]}$$

6. Se qui poniamo che i punti M_0, M_1, M_2 tendano ad avvicinarsi tra loro in modo che si riducano ad un solo, è chiaro che le coordinate cor-

rispondenti tendono a diventare eguali e la circonferenza che passava pei tre vertici del triangolo diverrà tale da coincidere per un tratto infinitesimo coll'arco della curva qualunque, onde il suo raggio è quello che serve di misura alla curvatura della linea in un suo punto qualunque. Dunque il limite della (4) per la ipotesi di

$$x_0 = x_1 = x_2$$

dà il raggio di curvatura.

7. Dato il metodo per assegnare la lunghezza del raggio del circolo di curvatura in funzione delle coordinate del punto qualunque di una linea definita per la sua equazione, procederemo alla determinazione delle coordinate del centro di esso circolo, e quindi passeremo alla sua evoluta.

8. Siano X, Y le coordinate del centro del circolo di curvatura, ed x, y quelle del punto della curva: in questo immaginiamo guidata la tangente e la normale, e si dica φ l'angolo che la tangente forma coll'asse delle ascisse positive.

Con facile riflessione si riconosce che φ è ancora l'angolo fatto dalla normale colla ordinata y, e perchè il centro del circolo di curvatura, deve trovarsi sulla normale, avremo, ritenendo essere r questo raggio,

$$x - X = -r \operatorname{sen} \varphi \, ; \, y - Y = r \cos \varphi$$

dalle quali

$$X = x + r \operatorname{sen} \varphi \, ; \, Y = y - r \cos \varphi \qquad (5)$$

9. Ora è noto che se su di una curva qualunque prendiamo due punti

$$x, y \, ; \, x_1, y_1$$

la funzione

$$\frac{y - y_1}{x - x_1}$$

nel sistema degli assi ortogonali rappresenta la tangente trigonometrica dell'angolo che la secante forma coll'asse delle ascisse positive: ma se immaginiamo che il secondo punto x_1, y_1 tenda incessantemente ad avvicinarsi al primo, la secante tende a diventare tangente, e perciò nel limite avremo

$$\operatorname{tang} \varphi = \lim \left(\frac{y - y_1}{x - x_1} \right)$$

quando si ponga

$$x = x_1 \, ; \, y = y_1$$

Di qui risulta che tang φ è una funzione determinata dell'ascissa x, e sapendo che anche la r è una funzione determinata della x, ne siegue che tanto X, quanto Y sono funzioni note dell'ascissa, onde per un dato punto della curva rimane determinato il centro del circolo di curvatura.

9. Se generalmente denotiamo con

$$X = f_1(x) \; ; \; Y = f_2(x)$$

la dipendenza delle coordinate del centro dall'ascissa del punto sulla curva, è chiaro che eliminando da esse l'ascissa, otterremo una determinata equazione che rappresenterà la legge colla quale si succedono i differenti centri dei circoli di curvatura. A questo luogo geometrico è stato dato il nome di *evoluta*, mentre la curva data dicesi *evolvente*.

10. Sia una ellisse la linea data e si supponga riferita agli assi ortogonali, la sua equazione coll'origine al centro è

$$a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2.$$

Prendendo ora a considerare la (3) ricorderemo essere

$$\left.\begin{array}{c} M_0M_1 = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}; \quad M_1M_0 = \sqrt{(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1)^2} \\ M_0M_2 = \sqrt{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2} \end{array}\right\} \quad (6)$$

nelle quali è necessario esprimere che i punti M_0, M_1, M_2 appartengono ad una ellisse. A questo fine osserveremo essere per questi punti,

$$a^2y_0^2 + b^2x_0^2 = a^2b^2 \; ; \; a^2y_1^2 + b^2x_1^2 = a^2b^2$$
$$a^2y_2^2 + b^2x_2^2 = a^2b^2$$

dalle quali con tutta la facilità deduciamo

$$\left.\begin{array}{l} y_1 - y_0 = -\dfrac{b^2(x_1 + x_0)}{a^2(y_1 + y_0)}(x_1 - x_0) \\[2ex] y_2 - y_1 = -\dfrac{b^2(x_2 + x_1)}{a^2(y_2 + y_1)}(x_2 - x_1) \\[2ex] y_2 - y_0 = -\dfrac{b^2(x_2 + x_0)}{a^2(y_2 + y_0)}(x_2 - x_0) \end{array}\right\} \quad (7)$$

che sostituiti nelle (6) otterremo per le lunghezze dei lati

$$M_0M_1 = (x_1 - x_0)\sqrt{1 + \frac{b^4(x_1 + x_0)^2}{a^4(y_1 + y_0)^2}}$$

$$M_1M_2 = (x_2 - x_1)\sqrt{1 + \frac{b^4(x_2 + x_1)^2}{a^4(y_2 + y_1)^2}}$$

$$M_0M_2 = (x_2 - x_0)\sqrt{1 + \frac{b^4(x_2 + x_0)^2}{a^4(y_2 + y_0)^2}}$$

che ci danno

$$M_0M_1 \times M_1M_2 \times M_0M_2$$

$$=(x_1 - x_0)(x_2 - x_1)(x_2 - x_0)\sqrt{1 + \frac{b^4(x_0 + x_1)^2}{a^4(y_0 + y_1)^2}}\sqrt{1 + \frac{b^4(x_1 + x_2)^2}{a^4(y_1 + y_2)^2}}\sqrt{1 + \frac{b^4(x_0 + x_2)^2}{a^4(y_0 + y_2)^2}} \quad (8)$$

Si riprenda ora

$$2\,S = (y_1 - y_0)(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1)(x_1 - x_0)$$

nella quale sostituiti i valori dati dalle (7) otteniamo

$$2\,S = (x_1 - x_0)(x_2 - x_1)\left[\frac{b^2(x_2 + x_1)}{a^2(y_2 + y_1)} - \frac{b^2(x_1 + x_0)}{a^2(y_1 + y_0)}\right]$$

che prende la forma seguente

$$2\,S = \frac{b^2(x_1 - x_0)(x_2 - x_1)}{a^2(y_2 + y_1)(y_1 + y_0)}\left[(x_2 + x_1)(y_1 + y_0) - (x_1 + x_0)(y_2 + y_1)\right].$$

Se qui venga eseguito il prodotto delle quantità comprese tra le parentesi rettangolari sparirà il termine x_1y_1 ma se in sua vece si pone x_0y_0 si trova facilmente

$$2\,S = \frac{b^2(x_1 - x_0)(x_2 - x_1)}{a^2(y_2 + y_1)(y_1 + y_0)}\left[(y_1 + y_0)(x_2 + x_0) - (x_1 + x_0)(y_2 - y_0)\right]$$

ove sostituito il valore di $y_2 - y_0$ dato dalle (7) si ottiene

$$2\,S = \frac{b^2(x_1 - x_0)(x_2 - x_1)(x_2 - x_0)}{a^4(y_1 + y_0)(y_2 + y_1)(y_2 + y_0)}\left[a^2(y_1 + y_0)\,y_2 + y_0) + b^2(x_1 + x_0)(x_2 + x_0)\right] \quad (9)$$

e quindi per mezzo delle (8), (9) troviamo pel raggio del circolo che passa per tre punti posti sulla ellisse:

$$R = \frac{a^4(y_1 + y_0)(y_2 + y_1)(y_2 + y_0)\sqrt{1 + \frac{b^4(x_1 + x_0)^2}{a^4(y_1 + y_0)^2}}\sqrt{1 + \frac{b^4(x_2 + x_1)^2}{a^4(y_2 + y_1)^2}}\sqrt{1 + \frac{b^4(x_2 + x_0)^2}{a^4(y_2 + y_0)^2}}}{2\,b^2\left[a^2(y_1 + y_0)(y_2 + y_0) + b^2(x_1 + x_0)(x_2 + x_0)\right]}$$

11. Da questa espressione generale e finita del raggio del circolo circoscritto al triangolo $M_0M_1M_2$ possiamo far passaggio a quella che appartiene al raggio di curvatura per un punto qualunque della ellisse solo che ammettiamo che i tre punti tendano a riunirsi in un solo, il che verrà espresso da

$$x_0 = x_1 = x_2\,;\, y_0 = y_1 = y_2$$

e convenendo di rappresentare con x, y le coordinate di questo punto e di porre

$$\lim R = r$$

otterremo

$$r = \frac{\sqrt{(a^4y^2 + b^4x^2)^3}}{a^4b^4} \qquad (11)$$

che per

$$x = 0, y = b \text{ diventa } r_1 = \frac{a^2}{b}$$

e per

$$x = a, y = 0 \qquad \text{è} \qquad r_2 = \frac{b^2}{a}$$

onde

$$r_1 r_2 = ab \quad \text{ed} \quad r_1 : r_2 = a^3 : b^3.$$

Se il raggio di curvatura (11) si vuole espresso in funzione delle coordinate circolari che rappresentano la ellisse, cioè $x = a \operatorname{sen}\alpha$, $y = b \cos\alpha$, si otterrà immediatamente

$$r = \frac{\sqrt{(a^2 \cos^2\alpha + b^2 \operatorname{sen}^2\alpha)^3}}{a\,b}.$$

12. Se nella (11) poniamo $-b^2$ in luogo di $+b^2$ avremo il raggio di curvatura della iperbole, e questo perchè dalla equazione della ellisse si si passa a quella della iperbole coll'eseguire soltanto questo cangiamento di segno.

13. Trovato il raggio di curvatura possiamo avere per ogni punto della ellisse la misura di questa curvatura, poichè deve eguagliare quella del circolo corrispondente in quel punto, onde avremo

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{a^2b^2\left[\left(\frac{x}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{y}{b^2}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \qquad (12).$$

14. Per avere il centro del circolo di curvatura, e quindi il luogo geometrico da essi formato si riprendano le formole

$$X = x + r \operatorname{sen} \varphi \,; \; Y = y - r \cos \varphi \,, \qquad (12)$$

e principiando col determinare l'angolo φ abbiamo generalmente per esso

$$\operatorname{tang} \varphi = \lim \left(\frac{y - y_1}{x - x_1} \right)$$

per $x = x_1$, $y = y_1$; e per la ellisse essendo

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = - \frac{b^2 (x + x_1)}{a^2 (y + y_1)}$$

è quindi

$$\operatorname{tang} \varphi = - \frac{b^2 x}{a^2 y}.$$

Da questa abbiamo

$$\frac{\operatorname{sen} \varphi}{b^2 x} = \frac{\cos \varphi}{- a^2 y} = \frac{1}{\sqrt{a^4 y^2 + b^4 x^2}}$$

e perciò

$$\operatorname{sen} \varphi = \frac{b^2 x}{\sqrt{a^4 y^2 + b^4 x^2}} \,; \; \cos \varphi = \frac{- a^2 y}{\sqrt{a^4 y^2 + b^4 x^2}}$$

Sostituendo questi valori unitamente a quello del raggio di curvatura nelle (12) troveremo

$$X = x - \frac{(a^4 y^2 + b^4 x^2) x}{a^4 b^2}$$

la quale ridotta, tenendo conto della relazione

$$a^2 (b^2 - y^2) = b^2 x^2$$

dedotta dalla equazione della ellisse, avremo facilmente

$$X = \frac{e^2 x^3}{a^4}.$$

Con ragionamento analogo troveremo ancora

$$Y = - \frac{e^2 y^3}{b^4}$$

e per mezzo di queste due equazioni è chiaro che dato il punto sulla ellisse rimane determinata la posizione del punto che è centro del circolo di curvatura.

15. Se poniamo le ultime due equazioni sotto la forma

$$\left(\frac{x}{a}\right)^3 = \frac{aX}{e^2} \; ; \; \left(\frac{y}{b}\right)^3 = -\frac{bY}{e^2}$$

ne dedurremo

$$\frac{x}{a} = \left(\frac{aX}{e^2}\right)^{\frac{1}{3}} \; ; \; \frac{y}{b} = -\left(\frac{bY}{e^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

e quindi

$$\left(\frac{aX}{e^2}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{bY}{e^2}\right)^{\frac{2}{3}} = 1 \qquad (13)$$

che rappresenta l'equazione della linea sulla quale si trovano tutti i centri dei circoli osculatori.

16. Si prenda ora a considerare una parabola di equazione

$$y^2 = px$$

e ritenute le solite denominazioni, avremo

$$y^2_0 = px_0 \; ; \; y_1^2 = px_1 ; \; y_2^2 = px_2$$

delle quali deduciamo

$$y_1 - y_0 = \frac{p}{y_1 + y_0}\,(x_1 - x_0) ; \quad y_2 - y_1 = \frac{p}{y_2 + y_1}\,(x_2 - x_1)$$

$$y_2 - y_0 = \frac{p}{y_2 + y_0}\,(x_2 - x_0) ; \qquad (14)$$

ne sieguono quindi

$$M_0 M_1 = (x_1 - x_0)\sqrt{1 + \frac{p^2}{(y_1 + y_0)^2}}, \quad M_1 M_2 = (x_2\, x_1)\sqrt{1 + \frac{p^2}{(y_2 + y)^2}} \qquad (15)$$

$$M_2 M_0 = (x_2 - x_0)\sqrt{1 + \frac{p^2}{(y_2 + y_0)^2}}$$

le quali ci danno

$$M_0M_1 \times M_1M_2 \times M_2M_0 = (x_1 - x_0)(x_2 - x_1)(x_2 - x_0)\sqrt{1 + \frac{p^2}{(y_1 + y_0)^2}}\sqrt{1 + \frac{p^2}{(y_2 + y_0)^2}}\sqrt{1 + \frac{p^2}{(y_2 + y_0)^2}} \quad (16)$$

La formola

$$2\,S = (y_1 - y_0)\,(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1)\,(x_1 - x_0)$$

per le (14) si muta in

$$2\,S = \frac{(x_1 - x_0)\,(x_2 - x_1)}{(y_1 + y_0)\,(y_2 + y_1)}\,\left[p\,(y_2 + y_1) - p\,(y_1 + y_0)\right] :$$

e se riduciamo e sostituiamo nella parentesi rettangolare ad $y_2 - y_1$ il suo valore datoci dalle (14) otteniamo

$$2\,S = \frac{p^2 (x_1 - x_0)(x_2 - x_1)(x_2 - x_0)}{(y_1 + y_0)\,(y_2 + y_1)\,(y_2 + y_0)} \qquad (17)$$

L'espressioni rappresentate dalle (16), (17) si sostituiscano nella (3) e troveremo

$$R = \frac{(y_1 + y_0)(y_2 + y_1)(y_2 + y_0)}{2p^2} \sqrt{1 + \frac{p^2}{(y_1+y_0)^2}} \sqrt{1 + \frac{p^2}{(y_2+y_1)^2}} \sqrt{1 + \frac{p^2}{(y_2+y_0)^2}} \quad (18)$$

che ci dà il raggio di un circolo il quale ha tre punti comuni con la parabola conica.

17. Se nella (18) poniamo

$$x_0 = x_1 = x_2 ; \quad y_0 = y_1 = y_2$$

ossia se la consideremo nel limite avremo

$$r = \frac{\sqrt{(4y^2 + p^2)^3}}{2p^2}$$

che sarà il raggio di curvatura corrispondente a qualunque punto della parabola.

La misura della curvatura sarà data da

$$\frac{1}{r} = \frac{2p^2}{(4y^2 + p^2)^{\frac{2}{3}}}$$

18. Per la determinazione del centro di curvatura e della evoluta nella parabola le formole generali sono

$$X = x + r\,\text{sen}\varphi ; \quad Y = y - r\cos\varphi \quad (19)$$

come può facilmente riconoscersi immaginando la figura.

Essendo in questa ipotesi

$$y^2 = px$$

l'equazione della linea avremo

$$\text{tang}\varphi = \lim \left(\frac{y - y_1}{x - x_1}\right) = \lim \frac{p}{y + y_1} = \frac{p}{2y}$$

onde pei noti principii

$$\frac{\text{sen}\varphi}{p} = \frac{\cos\varphi}{2y} = \frac{1}{\sqrt{p^2+4y^2}},$$

ed essendo

$$r = \frac{(p^2 + 4y^2)^{\frac{2}{3}}}{2p^2}$$

le (19) per le rispettive sostituzioni ci danno

$$X = 3x + \frac{p}{2}; \quad Y = -\frac{4y^3}{p^2} \qquad (20)$$

che ci fanno conoscere il centro del circolo di curvatura dato che sia il punto sulla parabola.

19. Le (20) dovendo coesistere con

$$y^2 = px$$

ne siegue che dalla eliminazione di x, y si ottiene

$$Y^2 = \frac{4}{27p}\left(X - \frac{p}{2}\right)^3 \qquad (21)$$

la quale rappresenta la legge di successione dei punti che sono centri dei circoli di curvatura in una parabola conica.

20. La medesima teorica può presentarsi sotto altro punto di vista partendo sempre della considerazione di tre punti posti sulla curva.

Siano al solito tre punti

$$M_0(x_0, y_0); \; M_1(x_1, y_1); \; M_2(x_2, y_2)$$

i quali appartengono ad una curva qualunque piana definita da una data equazione. Immaginiamo che per questi tre punti passi una circonferenza di raggio R, e si notino con X, Y le coordinate del centro di essa. La nota equazione della circonferenza per due assi coordinati ortogonali diverrà per questi tre punti

$$\begin{aligned} (x_0 - X)^2 + (y_0 - Y)^2 &= R^2 \\ (x_1 - X)^2 + (y_1 - Y)^2 &= R^2 \qquad (1) \\ (x_2 - X)^2 + (y_2 - Y)^2 &= R^2 \end{aligned}$$

dalle quali colla sottrazione ne derivano le due seguenti

$$\begin{aligned} (x_1 - x_0)(x_1 + x_0 - 2X) + (y_1 - y_0)(y_1 + y_0 - 2Y) &= 0 \\ (x_2 - x_1)(x_2 + x_1 - 2X + (y_2 - y_1)(y_2 + y_1 - 2Y) &= 0 \end{aligned} \qquad (2)$$

le quali possono prendere la forma seguente

$$x_1 + x_0 - 2X + \frac{(y_1 - y_0)}{(x_2 - x_1)}(y_1 + y_0 - 2Y) = 0$$

$$x_2 + x_1 - 2X + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(y_2 + y_1 - 2Y) = 0$$

e tra esse eliminato X abbiamo

$$x_2 - x_0 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(y_2 + y_1) - \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(y_1 + y_0) - 2Y\left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}\right) = 0$$

e quindi

$$Y = \frac{1}{2}\left|\frac{\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(y_2 + y_1) - \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(y_1 + y_0) + x_2 - x_0}{\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}}\right| \quad (3)$$

Per avere l'altra coordinata si riprendono le (2) e si pongano sotto la forma seguente

$$y_1 + y_0 - 2Y + \frac{x_1 - x_0}{y_1 - y_0}(x_1 + x_0 - 2X) = 0$$

$$y_2 + y_1 - 2Y + \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}(x_2 + x_1 - 2X) = 0$$

dalle quali si ricava

$$X = \frac{1}{2}\left|\frac{\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}(x_2 + x_1) - \frac{x_1 - x_0}{y_1 - y_0}(x_1 + x_0) + y_2 - y_0}{\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} - \frac{x_1 - x_0}{y_1 - y_0}}\right| \quad (4)$$

Per mezze delle (3), (4) è chiaro che date le coordinate dei tre punti della curva si conosce la posizione del centro del circolo circoscritto al triangolo $M_0 M_1 M_2$ e quindi per mezzo di una qualunque delle (1) si ottiene ancora il respettivo raggio.

21. Se ora consideriamo il caso nel quale i tre punti

$$x_0, y_0; x_1, y_1; x_2, y_2$$

tendono ad avvicinarsi tra loro, il raggio del circolo circoscritto tende ad eguagliare il raggio del circolo di curvatura, onde questo raggio è il limite del primo: e le coordinate X, Y, considerare nel loro limite ci daranno la posizione del centro del circolo di curvatura per ogni punto della linea data, e quindi la relazione tra X, Y sarà l'equazione della linea dei centri o della evoluta. Ora se nelle (3), (4) introduciamo la condizione.

$$x_0 = x_1 = x_2 ; y_0 = y_1 = y_2$$

i differenti termini che le compongono si presentano sotto forma indeterminata e per togliere questa è necessario passare a casi particolari.

22. Sia a cagion di esempio la ellisse

$$a^2 y^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2 ;$$

obbligando questa a passare pei tre punti vertici del triangolo abbiamo

$$a^2 y_0^2 + b^2 x_0^2 = a^2 b^2; \quad a^2 y_1^2 + b^2 x_1^2 = a^2 b^2$$

$$a^2 y_2^2 + b^2 x_2^2 = a^2 b^2 \qquad (5)$$

dalle quali deduciamo facilmente le seguenti

$$\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = -\frac{b^2 (x_1 + x_0)}{a^2 (y_1 + y_0)}; \quad \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -\frac{b^2 (x_2 + x_1)}{a^2 (y_2 + y_1)} \qquad (6)$$

Ripresa la (3) e fatte le opportune sostituzioni otteniamo

$$Y = \frac{-1}{2b^2} \times \frac{(b^2 - a^2)(x_2 - x_0)(y_1 + y_0)(y_2 + y_1)}{(x_2 + x_1)(y_1 + y_0) - (x_1 + x_0)(y_2 + y_1)} \qquad (7)$$

Se in questa espressione si considera il denominatore ed in esso si effettuano le moltiplicazioni sparisce il termine $x_1 y_1$; ma se si aggiunge e toglie $x_2 y_2$ esso prenderà la forma seguente:

$$(x_2 - x_0)(y_2 + y_1) - (y_2 - y_0)(x_2 + x_1)$$

e la (7) diverrà

$$Y = \frac{-1}{2b^2} \times \frac{(b^2 - a^2)(x_2 - x_0)(y_1 + y_0)(y_2 + y_1)}{(x_2 - x_0)(y_2 + y_1) - (y_2 - y_0)(x_2 + x_1)}.$$

Ora dalle (5) si ricavi il valore di $y_2 - y_0$ e si sostituisca in questa ultima espressione, dopo tolto il fattore comune, essa si muterà in

$$Y = \frac{a^2 (a^2 - b^2)}{2b^2} \times \frac{(y_1 + y_0)(y_2 + y_0)(y_2 + y_1)}{a^2 (y_2 + y_1)(y_1 + y_0) + b^2 (x_2 + x_1)(x_1 + x_0)} \qquad (8)$$

Operando sulla (4) con analogo ragionamento dedurremo

$$X = \frac{a^2 - b^2}{2a^2} \times \frac{(y_2 - y_0)(x_1 + x_0)(x_2 + x_1)}{(y_2 + y_1)(x_1 + x_0) - (y_1 + y_0)(x_2 + x_1)} \qquad (9)$$

e trasformando qui il denominatore coll'eseguire le moltiplicazioni, col togliere il termine $x_1 y_1$ ed aggiungere $x_0 y_0$ risulta

$$(y_2 - y_0)(x_1 + x_0) - (y_1 + y_0)(x_2 - x_0)$$

ove sostituito il valore di $x_2 - x_0$ dedotto dalle (5) si ha

$$(y_2 - y_0) \times \frac{b^2 (x_1 + x_0)(x_2 + x_0) + a^2 (y_1 + y_0)(y_2 + y_0)}{b^2 (x_2 + x_0)}$$

Dopo ciò la (9) si muta in

$$X = \frac{b^2 (a^2 - b^2)}{2a^2} \times \frac{(x_1 + x_0)(x_2 + x_0)(x_2 + x_1)}{a^2 (y_1 + y_0)(y_2 + y_0) + b^2 (x_1 + x_0)(x_2 + x_0)} \qquad (10)$$

Le (8), (10) ci danno il centro di quella circonferenza la quale passa per tre punti posti sulla ellisse.

23. Si supponga ora che i tre punti si riuniscano in un solo, onde sia

$$x_0 = x_1 = x_2 \; ; \; y_0 = y_1 = y_2$$

le (8) e (10) si muteranno nelle seguenti

$$Y = -\frac{e^2 y^3}{b^4} \; ; \qquad X = \frac{e^2 x^3}{a^4} \tag{11}$$

come altrove.

24. Per avere ora l'espressione della lunghezza del raggio di curvatura si riprenda

$$(x - X)^2 + (y - Y)^2 = r^2$$

e perchè per le (11) è

$$x - X = \frac{x}{a^4} (a^4 - e^2 x^2) \; ; \quad y - Y = \frac{y}{b^4} (b^4 + e^2 y^2)$$

così avremo

$$r^2 = \frac{x^2}{a^8} (a^4 - e^2 x^2)^2 + \frac{y^2}{b^8} (b^4 + e^2 y^2)^2,$$

e perchè

$$e^2 = a^2 - b^2$$

questa espressione si muta in

$$a^8 b^8 r^2 = b^8 x^2 \left[a^2 (a^2 - x^2) + b^2 x^2\right]^2 + a^8 y^2 \left[b^2 (b^2 - y^2) + a^2 y^2\right]$$

che dovendo coesistere colla equazione della ellisse diventa

$$a^8 b^8 r^2 = b^4 x^2 (a^4 y^2 + b^4 x^2)^2 + a^4 y^2 (a^4 y^2 + b^4 x^2)^2$$

onde

$$r = \frac{1}{a^4 b^4} \sqrt{(a^4 y^2 + b^4 x^2)^3}.$$

Se si volesse questo raggio ridotto a dipendere dalla sola ascissa basta osservare che

$$a^2 y^2 = b^2 (a^2 - x^2)$$

onde posto

$$c^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

ne risulta

$$r = \frac{a^2}{b} \sqrt{(1 - c^2 x^2)^3}.$$

pel valore del raggio di curvatura nella ellisse.

OSSERVAZIONI SU I GENERI HOMOEOCLADIA E SCHIZONEMA.

NOTA

DELL'AB. FRANCESCO CASTRACANE DEGLI ANTELMINELLI

Non vi sarà certamente alcuno il quale ponga in dubbio, che nello studio di qualsiasi ramo della storia naturale è di minore importanza il riconoscere alcun nuovo tipo nella serie degli organismi, che si assunse a materia di studio, a confronto delle indagini che riguardano la cognizione delle leggi biologiche, che riflettono quegli esseri nel loro modo di vivere e nella loro riproduzione. Questo pensiero mi fu sempre presente alla mente sin dal primo momento quando scelsi ad argomento di studio le Diatomee, e godo poter dire, che sin dai primi passi la fortuna mi arrise in tali ricerche. Mi sarà permesso citare per esempio la circostanza nella quale osservando al Microscopio alcune Diatomee viventi tratte da piccolo acquario marino mi fu dato vedere la riproduzione di una *Podosphenia*, registrandone ogni minima circostanza e deducendone che *la riproduzione vera e propriamente detta delle Diatomee ha luogo per germi o sporule, le quali si organizzano e sviluppano in cellule, costituenti la forma primitiva embrionale destinata a riprodurre in seguito gradatamente la forma della cellula madre*. Dalla quale osservazione deducevo quale corollario, che le Diatomee, a guisa di quanto ha luogo generalmente in qualsiasi altra classe di organismi, nasce piccola e quindi nel corso della sua vita per mezzo della nutrizione o assimilazione degli elementi a lei necessari accresce e sviluppa fin a raggiungere le dimensioni proprie della sua specie. Le mie idee su tale argomento si dipartivano grandemente da quanto si insegnava dai più di quelli che trattarono la riproduzione delle Diatomee, ritenendosi generalmente che, a guisa di quanto avviene della cellula vegetale, la Diatomea si riproducesse per fissiparità o temnogenesi; nè fu senza peritanza che io m' indussi a emettere e a difendere tali opinioni, mosso dal pensiero che in qualsiasi evento e ancorchè potessi essere convinto di errore, la discussione avrebbe giovato a porre meglio in luce un punto di tanta importanza. Ora però godo vedere come a mano a mano viene riconosciuto che quanto io ho osservato e dedotto su l'argomento della riproduzione delle Diatomee

non è poi così dissenziente dal vero, e già taluni distiuti Naturalisti Micrografi in tutto o in parte si accordano nelle mie opinioni su tale argomento. A prova di che mi gioverà citare l'illustre Naturalista svizzero Professore Brun, il quale nel suo bel lavoro su le Diatomee delle Alpi e del Giura, enumerando i diversi modi di riproduzione di quelle, alla pagina 10 pone per primo la riproduzione « par germes (sporules) ».

Ma se maravigliosa è la piccolezza delle Diatomee, che ne rende tanto più curioso e attraente lo studio, questo in pari tempo e conseguentemente diviene tanto più difficile, cosicchè il sorprendere il momento della evoluzione per poterne osservare tutti i fenomeni non è in potere dello studioso, ma unicamente devesi a fortuita rarissima combinazione. L'embriologo nelle sue ricerche sia che riguardi la germinazione di un seme o prenda a seguire le fasi della macula germinativa dell'ovo, quantunque abbia da sormontare gravi difficoltà, ha però sempre l'incomparabile vantaggio di ripetere le sue prove, di moltiplicare i tagli nelle diverse epoche di sviluppo, mentre gli è dato tener conto del grado di calore, della durata, e di qualsiasi altra circostanza, che potè esercitare alcuna influenza sul processo della incubazione. Quale invece è la condizione del diatomologo? potrà questi lusingarsi di sapere isolare una Diatomea segregandola in ristretta cellula di osservazione in modo che quella possa proseguire tranquillamente l'evoluzione dell'intero suo ciclo vitale? Chiunque potrà provare di essere pervenuto a tale risultato, potrà a giusto titolo vantarsi di avere bene meritato della scienza, alla quale per tal modo sarà dato il mezzo di rendersi esatto conto della vita delle Diatomee e dei fenomeni che la riguardano. Per ora non ci rimane che il rimettere il progresso delle nostre cognizioni intorno la storia e la vita delle Diatomee ad alcuna fortuita circostanza, che inopinatamente getti un raggio di luce su argomento tanto arduo ed arcano. Così senza bisogno di ulteriori prove risulta evidente la necessità di sorvegliare incessantemente le Diatomee viventi e la necessità di registrare diligentemente qualunque nuova osservazione che ci sia dato fare.

Non poche osservazioni di tal genere trovo ricordate nel mio giornale, le quali lasciai per qualche anno giacere nell'oblio per poterle meglio controllare quando mi si offerisse a ciò favorevole occasione; oltre che una certa naturale ritrosia mi tolse il pubblicarle, temendo incontrare la taccia di osservatore leggiero. Però il riflesso che delle considerazioni di ordine puramente personale non devono entrare in calcolo, quando si tratti di un fatto o di una osservazione, della quale possa venire alcun utile alla Scienza,

confortato dal favorevole giudizio di una autorità fra le più competenti in tale materia, mi decisi far soggetto di questo mio tenue lavoro quanto io ebbi luogo di osservare sul conto di alcune Diatomee marine viventi.

Nella Sessione IV del 14 Aprile 1878, allorchè ebbi l'onore di intrattenere l'Accademia con osservazioni su una interessante abondantissima raccolta della bella *Melosira Borreri*, Grev. che per la particolarità di denticulazioni che presentava, le quali sono assenti nella specie tipica, riguardai quale varietà di quella, nominandola *Melosira Borreri*, var. *hispida*, tenni discorso su le diverse condizioni dei due littorali dell'Adriatico, il littorale Italiano e la costa Istriana e Dalmata sotto il rapporto della opportunità che presentano alle ricerche del diatomologo, mostrando quanto su tale riguardo presenti più di vantaggio il lato Illirico e l' Istriano. La surriferita raccolta di Melosira feci nella mia dimora sul canale di Trau all'Isola Bua graziosamente ospitato nel Convento di Santa Croce dell'Ordine di San Domenico, le di cui mura bagnano il piede nel mare. Luogo più opportuno al mio studio io non potevo trovare e per la quiete che mi procurava la solitudine del luogo, e perchè attiguo alla mia abitazione era il campo di ricerca. Il fondo petroso e l'inalterata limpidezza delle acque erano circostanze le più favorevoli allo sviluppo delle Diatomee. Io me ne andavo esplorando ogni seno, ogni recesso, sollevando ogni pietra ed esaminandola in traccia di Diatomee. Nell' ispezionare a tale intento la faccia inferiore di ogni sasso mi avvidi che a luogo a luogo pendevano da quelli taluni eleganti ciuffetti o barbe di color fulvo lucente e di aspetto per me strano e al tutto nuovo. Non è a dire come mi affrettai a distaccare con ogni diligenza quegli organismi, riponendoli in vasetto, che all'uopo avevo meco, al fine di riconoscere la natura di quelli con sottoporli alla ispezione microscopica.

Nel porre un piccolo brandello dell' incerto organismo nel campo del microscopio questo mi si presentò sotto l'aspetto di un fascio di tenuissimi tubetti membranosi infarciti di lievissime forme lineari insieme stipate. Nel considerarle con tutta l'attenzione non tardai a notare come talune di quelle andassero spostandosi, riconoscendo per tal modo che quei tubetti e sacchi erano ripieni di forme bacillari, e quindi che mi potevo rallegrare di avere per la prima volta incontrata l'*Homœocladia*. Questo genere venne stabilito da Agardh per un'alga filamentosa racchiudente Diatomee come è dei generi *Collettonema*, dell' *Encyonema*, dello *Schizonema*, distinguendolo da quest'ultimo (con il quale ha simile l'esterna apparenza) per la circostanza

che la *Schizonema* inchiude frustuli naviculoidi, mentre le forme delle quali è stipata l'*Homœocladia* sono delle *Nitzschie*. Questo genere, che io per la prima volta avevo la sorte di incontrare, lo stesso illustre Diatomologo Smith nella sua « *Synopsis of the Britisch Diatomaceae* » lo dice molto raro: quindi mi proposi farne ulteriore ricerca per poterne fare provvista da fornirne ai naturalisti, con i quali avessi l'onore di corrispondere. Nè le mie ricerche riescirono a lungo frustranee, mentre nel sollevare dal fondo le pietre sommerse, ad ogni tanto qualcuna mi presentava piccoli circoscritti ciuffetti della *Homœocladia*. Questi io andavo distaccando con le pinzette per non sciuparli con le dita, e li riponevo con cura in apposito vasetto. Talvolta un medesimo sasso presentava due o tre ciuffetti o barbe di differente lunghezza, cioè da uno a due centimetri e forse più. Nel raccogliere con agio quelle barbette successivamente e nel porle in serbo, mi accadde più volte che adocchiato alcuno dei ciuffi più lunghi, nel mentre che ne raccoglievo taluno più breve, al momento di strappare quello mi si mostrava realmente non più lungo dei primi. Nè una tale disillusione mi avvenne una sola volta, ma la dovetti notare spesso, cosicchè volli accertarmene con appartare in un tubetto uno dei ciuffi che mi si mostrò raccorciato.

Di leggieri si intenderà qual fosse la mia soddisfazione, quando l'esame microscopico del ciuffetto, che mi aveva presentato apparenza di raccorciamento, mi fece vedere che quello aveva realmente avuto luogo. Ed in fatti nel riguardare attentamente i diversi filamenti non tardai a vedere come presentassersi in alcun tratto trasversalmente striati, ed incontrando per caso talun tubetto isolato riconoscevo che ognuna di quelle linee trasverse faceva capo a un costringimento del profilo, il quale mostravasi finamente centinato. Per tal modo mi rimaneva evidente che la striazione trasversa delle pareti del tubetto non era altro che il corrugamento della membrana costituente il tubetto. Forse taluno dei rari sostenitori della natura animale delle Diatomee potrà prendere questa mia osservazione quale prova della animalità delle medesime, mentre a mio modo di vedere la sola conseguenza che se ne può trarre è che la membrana involvente della *Homœocladia* è dotata di irritabilità, della quale si hanno esempj in tanti altri vegetali. Nel consultare la surriferita opera classica di Smith sembra che quel diligente Osservatore abbia notato il corrugamento dei tubetti della *Homœocladia Martiana*, avendone tracciata una figura alla tavola LV con ingrandimento di 200 diametri: però non ne viene fatto cenno nell'opera, e rimarrebbe a conoscersi se esso abbia inteso il significato di quelle rughe,

mentre quella figura è più probabilmente presa da esemplare essiccato. Non potrei con tutta certezza asserire quale fosse la causa determinante quella crispazione; però non credo dubbio che quelle barbette si corrugassero nel rimanere immerse per alcun tempo in insolito elemento, nell'aria.

Altra circostanza avrei da ricordare notata da me in una sola volta in un filamento della *Homœocladia* , la quale circostanza quantunque presentisi quale anomalia, pure sembrami conveniente tenerne conto per le conseguenze che se ne possono dedurre. Fra i frustuli nitzschioidi stipantisi in un filamento, con maraviglia vidi una *Navicula* intrusa fra quelli e moventesi in mezzo a quelle forme naviculari. Può ragionevolmente presentarsi il dubbio che la Navicula sembrasse associata alla *Nitzschia* per essere sopra o sotto al filamento o tubo diafano della *Homœocladia*. Tale di fatti fu il pensiero che mi si affacciò al primo momento, e perciò posi ogni cura ad appurare il fatto e ad eliminare ogni dubbio. Però per quanta diligenza ponessi nell'osservare attentamente ogni piano della preparazione dovetti convincermi che la Navicula realmente trovavasi imprigionata nel medesimo sacco o tubo con le Nitzschie. E quantunque anomalo si presenti un tale fatto, non mi sembra potersi rigettare, avendo la scienza registrato altro caso anomalo di tal genere forse e senza forse più strano. Intendo alludere alla osservazione singolarissima fatta da Schumann , e da lui riportata nel suo celebre lavoro « *Die Diatomaceen der hohen Tatra. Wien* 1867 » : nella Tavola 1.ª sotto la figura 15 c, rappresentò una *Nitzschia media*. Hantzsch. nella quale due Naviculette vedonsi incastrate fra l'un cingolo e l'altro delle due valve, per cui l'uno nel suo progressivo sviluppo ha dovuto adattarsi contornando l'ostacolo presentato dai due organismi intrusi. Al vedere quella immagine si intende come due germi di *Navicula* si siano per qualunque modo infiltrati nella *Nitzschia* , e in quella si siano svolti e sviluppati; mentre nel nostro caso una sporula di *Navicula* inchiusa insieme a germi di *Nitzschie* nel medesimo sacco membranaceo della *Homœocladia* e protetta egualmente da quello, avrebbe raggiunto associata a quelle il suo regolare sviluppo.

Riassumendo pertanto i fatti da me osservati su i filamenti freschi e viventi di *Homœocladia* le seguenti circostanze ho constatato riguardanti la storia di questo vegetale, delle quali almeno per quanto sin ora è a mia cognizione nessuno dei Naturalisti ha fatto cenno, cioè 1.° che i frustuli nitzschioidi inchiusi nella fronda filamentosa sono dotati del movimento stesso, del quale godono le Diatomee libere : 2.° che la parete membranacea

di detta fronda è dotata di irritabilità, per la quale i filamenti si corrugano, e conseguentemente si accorciano. 3° finalmente che avrebbe avuto luogo almeno una volta che un germe o sporula di *Navicula* fortuitamente intrusa nel sacco o tubetto della *Homœocladia* avrebbe avuto il suo regolare sviluppo insieme a quelli delle forme nitzschioidi caratteristiche del genere. Posso pertanto a giusto titolo essere soddisfatto di avere tratto profitto dall' incontro della *Homœocladia* vivente, contribuendo con la mia osservazione suriferita a qualche progresso delle nostre cognizioni su la biologia di questa interessante forma organica.

Associati ai filamenti di *Homœocladia* ritrovai non rari tubetti che mostravano rinserrate all'interno lunghe serie di frustuli naviculoidi, le quali sono caratteristiche degli Schizonema, altro genere costituito da fronda gelatinosa o submembranosa filiforme stabilito da Agardh. Le file di naviculette rinserrate nei tubetti mostravansi vivaci e in continuo lento movimento lineare alternato di progressione e regressione, e tale movimento vedevasi lungo tutto il frustulo. Questo però verso l'estremità andavasi gradatamente restringendo e si assottigliava come avviene della foglia di una graminacea. Nell'osservare la terminazione di questi filamenti più volte mi fu dato vedere nella serie delle naviculette prigioniere che il frustulo posto alla testa di quella distaccavasi dalle compagne di carcere e avanzatasi nella parte estrema del tubetto spinta dal nativo istinto di libertà tentava trar profitto da una minima apertura, che ritrovava al vertice del filamento. Ma qui la naviculetta trovava la porticina troppo augusta per lasciarla passare a suo agio, e quindi era obligata forzare il passo con produrre sensibile dilatazione della parete membranosa del tubetto o sacco, per la quale dilatazione appena che la Navicula riesciva superare la porta di sua prigione con il suo maggiore asse trasverso vedevasi di subito avanzare con piccolo slancio. L' evasione fortunata della prima naviculetta determinava successivamente alcuna delle numerose compagne di prigionia a profittare della medesima via e l'evasione si faceva sempre con le medesime circostanze e con l' istesso fortunato esito, e le fugitive vedevansi in seguito aggirarsi largamente e godere della libertà conquistata.

Da questo fatto esattamente narrato, quale mi si presentò allo sguardo non una ma più e più volte, dimostrasi ad evidenza che la parete involvente della fronda filiforme della Schizonema è costituita da un tessuto dotato di estendibilità, come quella che vedevasi dilatare sotto lo sforzo della *Navicula*. Inoltre la membrana di quei tubi o filamenti presentasi sommamente

elastica, come veniva dimostrato dallo slancio in avanti che dava il frustulo naviculaceo appena che il suo asse trasverso maggiore riesciva a sorpassare l'apertura terminale del tubetto. Da questa circostanza poi della elasticità del sacco contenente la naviculette per la quale avviene che l'apertura terminale subitamente si restringe alla dimensione primiera, per conseguenza ai frustuli, che sorpassarono quella soglia, viene tolta la possibilità di riunirsi nuovamente alle naviculette sorelle. Posto questo, non parrebbe più conforme a ragione e più conveniente il considerare la fronda submembranosa filiforme della *Schizonema* quale organo inserviente alla riproduzione delle *Navicule* contenute? Quindi appare qualmente non debbasi applicare il nome generico di *Schizonema* nè si abbia da riguardare per Diatomea la fronda filamentosa contenente i frustuli naviculoidi, ma invece quel nome si dovrebbe attribuire ai frustuli contenuti da ciascuno di questi. Ma noi abbiamo veduto che quei frustuli possono escire e realmente sfuggono dai sacchi o tubi che li contenevano acquistando e ritenendo l'ordinario portamento di Diatomee libere e più particolarmente di *Navicule*, e senza potere di nuovo ripristinarsi nella antica dimora: a quali caratteri pertanto il Naturalista micrografo riconoscerà i frustuli naviculoidi sfuggiti dalla fronda genitrice, distinguendoli dalle altre *Navicule* libere? Sin che tali caratteri distintivi non verranno con certezza indicati io non mi potrò mai persuadere che i frustuli naviculoidi contenuti nella fronda filamentosa alla quale si è dato il nome di *Schizonema* non siano delle vere Navicule, e quello al quale sin ad oggi si è attribuito il nome generico di *Schizonema* considererò invece quale modo di essere o più veramente quale modo di riprodursi del genere *Navicula* o pure di una specie di quello.

Per argomento di analogia ritengo che ciò che ho detto dello *Schizonema* si possa con eguale grado di probabilità sostenere della *Homœocladia*, della *Berkeleya*, della *Dickieya*, del *Colletonema*, dell'*Encyonema*, quantunque sin ad oggi non mi sia avvenuto di assistere come nello *Schizonema* alla sortita dei frustuli contenuti. Però in riguardo all'*Encyonema* mi potrà venire objettato la esistenza di un carattere costante e distintivo dei frustuli contenuti di questo genere, che vieta il confonderli con qualsiasi *Cymbella*. Di fatti le forme cimbelloidi contenute in quei filamenti hanno invariabilmente i noduli estremi non disposti ai vertici come nelle Cymbelle, ma ne sono alquanto scostati e quindi più prossimi al nodulo centrale. Però una tale objezione non mi fa per ora decampare dall'idea emessa, almeno fin che non vengano indicati simili abastanza notevoli caratteri di distin-

zione ancora per gli altri accennati generi, mentre come dissi di considerare lo *Schizonema* non quale genere ma bensì come stato o quale modo di riproduzione delle navicule o di una specie di *Navicula*, egualmente dirò che considero l'*Encyonema* quale stato di essere di una specie di *Cymbella* distinta dalle sue congeneri per il carattere della suaccennata posizione dei noduli.

Un tale modo di vedere per mia parte discordante dal sentimento di tanti autorevolissimi Naturalisti, che mi hanno preceduto in questo studio, a giusto titolo potrà incorrere la taccia di soverchio ardimento: e precisamente un tale riflesso mi fece lungamente esitare ad emettere pubblicamente il mio giudizio su l'argomento. Considerando però che tale mia opinione emana dalla osservazione di nuovi fatti, o almeno di fatti non ancora registrati dalla Scienza, e ritenendo che chiunque voglia in ogni miglior modo contribuire al vantaggio di questa ha obbligo di narrare fedelmente qualsiasi nuovo fenomeno gli venga dato di osservare, così risolvetti non tener conto della mia naturale ritrosia sottomettendo le mie osservazioni al giudizio dei dotti insieme alle deduzioni che ho creduto trarre da quelle. Pronto a fornire qualunque schiarimento, che mi potrà venire richiesto, con animo riconoscente accetterò ogni obiezione, che mi si vorrà fare, mentre queste varranno o a rettificare le mie idee, o a mettere in maggior luce la verità.

COMUNICAZIONI

Lanzi Dott. Matteo – In seguito alla lettura del Sig. Prof. Ladelci, il Dott. Matteo Lanzi dichiarò di non volere entrare nella disamina della natura ed essenza del miasma palustre, questione che tuttavia tiene impegnati i dotti nelle investigazioni le più astruse, e sulla quale la scienza non ha ancora pronunciato la sua ultima sentenza. Fece nondimeno osservare al ch. prof. Ladelci, essere poco corretta la sua asserzione, quando dice che possano riuscire insufficienti le ricerche espresse nella circolare inviata dal Municipio ai medici della città, con preghiera di dare notizia dei malati di febbri miasmatiche intermittenti da essi curati e della dimora dei medesimi, a fine di meglio apprendere quali siano i luoghi più malmenati dalla mal'aria. Riconoscendo vero quanto ha detto il prof. Ladelci, che la causa di tali febbri debba ricercarsi maggiormente nella campagna, di quello che nel perimetro della città, egli che fa parte dell'Ufficio Comunale di Igiene sente il dovere di rettificare una tale asserzione; ed è in grado di accertare che al Municipio non mancano i dati statistici della campagna, la quale essendo abitata quasi in totalità da poveri, ha modo di desumerli e dai referti cui sono obbligati i suoi medici delle condotte rurali, e dal novero degli entrati negli Ospedali. Ma nell'interno della città, potendo avere contezza soltanto degli infermi poveri ammessi all'assistenza medica regionaria e gratuita a domicilio, e di coloro che richieggono le cure ai medici comunali notturni, restava ad esso ignoto il numero e la ubicazione dei malati da infezione palustre appartenenti alle classi media ed agiata. Quindi è che a fine di ricolmare una tale lacuna, a compimento delle sue ricerche etiologiche, ed a motivo che queste venissero eziandio convalidate dai fatti che ne conseguono, credè opportuno rivolgersi con quella circolare ai medici esercenti della città.

COMUNICAZIONI DEL SEGRETARIO

Comunicazione di una lettera del ch. Segretario dell' Accademia Lucchese in cui si domanda il cambio degli Atti accademici. Il cambio venne accordato.

COMITATO SEGRETO

L'Accademia riunita in comitato segreto, procedette alla votazione per la

nomina di un nuovo membro del Comitato accademico e del Tesoriere. Venne eletto a pieni voti il Comm. A. Cialdi a membro del Comitato accademico, e il P. G. S. Ferrari a Tesoriere, salvo l'approvazione del Sommo Pontefice. Si procedette poscia alla votazione per l'elezione di nuovi Soci proposti dal Comitato. Vennero eletti a soci corrispondenti italiani il Sig. Biagio Donati con undici voti bianchi ed uno nero, il Sig. Angelo De Andreis a pieni voti; e a soci corrispondenti stranieri a pieni voti il Sig. prof. Giuseppe Carnoy e il Sig. prof. Giambattista Carnoy ambedue dell'Università cattolica di Lovanio: e finalmente a socio aggiunto il Sig. Marchese Luigi Fonti, a pieni voti.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Soci ordinari. – Sig. Conte Ab. F. Castracane, Presidente – Comm. A. Cialdi – Comm. C. Descemet – P. F. Ciampi – P. F. S. Provenzali – P. G. S. Ferrari – Prof. M. Azzarelli – Prof. F. Ladelci – Dott. M. Lanzi – P. G. Foglini – Principe D. B. Boncompagni – Prof. M. S. de Rossi, Segretario.

La seduta aperta legalmente alle ore 5 $^1/_4$ pom. venne chiusa alle 7 $^1/_4$ pom.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, ecc.* = Vol. XV. — Disp. 3ª—4ª (*Gennaio—Febbraio* 1880. In 8.°
2. *Bulletin de la Société impériale, ecc.* Année 1879. — N. 2. In 8.°
3. *Catalogo della ricca libreria del distinto bibliofilo signor F. C. S. di Firenze, ecc.* In 8.°
4. *La Civiltà Cattolica.* — Anno trigesimoprimo — Serie XI. — Vol. II. — Quaderno 717 —718. Firenze, ecc. 1 maggio 1880. In 8.°
5. *Monatsbericht der Königlich preussischen Akademie der Wissenschaften, ecc.* Berlin 1880. In 8.°
6. *Osservatorio di Moncalieri, Osservazioni meteorologiche, ecc.* Sede centrale — Torino = Anno IX. — 1° Trimestre. — Dicembre 1879—Febbraio 1880. In 8.°
7. *Polybilion. — Revue Bibliographique Universelle — partie Littéraire ecc.* Deuxième Série. — Tome Onzième, Quatrième livraison. — Avril — cinquiéme livraison. — Mai 1880 — XXVIII de la collection — Partie tecnique, tome Sixième — Quatrième livraison — Avril — cinquième livraison — Mai 1880 — XXXᵉ de la collection. — Paris ecc. 1880. In 8.°
8. *Rassegna Medico Statistica della città di Genova, ecc.*
9. *Rendiconto dell'Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche, ecc.* — Anno XIX. — Gennaio—Marzo, Aprile. — Napoli, ecc. In 4.°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE VIIª DEL 20 GIUGNO 1880

PRESIDENZA DEL SIG. CONTE AB. FRANCESCO CASTRACANE DEGLI ANTELMINELLI

MEMORIE E NOTE

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

OSSERVAZIONI METEORICHE ANTICHE
SEGUITO DELLA PRECEDENTE COMUNICAZIONE ACCADEMICA

DEL P. GIUSEPPE LAIS D. C. D. O.

Facendo seguito all'altra nota da me presentata all'Accademia intorno ad osservazioni meteorologiche antiche, dove ho parlato di materiali ignorati da servire a base di uno studio di ricerche meteoriche, darò cenno nella presente nota di uno sconosciuto centro d'ispezione di fenomeni meteorici dell'Umbria, con il suo diario, e recherò qualche luce sopra il materiale di una tramontata specola romana, di cui ricorre appena menzione nelle pubblicazioni fatte nel luogo dove sono conservate; un'appendice di osservazioni aricine chiuderà l'argomento.

È nella Biblioteca Vallicelliana che trovasi l'ignorato centro di osservazioni dell'Umbria, in un codice cartaceo segnato N. 26, che ha per titolo: *Observationes Astronomicae de effectibus planetarum ab anno* 1600 *usque ad annum* 1824. Su questo codice che in parte è dell'epoca in parte è copia dell'antico originale, e nel quale va corretto il 1824 col 1629, si trova in pagini 26 (come sul prospetto che diamo per saggio del Gennajo 1603) il resoconto delle osservazioni fatte mese per mese come si pratica oggi nelle riviste meteorologiche mensili; indicandosi talor con termini generali il caldo e il freddo, la serenità e la pioggia, la secchezza e l'umidità dell'aria, e tal altra con cifre, i giorni delle parziali meteore, o gli estremi di un periodo in cui si è rinnovato costantemente lo stesso fenomeno.

Le meteore di cui si prende nota sono. La pioggia se grossa o leggera, poca o molta, e con espressioni che fanno conoscere l'entità, la grandine, la neve, la gelata, la brina, il ghiaccio, l'umidità e il vento. A tutto questo si uniscono notizie sul valore delle derrate alimentari, sul rigoglìo o deperimento della semente, sullo stato degli alberi da frutto, e sopra le malattie e le morti predominanti.

Il redattore del giornale sembra che abbia notato i fenomeni sotto la preoccupazione di un ciclo di 28 anni, alla fine del quale i fenomeni nella loro generalità dovessero ricomparire, se guardiamo alla serie degli anni che all'osservato ha voluto preporre; cosa che non deve farci maraviglia ogni qualvolta gli antichi adottavano ai fatti meteorologici la periodicità di quelli astronomici, e sappiamo quanto il Toaldo si adoperasse per rinvenire nell'andamento dell'atmosfera cicli meteorologici.

Le notizie azimutali dell'orizzonte del luogo dove sono descritte le meteore danno a conoscere la topografica posizione del centro d'ispezione. Tra le particolarità dei luoghi indicati si notano i nomi di Todi, Pantano, Scentella, Lago, la selva di S. Onofrio, Porcarìa, e Macerino; località del Todino, che potranno aversi a calcolo per la precisa posizione del luogo quando sia per mancare qualunque altra maggiore particolarità. Ecco un saggio delle osservazioni:

OBSERVATIONES ASTRONOMICAE DE EFFECTIBUS PLANETARUM AB ANNO 1600.

ANNO 1603.

Gennaio. – È stato asciutto, grandissime brinate, ghiacci fino a mezzo giorno. Grano . . . . . Olio . . . . . Vino . . . . .

Febbraio. – È andato umido con neve, piogge, ghiaccio, e venti; pochi giorni sereni.

Marzo. – Questo mese è andato più asciutto che umido, poche piogge, alquante nebbie, circa la fine buon tempo.

Aprile. – 14, 15 nebbie; 18, 19 acque; 23 brine; 30 tuoni e pioggia; nel resto sereno e nuvolo.

Maggio. – 7, 9, 15, 24, 26, 28, 29, 30, 31 piogge; il resto sereno e nuvolo; venti freschi. I grani pativano d'asciutto.

Giugno. – 1, 2, 3, 24, 25, 28. pioggie: 4, 5, 6 nebbie. Il resto sereno e calido.

Luglio. – 4, 5, 6, 7, tuoni; ai 7 pioggia e tuoni con grandine; 20 pioggia; il resto sereno ed asciutto.

Agosto. – 10, 13, 31 piogge; il resto nuvolo e sereno con tramontana. Mosto . . . . Vino . . . . Grano . . . .

Settembre. – . . . .

Ottobre. – 2, 3, 4, 6. 13, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 25, 31, piogge; li 17 diluviò; il resto nuvolo e sereno.

Novembre. – Poche piogge: 20 venti e tuoni; 22 neve alle montagne; il resto tempo sereno e nuvolo.

Dicembre. – Brinate, nebbie; tempi più asciutti che umidi. L'oliva cascò per terra tutta in un tempo con un poco di freddo.

Intorno al materiale della tramontata specola meteorologica romana del quale intendo fare parola dirò, che nel volume della Romana Meteorologia (lavoro del Chmo P. Stanislao Ferrari presentato dal Governo Italiano all'esposizione nazionale di Parigi) a pag. 6 è notato che: l'Eccmo Duca di Sermoneta fece dono al P. Secchi di due grossi volumi manoscritti contenenti osservazioni fatte nel suo palazzo dal 1781 al 1793. Dirò quello che vi ha di buono in questi volumi, che sono un monumento della protezione accordata alle prime aure dello studio meteorologico dell'atmosfera da quell'Eccmo Duca. Sulla coperta del giornale di osservazione ricorre il nome dell'Abate Cavalli come direttore della specola, ma non è egli il solo che abbia sostenuto di queste il carico, giacchè sappiamo che vi lavorava intorno anche l'Abate Ruillas, ed in uno di questi registri troviamo notato Camillo Maldura Romano come custode vigilantissimo della Specola Gaetani, e autore di osservazioni fatte dal medesimo in casa.

Dal giornale del Campidoglio N.° 116 si rileva essere stato anche direttore il De Cesaris, che fece perfezionare a Pisa gli eccellenti istrumenti di cui era fornito l'osservatorio, e vogliamo qui notare il fatto, che il primo innalzamento di globo areostatico in Roma si fece dalla Specola Gaetani.

Per quanto le osservazioni di quei tempi procedessero bene, era desiderabile che meglio avessero corrisposto al personale che vi era impiegato, non solo per mancanza di precisione di orario, che vi si nota spesso incidentalmente, come al mezzodì, tra un'ora e mezza o due, alle 3 o 4 dopo il tramonto del sole; o come troviamo nel 1794, al mattino, dopo levato il sole, due ore dopo mezzodì, e la sera a tre ore di notte; ma perchè furono fatte interrottamente il più delle volte, in modo che vi si trovano lacune, e bene spesso poco intelligibile la scrittura.

Nel 1° dei registri originali di cui si è fatto parola le osservazioni cominciano dal Maggio 1780 alle 2 o 3 pomeridiane, con lettura di barometro

e di un termometro (probabilmente quello all'aria libera), con poverissime note dal 14 al 19 sullo stato del cielo. Contemporaneamente però e di Camillo Maldura sembrano altre osservazioni raccolte in un cartello sciolto recante gli anni 1780 e 1781, che oltre ad avere la doppia osservazione del termometro interno ed esterno, ha pur anche maggiori notizie sullo stato del cielo tanto per le idro-meteore che per i venti. E continuando in via di perfezionamento, migliorarono e vi si registrarono anche i fenomeni di elettricità atmosferica.

Prendendo in globo le osservazioni tanto del Cavalli, che del Maldura possiamo dividere la serie in due; l'una completa che abbraccia gli anni 1780, 81, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 93 e l'altra incompleta, gli anni 1782, 83, 91, 92, 94: il 1782 manca assolutamente, e negli altri si trovano mancanze di tre, di mezzo, di quattro, di sei mesi.

Se facciasi un confronto tra le osservazioni vaticane e quelle gaetane, le vaticane si trovano superiori: probabilmente però quello che manca in queste sarà stato in parte supplito da altri registri nella pubblicazione che se ne fece dal 1785 al 1801; perchè sappiamo che uno dei motivi dell'intraprendimento delle osservazioni vaticane fu per impedire l'interruzione di quelle della Specola Gaetani, come osserva Mons. Gilii nella prolusione stampata alle osservazioni della Specola Vaticana.

Tra le carte poi della Biblioteca Vaticana ho potuto scoprire un altro centro di osservazioni meteorologiche che ebbe vita e sviluppo in Ariccia. Uno solo degli anni meteorologici mi è venuto alle mani, ed è quello del 1793; ma altre rimanevano a scoprirsi perchè l'ispezione di quest'anno mostra un organamento fatto a scopo determinato di studio del clima, e non cosa di circostanza.

Ed infatti nei fondi della Biblioteca Ghigiana si trovarono anni sono dal Chmo Prof. Cugnoni Bibliotecario alcuni originali di quelle osservazioni appartenenti agli anni 1786, 87, 88, 89. Vennero messi in catalogo alla lettera M.VIII.LXXXIII, e sono identici all'originale vaticano tanto per il sesto grande della carta (in folio), quanto pel carattere, e per la qualità e numero delle osservazioni, e sempre più chiaro rendono il nome dell'osservatore Can° Emanuele Lucidi. Questo personaggio era conosciuto fino ad oggi solo come autore della classica storia dell'Ariccia, ed in quella non si fa menzione delle intraprese osservazioni. Le osservazioni se furono continuate fino al 1793 darebbero già la bella serie di 8 anni, e le mancanze giacerebbero ancora nella polvere di archivii e biblioteche. Ne sottoporranno quì un esemplare.

QUADRO DI OSSERVAZIONI DEL GENNAIO 1793.

del mese	Igrometro			Barometro			Term. nella stanza			Term. all'aria aperta			Vento Dominante			Misura della Pioggia
	Mattina	Ore pom.	Sera	Mattina	Ore pom.	Sera	Mattina	Ore pom.	Sera	Mattina	Ore pom.	Sera	Mattina	Ore pom.	Sera	Pollici, linee
1	33	33	32.5	26.6.3	26.6.2	26.6	+ 6.7	6.3	6.7	2.	10.	+ 6.2	L. $\frac{1}{2}$	O. 1	Gr. $\frac{1}{2}$	
2	33.3	33.2	33.3	6.2	6.2	6.2	6.6	7.8	8.2	2.	13.6	6.2	L. $\frac{1}{2}$	O. $\frac{1}{2}$	O. $\frac{1}{2}$	
3	33	33.2	33.2	6.3	6 1	6.2	7.2	8 5	8.5	3.2	12.5	5.7	L. $\frac{1}{2}$	O. $\frac{1}{2}$	O. $\frac{1}{2}$	— 13 = 2
4	32.6	32.4	32	6.	6.	6.	7.6	7.9	8.1	2.8	4.8	2.3	S. $\frac{1}{2}$	S. $\frac{1}{2}$	Gr. $\frac{1}{2}$	— 32 = 11
5	32.3	32	32.4	7.3	7.6	8.3	7.5	7.5	7.6	1.6	10.3	4.	S. $\frac{1}{2}$	Ga. $\frac{1}{2}$	T. 1	
6	33	32.8	32	9.3	8.2	7.3	6.8	7.2	7.8	1.	3.3	2.	S. $\frac{1}{2}$	S. $\frac{1}{2}$	S. 2	— 22 =
7	32.3	33	34.5	5.8	5.8	6.3	6.3	7.	6.8	1.	4.	1.	L. $\frac{1}{2}$	L. 2.	Gr. $\frac{1}{2}$	
8	35	34.6	35.2	8.	8.	8.	5.3	5.2	4.4	0 — 1.4	0 + 6	0 — 2	T. 2 $\frac{1}{2}$	T. 3	Gr. 3	
9	35	34.5	35.2	8.	8.	8.	3.5	5.	4.6	0 — 5	0 + 3	0 — 2.6	Gr. $\frac{1}{2}$	O. $\frac{1}{2}$	T. 1 $\frac{1}{2}$	
10	36	37	37	10.	10	10.6	3.2	4.	4.2	0 — 7	0 + 6	0 — 1.4	T. 2	T. 2	T. 1	
11	35.2	35	34.5	27.2	27.2	27.	3.6	4.5	5.	0 — 2.4	0 + 8	0 + 2	O. 1	O. $\frac{1}{2}$	S. $\frac{1}{2}$	
12	33.3	32.5	32.2	26.11	26.10	26 9	4.5	5.2	6.	0 + 2	0 + 2.5	0 + 2.6	L. 2	O. 2	O. 2 $\frac{1}{2}$	— 10 = 10
13	31	31	31	5.	5.	5.7	6.	6.4	6.6	4.4	6.4	3.6	P. $\frac{1}{2}$	T. $\frac{1}{2}$	T. $\frac{1}{2}$	141 = 3
14	31.6	31.3	30.6	6.3	6.1	5.5	6.2	6.8	7.6	3.8	8.	5.5	O. $\frac{1}{2}$	OGa 3	L. 0. 3	— — 1 = 1
15	30.3	30.3	30.6	6.2	6.6	6.6	7.1	7.9	8.3	5.3	11.	6.2	S. $\frac{1}{2}$	O. 1 $\frac{1}{2}$	O. 1 $\frac{1}{2}$	— 86 = 2
16	31	30	30.5	5.	5.	5.	7.2	7.6	8.3	4.	4.4	3.4	O. 2 $\frac{1}{2}$	O. 2	O. $\frac{1}{2}$	— 84 = 3
17	30.6	30.6	30.5	3.6	6.	7.	7.	7.3	8.	4.	4.4	4.	L. $\frac{1}{2}$	S. $\frac{1}{2}$	S. $\frac{1}{2}$	— 120 = 1
18	31.2	31.3	31.3	8 3	8.8	9.	6.9	7.4	7.4	3.4	8.4	4.8	L. $\frac{1}{2}$	S. $\frac{1}{2}$	Ga. $\frac{1}{2}$	
19	32	32	31.8	9.8	10.2	10.6	6.5	7.2	7.5	2.	14.	8.3	L. $\frac{1}{2}$	S. $\frac{1}{2}$	L. $\frac{1}{2}$	
20	31.6	31.7	32.5	11.	11.4	11.2	7.	7.6	7.2	3.4	15.	3.3	Gr. $\frac{1}{2}$	Gr. $\frac{1}{2}$	T. 1 $\frac{1}{2}$	
21	32	32.2	33.3	26.11.2	27.	27.1	6.	7.5	7.4	2.	14.	6.4	T. 1	T. $\frac{1}{2}$	O. $\frac{1}{2}$	
22	32.4	31.7	32.2	27.1.5	27.1.6	27.1.5	7.1	8.	7.9	4.	13.2	7.2	L. $\frac{1}{2}$	Gr. $\frac{1}{2}$	T. 2	
23	32.7	32.5	32.5	27.2.4	27.2.5	27.2.5	7.3	8.3	8.5	4.9	14.	9.3	T. $\frac{1}{2}$	T. $\frac{1}{2}$	T. $\frac{1}{2}$	
24	34.6	33.6	32.6	27.1.3	27.1	27.1	7.2	7.6	8.3	4.5	13.	8.	T. 2.	T. 3	T. $\frac{1}{2}$	
25	31.6	30.8	31.3	26.9.3	26.8.8	26.7.6	8.	8.6	9.2	6.2	7.6	6.	O. $\frac{1}{2}$	O. 1	O. $\frac{1}{2}$	
26	31.3	31.5	32.5	6.8	7.	7.5	8.	9.3	9.2	6.	10.3	6.2	L. $\frac{1}{2}$	L. $\frac{1}{2}$	Gr. $\frac{1}{2}$	
27	31.1	30.4	31.2	10.	10.5	11.2	6.1	8.2	8.	1.4	13.	7.	L. $\frac{1}{2}$	O. $\frac{1}{2}$	Gr. $\frac{1}{2}$	
28	34.4	34	34.4	11.5	11.6	11.6	7.3	8.	8.	3.	13.5	8.	L $\frac{1}{2}$	M. $\frac{1}{2}$	M. $\frac{1}{2}$	
29	34	33.7	33.6	11.5	11.4	10.8	6.8	2.5	8.2	3.	9.2	6.6	M. $\frac{1}{2}$	T. $\frac{1}{2}$	T. $\frac{1}{2}$	
30	33.6	33.6	33.6	10.	10.	9.6	6.5	7.8	7.8	2.	14.5	7.	T. 1	T. 1	T. 1	
31	33.5	33.4	34	9.4	9.	8.8	6.8	8.	8.	3.	14	8.3	T. $\frac{1}{2}$	T. $\frac{1}{2}$	T. $\frac{1}{2}$	

QUALITÀ E ACCIDENTI DEL GIORNO

Num.	Mattina	Ore Pomerid.	Sera	Mezzanotte
1	Nuv. e brina	Sol. tra nuv.	S. con cerchio di nuv. intor. al mare.	
2	S. e brina	Nu. sparse	Nu.: a ore. 3. P. min.	
3	Sol. tra nuv.	Nu. sparse.	Nu.	Neve ai monti.
4	P.	P. Min. contin.	Nu.	
5	S.	Nu. sparse.	S.	
6	Sole tra nuv.	P.	Nu.	
7	Nu.	Nu.	Nu. poi S.	
8	S.	S.	S.	
9	Fasce di nuv. bianche.	Nu. sparse.	S.	
10	S.	S.	S.	
11	Nu. sparse	Fasce di nuv. bianche.	Nu.	
12	Pioggette	Pioggette.	Nu.	
13	P.	Sol. tra nuv.	Nu. poi. S.	P. a ore 2 10 con grandine.
14	Nu. sparse.	Nu. a ore 22. P. Min.	P.	
15	Nu. sparse	Nu.	Nu. sparse.	P. e tuoni.
16	P.	P.	P.	P.
17	P.	Nu.	Nu.	
18	Nu. sparse.	Sole tra le nu.	Nuv. intorno al mare.	
19	Nu. sparse.	Nu. sparse.	Nu. sparse.	
20	S. e brina.	Fasce di nuv. bianche.	S.	
21	S. e brina.	S.	S.	
22	Fasce di Nuv. bianche e brina.	Nuv. sparse.	S.	
23	S. e brina.	S.	S.	
24	S. e brina.	Nu. bianche sparse.	Nuvole sparse.	
25	Nebbia e P. min.	Nebbia a ore 22 stille di P.	Nu.	a ore 11 pom. P. min.
26	Nu.	Nu., a ore 22 stille di P.	Nu.	
27	S. e brina.	S.	S.	
28	S. e brina.	Nu. sparse.	Nu. sparse.	
29	Fasce di Nuv. bianche e brina.	Nu. sparse.	S. con cerchio di nuvole intorno al mare.	
30	S. con cerchio di nu. int. al mare e brina.	Nu. sparse.	come ieri.	
31	S.	Nu. sparse.	S.	

Significato delle cifre usate nelle osservazioni meteorologiche. Venti principali – T. Tramontana – Gr. Greco – L. Levante – S. Sci- locco – O. Ostro – Ga. Garbino – P. Ponente – M. Maestro.

Qualità de' Venti. – 1. Significa aria sensibile – 2. Vento gagliardo – 3. Vento forte – 4. Vento procelloso.

Accidenti del giorno. – S. Significa sereno o Sole. – Nu. Nuvole. – P. Pioggia. – C. Caligine. – G. o Gr. Grandine – Ne. Neve – V. Vento. – T. o Tu. Tuono – F. Fulmine – T. Terremoto.

A dì 2 incominciò la prima aratura del linaro in Vallericcia: a dì 19 la seconda. In detto giorno gli olmi avevano già dato fuori le gemme.

A di 8 il gelo alla fontana alto linee 22 – a di 9 alto linee 8. – a dì 10 alto lin. 9. – a dì 11 alto linee 11.

A dì 13 si videro ricoperti di acqua i prati di Vallericcia (dicono) per non essere spurgati i fossi.

Da tutto questo si vede quanto avrebbero guadagnato in Italia la meteorologia e le scienze affini, se le tristi vicende politiche dell'Europa nel principio del secolo non avessero turbato la pace dei buoni studî, e sconvolto le menti e l'attenzione dei dotti.

SUR LA CLASSIFICATION DES FORMES QUADRATIQUES BINAIRES

PAR LE P. TH.[le] PEPIN, S. J.

1. Pour un déterminant donné $D = dm^2$, la classification de l'ordre proprement primitif peut se déduire de celle qui concerne l'ordre dérivé $(m, 1)$, ou, ce qui revient au même, de la classification de l'ordre proprement primitif de déterminant d. De même lorsque pour un déterminant D il existe un ordre improprement primitif, on en déduit aisément l'ordre proprement primitif. Gauss a résolu ce double problème, mais pour les déterminants négatifs seulement, et sous un point de vue particulier, afin de déterminer le rapport des nombres de classes de deux ordres différents de même déterminant. Quelques simplifications apportées à la solution de Gauss m'ont permis de l'appliquer aux déterminants positifs, et d'obtenir par une méthode directe, pour ces déterminants, le rapport des nombres de classes renfermés dans deux ordres différents, rapport qui n'a été obtenu jusqu'ici que d'une manière indirecte, en le déduisant des formules qui servent à déterminer les nombres de classes.

Outre ce résultat, les relations que nous allons étudier nous donneront la raison de l'irrégularité des déterminants contenus dans certaines formules que Gauss a données vers la fin de la cinquième section de ses *Disquisitiones*, ainsi que la démonstration des observations de ce géomètre relatives aux déterminants irréguliers.

I. Relations entre les classes de formes quadratiques, de différents ordres et de déterminants égaux.

2. Pour composer deux formes de même déterminant D, (a, b, c) et (a', b', c'), nous emploierons les formules II du n° 23 de mon Mémoire sur la composition des formes quadratiques, savoir:

$$\text{II}\left|\begin{array}{ll} 1) & pq' = \frac{a}{\mu},\ pq'' = \frac{a'}{\mu},\ pq''' = \frac{b+b'}{\mu}, \\ 2) & Ap^2 = aa',\ B^2 - AC = D\mu^2, \\ 3) & \frac{B}{\mu} = b - \frac{a}{p}p'' = b' - \frac{a'}{p}p',\ (b+b')\frac{B}{\mu} = bb' + D - \frac{aa'}{p}p'''. \end{array}\right.$$

A, B, C sont les éléments de la forme composée; μ est le plus grand diviseur commun des diviseurs des deux formes données; p, p', p'', p'''; o, q', q'', q''' sont les coefficients de la substitution bilinéaire qui rend la forme (A, B, C) identique avec le produit des deux formes données. Dans les applications suivantes, l'une des formes composantes est proprement primitive, de sorte que nous devons faire $\mu = 1$.

3. Soit $D = dm^2$. Ce déterminant présente un ordre $(m, 1)$ dérivé de l'ordre proprement primitif de déterminant d. La forme $(m, o, -dm)$, analogue à la forme principale, est appelée la forme la plus simple de l'ordre $(m, 1)$. Si de plus $d \equiv 1 \pmod{4}$ il y a lieu de considérer un ordre $(2m, 2)$ dérivé de l'ordre improprement primitif de déterminant d; la forme la plus simple de cet ordre est $(2m, m, \frac{1}{2}(m - dm))$. Pour abréger nous désignerons par O l'un quelconque des deux ordres dérivés $(m, 1)$, $(2m, 2)$.

Problème. Etant proposée une forme quelconque F de l'ordre O, dont le premier élément divisé par le diviseur donne un quotient premier avec ce diviseur, trouver une forme proprement primitive de même déterminant, qui, composée avec la forme la plus simple de l'ordre O, ait pour résultante la forme F.

Soit $F = (am, bm, cm)$ une forme dérivée de la forme primitive $(a, b, c) = f$, dont le déterminant $b^2 - ac$ est égal à d. Si la forme f est proprement primitive, le diviseur de F est égal à m; il est égal à $2m$, si la forme f est improprement primitive. L'ordre O de la forme F est $(m, 1)$ dans le premier cas et $(2m, 2)$ dans le second.

1° Soit (a', b', c') une forme proprement primitive de déterminant dm^2 qui, composée avec la forme $(m, 0, -md)$, donne (am, bm, cm) pour résultante. Pour déterminer a', b', c' au moyen des formules II nous devons y faire $\mu = 1$, $a = m$, $b = 0$, $c = -dm$, $A = am$, $B = bm$, $c = cm$; on trouve ainsi,

$$pq' = m,\ pq'' = a',\ pq''' = b'$$

$$ap^2 = a',\ b'^2 - a'c' = dm^2,$$

$$bm = b' - \frac{a'}{p}p' = -\frac{m}{p}p'',\ bb'm = dm^2 - \frac{ma'}{p}p'''.$$

On peut égaler p à tous les diviseurs de m, successivement, de sorte que notre problème admet plusieurs solutions; nous les examinerons plus loin; pour le moment il nous suffit de considérer celle qu'on obtient en prenant

$p = 1$, ce qui donne $a' = a$, $b' = bm$, $p' = 0$, $c' = \dfrac{m^2(b^2-d)}{a} = cm^2$, $p'' = -b$, $p''' = -cm$, $q' = m$, $q'' = a$, $q''' = bm$. Ainsi la forme F s'indentifie avec le produit $(m, 0, -dm)$ (a, bm, cm^2) au moyen de la substitution bilinéaire $1, 0, -b, -cm$; $0, m, a, bm$. D'ailleurs la forme (a, bm, cm^2) est proprement primitive, puisque les trois nombres a, b, c n'ont aucun diviseur commun et que le quotient $\dfrac{am}{m} = a$ est premier avec m. La forme (a, bm, cm^2) satisfait donc aux conditions de notre problème.

2° Supposant $d \equiv 1$ (mod. 4), cherchons une forme proprement primitive (a', b', c') dont la composition avec la forme $(2m, m, \frac{1}{2}(m - dm))$ donne pour résultante la forme F. En appliquant les formules II et en se bornant à la solution qu'on obtient en faisant $p = 1$, on trouve $a' = \dfrac{a}{2}$, $b' = bm$, $c' = 2cm^2$. Or, par hypothèse, les trois nombres (a, b, c) sont premiers entre eux, et le quotient $\dfrac{am}{2m} = \dfrac{a}{2}$ est premier avec $2m$. La forme $\left(\dfrac{a}{2}, bm, 2cm^2\right)$ est donc proprement primitive et puisque sa composition avec la forme $(2m, m, \frac{1}{2}(m - dm))$ donne pour résultante F, elle satisfait aux conditions de notre problème. La substitution $1, 0, -\frac{1}{2}(b-1), -cm$; $0, 2m, \frac{1}{2}a, m(b+1)$ rend identique la formule

$$(2m, m, \tfrac{1}{2}(m - dm))\,(\tfrac{1}{2}a, bm, 2cm^2) = (am, bm, cm).$$

4. Nous déduisons de là le théorème suivant:

Théorème I. Toute classe de l'ordre O est composée d'une autre classe quelconque de même ordre et d'une classe proprement primitive.

Soient F, F′ deux formes choisies pour représenter les deux classes comparées, de l'ordre O. Nous pouvons supposer que leurs premiers éléments divisés par le diviseur donnent des quotients premiers avec ce diviseur; car une classe peut toujours être représentée par une forme dont le premier élément est l'un quelconque des nombres représentés par cette classe, et une forme divisée par son divisenr peut représenter des nombres premiers avec un nombre donné quelconque. Soit φ la forme la plus simple de l'ordre O et f, f' deux formes proprement primitives dont la composition avec φ donne les deux formes F, F′; soit enfin f'' une forme proprement primitive qui, composée avec f', donne f pour résultante. Je dis que la forme F est composée de F′ et de f''. En effet, on a

$$F = \varphi f,\ F' = \varphi f',\ ff'' = f;$$

donc
$$F'f'' = \varphi f f'' = \varphi f = F.$$

La possibilité de trouver les deux formes f, f' résulte de la solution du problème précédent; celle d'obtenir la forme f'' se déduit du 1er cas du même problème en faisant $m = 1$, $F = f'$.

5. Théorème II. K et L étant deux classes quelconques de déterminant D et de l'ordre O, et r le nombre des classes proprement primitives de même déterminant, dont chacune produit L par se composition avec K, le nombre de toutes les classes de l'ordre proprement primitif sera r fois plus grand que celui des classes de l'ordre O.

Désignons par W l'ensemble des classes

$$(W) \qquad M, M', M'', \ldots M^{r-1}$$

proprement primitives de déterminant D, qui, composées avec K donnent pour résultante la classe L. Soient

$$L, L_1, L_2, \ldots L_{n-1}$$

les m classes de l'ordre O. L'une quelconque d'entre elles s'obtient en composant L avec une classe proprement primitive (n° 4). Soit donc N la classe proprement primitive dont la composition avec L donne L_1; les classes composées

$$W' \qquad NM, NM', NM'', \ldots NM^{2-1}$$

sont proprement primitives, de déterminant D et toutes distinctes. Or toutes ces classes donnent L_1 par leur composition avec K; car $M^i K = L$, $NL = L_1$; donc $NM^i K = NL = L_1$. De plus elles sont les seules classes proprement primitives jouissant de cette propriété; car s'il existait plus de r classes proprement primitives donnant la forme L_1 par leur composition avec K, nous remplacerions L par L_1, le groupe W renfermerait plus de r termes: et l'on conclurait qu'il existe plus de r classes donnant L par leur composition avec K, ce qui est contraire à l'hypothèse.

Deux groupes W et W' n'ont aucun terme commun; car les formes de W composées avec K donnent pour résultante la forme L, tandis que les formes de W' donnent L_1. Or lorsque deux classes composées avec une

même classe donnent des classes différentes, elles sont elles-mêmes différentes. Si donc nous représentont par N_i la forme proprement primitive qui composée avec L donne L_i, toutes les classes représentés symboliquement par les termes du produit

$$(M + M' + M'' + \ldots + M^{n-1})\,(1 + N_1 + N_2 + \ldots\ldots + N_{n-1})$$

sont des classes proprement primitives distinctes. D'ailleurs aucune classe proprement primitive ne peut manquer dans ce produit; car toute forme proprement primitive composée avec K donne nécessairement l'une des formes $L, L_1, L_2, \ldots L_{m-1}$ de l'ordre O. Le nombre des classes proprement primitives est donc égal au nombre des termes de ce produit, c'est-à-dire à nr.

Dans ce théorème rien ne s'oppose à ce que l'on prenne les classes K et L identiques avec celle qui est répresentée par la forme la plus simple de l'ordre O, de sorte que la détermination du rapport r peut se ramener à la solution du problème suivant.

6, Problème. Trouver toutes les classes proprement primitives de déterminant dm^2 qui, composées avec la classe $(m, 0, -dm)$, reproduisent cette classe.

Désignons par (a, b, c) l'une des formes renfermées dans les classes demandées. Dans la classe représentée par (a, b, c) on peut choisir une forme telle que la substitution bilinéaire qui rend identique la formule

$$(m, 0, -dm) = (m, 0, -dm)\,(a, b, c),$$

ait le cinquième coefficient, q, égal à zéro (c. n.° 26); (1) nous choisissons cette forme pour représenter cette classe, de sorte que la substitution bilinéaire et les éléments a, b, c peuvent se déduire des formules II, en faisant $a' = A = m, b' = B = 0, c' = C = -dm$. On trouve ainsi

$$pq' = a, pq'' = m, pq''' = b$$

$$mp^2 = am, b - \frac{a}{p}p'' = -\frac{m}{p}p' = 0, dm^2 - \frac{am}{p}p''' = 0,$$

et l'on en déduit $a = p^2$, p désignant un diviseur quelconque de m, $b = q'''p$, $q' = p$, $q'' = \frac{m}{p}$, $p' = 0$, $p'' = \frac{b}{p} = q'''$, $p''' = d\frac{m}{p}$. Pour obtenir toutes les solu-

(1) Nous désignons par (c. n° 26) le n° 26 du Mémoire sur la Composition des formes quadratiques, publié dans les *Atti* de l'Académie des *Nuovi Lincei* (Session de décembre 1879).

tions, il faut égaler p successivement à tous les diviseurs de m; puis pour chaque valeur de p donner à b toutes les valeurs inférieures à p^2, comprises dans la formule $q''' p$, c'est-à-dire les valeurs $0, p, 2p, -(p-1)p$; les valeurs suivantes $p^2, (p+1)p\ldots$ donneraient des formes respectivement contiguës et, conséquemment, équivalentes aux formes précédentes. Il faut ensuite exclure toutes celles de ces formes qui ne sont par proprement primitives. Si l'on désigne par h un nombre entier inférieur à p, toutes ces classes sont comprises dans la formule $\left(p^2, hp, h^2 - d\left(\frac{m}{p}\right)^2\right)$; les formes à exclure sont celles où la différence $h^2 - d\left(\frac{m}{p}\right)^2$ est divisible par un facteur de p.

7. Supposons m premier. Le nombre p n'a que deux valeurs 1 et m. La première valeurs $p=1$ ne donne qu'une seule forme proprement primitive $(1, 0, -dm^2)$; la seconde valeur $p=m$ en donne m, $m-1$ ou $m-2$ suivant que d est non-résidu de m, divisible par m ou résidu quadratique de m. En effet, 1° si d est non-résidu de m, la différence $h^2 - d\left(\frac{m}{p}\right)^2 = h^2 - d$ ne devient jamais divisible par m, et par conséquent les m formes comprises dans la formule (m^2, hm, h^2-d) sont toutes proprement primitives. 2° si $d \equiv 0 \pmod{m}$, la forme $(m^2, 0, -d)$ n'est pas primitive, mais toutes les $m-1$ formes (m^2, hm, h^2-d) qui correspondent aux valeurs de h comprises de 1 à $m-1$ sont proprement primitives. 3° si d est résidu quadratique de m, il y a entre 0 et m deux valeurs de h qui rendent h^2-d divisible par m, les $m-2$ autres valeurs de h donnent des formes proprement primitives.

Quand $m=2$ les formules précédentes donnent toujours deux formes proprement primitives, savoir $(1, 0, -4d)$ et $(4, \alpha, \alpha^2-d)$, α désignant 1 ou 0 suivant que d est pair ou impair.

Toutes les classes qui satisfont au problème sont représentées par les formes ainsi obtenues; mais il reste à déterminer en combien de classes distinctes ces formes peuvent se partager. Si deux de ces formes (m^2, mh, h^2-d), $\left(p^2, ph', h'^2 - d\left(\frac{m}{p}\right)^2\right)$ sont équivalentes, soit $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ une transformation propre de la seconde en la première; on aura les trois équations

$$(1)\qquad p^2\alpha^2 + 2ph'\alpha\gamma + \left(h'^2 - d\frac{m^2}{p^2}\right)\gamma^2 = m^2$$

$$(2)\qquad p^2\alpha\beta + ph'(\alpha\delta + \beta\gamma) + \left(h'^2 - d\frac{m^2}{p^2}\right)\gamma\delta = hm$$

$$(3)\qquad \alpha\delta - \beta\gamma = 1.$$

D'abord γ n'est pas nul; car si $\gamma = 0$, on déduit de l'équation (3) $\alpha\delta = 1$, $\alpha^2 = 1$, les deux autres équations deviennent $p^2 = m^2$, $\alpha\beta p^2 + h'p = hm$, et l'on en déduit $\alpha\beta m^2 = m(h - h')$; comme h et h' sont positifs ou nuls et inférieurs à m, on doit prendre $h = h'$, ce qui est contraire à l'hypothèse. En second lieu γ est divisible par p; car le nombre $h^2 - d\frac{m^2}{p^2}$ étant premier avec p, tandis que m est divisible par p, les équations (1) et (2) donnent les congruences $\gamma^2 \equiv 0$, $\gamma\delta \equiv 0 \pmod{p}$; et, comme les deux nombres $\gamma\delta$ sont premiers entre eux, en vertu de l'équation (3), on en conclut $\gamma \equiv 0 \pmod{p}$. On peut donc écrire l'équation (1) de la manière snivante

$$(1)\qquad (p\alpha + h'\gamma)^2 - dm^2\left(\frac{\gamma}{p}\right)^2 = m^2,$$

et en déduire que $p\alpha + h'\gamma$ est divisible par m. Soit donc $p\alpha + h'\gamma = tm$, $\gamma = pu$; l'équation précédente devient

$$(4)\qquad t^2 - du^2 = 1.$$

I. Soit $d < 0$. Comme γ, et par suite u, ne peut être nul, l'équation n'est possible qu'autant que l'on a $d = -1$, $u = \pm 1$, $t = 0$. Si h' est différent de zéro, on a $\alpha = -h'u = \pm h'$, $\gamma = \pm p$, et les deux autres coëfficients β, δ sont déterminés par l'équation $\alpha\delta \pm p\beta = 1$ jointe à la condition que la valeur de hm donnée par l'équation (2) soit comprise entre 0 et m^2. Comme h' est inférieur à p, on ne peut pas supposer $p = 1$ et $h' > 0$; on doit donc prendre $p = m$. Les valeurs de δ sont comprises dans la formule $\delta_0 + \lambda m$, de sorte que la valeur de hm, donnée par l'équation (2), peut se mettre sous la forme $-\delta_0 m + Km^2 - \lambda m^2$; il y a donc une valeur de λ, et une seule, qui donne pour hm une valeur comprise entre 0 et m^2. Il résulte de là que les formes $(m^2, hm, h^2 + 1)$ sont éqnivalentes deux à deux. Si $h' = 0$, $\alpha = 0$, $\gamma = \pm p$, de sorte que l'équation (3) exige que l'on ait $p\beta = 1$. On

doit donc supposer $p = 1$, $\gamma = -\beta = \pm 1$. L'équation (2) devient $\pm \delta m^2 = hm$; comme h est inférieur à m on en conclut $h = 0$, $\delta = 0$; ainsi les deux formes $(1, 0, m^2)$, $(m^2, 0, 1)$ sont équivalentes, ce que nous savions déjà.

Ainsi, quand $d = -1$, les formes proprement primitives comprises dans les formules $(1, 0, m^2)$, $(m^2, hm, h^2 + 1)$ sont équivalentes deux à deux; pour tous les autres déterminants négatifs les formes déterminées par la règle précédente appartiennent toutes à des classes différentes.

II. Soit $d < 0$. Nous désignerons par V l'ensemble des formes

$$(1, 0, -dm^2), \ (m^2, 0, -d), \ (m^2, m, 1-d), \ldots (m^2, (m-1)m, (m-1)^2 - d),$$

et par φ l'une quelconque des formes $(m^2, mh, h^2 - d)$. Nous allons d'abord chercher le nombre des formes φ équivalentes à la forme principale $(1, 0, -dm^2) = \varphi_0$. Les coefficients $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ de la substitution propre à transformer φ_0 en φ se déduisent des solutions de l'équation (4) au moyen des équations

$$(5) \qquad \alpha p + h'\gamma = tm, \ \gamma = pu,$$

en y faisant $p = 1$, $h' = 0$, et conséquemment $\alpha = mt$, $\gamma = u$. Les coefficients β, δ s'obtiennent ensuite à l'aide de l'équation (3) en y joignant la condition que l'équation (2) donne pour hm une valeur comprise entre 0 et m^2.

Soient τ et ν les plus petits nombres entiers et positifs qui vérifient l'équation (4), et posons

$$\tau_n + \nu_n \sqrt{d} = (\tau + \nu \sqrt{d})^n;$$

toutes les transformations de φ_0 en quelqu'une des formes φ sont déterminées par les formules $\alpha = m\tau_n$, $\gamma = \nu_n$,

$$(3') \quad m\tau_n\delta - \nu_n\beta = 1, \qquad (2') \quad hm = m\tau_n\beta - \delta\nu_n \, dm^2.$$

L'équation (3') devient impossible quand ν_n est divisible par m. Pour chacune des autres valeurs de n les formules précédentes déterminent une forme $(m^2, hm, h^2 - d)$ équivalente à φ_0, ainsi que la transformation de φ_0 en cette forme; car les solutions de l'équation (3') sont données par les formules $\beta = \beta_0 + \theta m\tau_n$, $\delta = \delta_0 + \theta\nu_n$; en les substituant dans l'équation (2') et désignant par h_0m la valeur de hm qui correspond à une valeur nulle de θ, on a $hm = d_0m + \theta m^2(\tau_n^2 - d\nu_n^2) = h_0m + \theta m^2$; il existe donc une valeur de θ, et une seule, à laquelle correspond une valeur de hm comprise entre 0 et m^2.

Or soit λ la plus petite valeur de n qui rende ν_n divisible par m. Posons $\tau_\lambda = T$, $\nu_\lambda = Um$; T et U seront les plus petits nombres entiers et positifs qui vérifient l'équation

$$(6) \qquad T^2 - dm^2 U^2 = 1.$$

Posons $n = k\lambda + \rho$, en désignant par ρ le reste de la division de n par λ. Toutes les solutions de l'équation (4) seront déterminées par la formule

$$\tau_n + \nu_n \sqrt{d} = (T + m\sqrt{d}\,U)^k (\tau_\rho + \nu_\rho \sqrt{d});$$

et si l'on pose

$$t + mu\sqrt{d} = (T + mU\sqrt{d})^k$$

on a

$$(7) \qquad \tau_n = t\tau_\rho + dmu\nu_\rho\,,\; \nu_n = mu\,\tau_\rho + t\nu_\rho.$$

Or si l'on fait varier k en laissant à ρ une valeur constante, et qu'on désigne par α_0, β_0 les valeurs $m\tau_\rho$, ν_ρ de α et de β qui correspondent à la valeur $n = \rho$, on déduit des deux dernières équations

$$\alpha = t\,\alpha_0 + dmu\beta_0\,,\; \gamma = u\,\alpha_0 + t\beta_0;$$

ce sont précisément les formules qui donnent toutes les transformations de φ_0 en φ au moyen de l'une d'entre elles (D. A. art. 162). On obtient donc toutes les formes φ équivalentes à φ_0 en ne considérant que les valeurs de n comprises entre 0 et λ. Nous désignerons par $\varphi_1, \varphi_2, \ldots \varphi_{\lambda-1}$ les formes du groupe V en lesquelles se transforme φ_0 par les substitutions déduites des formules précédentes en donnant à n les valeurs 1, 2, 3, .. $\lambda - 1$. Toutes ces formes sont différentes, car les transformations de φ_0 en l'une d'entre elles se déduisent toutes des formules (7) en faisant varier k et en laissant ρ constant.

Le groupe V renferme donc λ formes différentes, appartenant à la classe principale. Si toutes les formes V ne sont pas comprises dans la classe principale, désignons par (ψ) l'ensemble des formes

$$(\psi) \qquad \psi_1, \psi_2, \psi_3, \ldots . \psi_\mu,$$

qui, dans le groupe V, appartiennent à une même classe A différente de la classe principale, et par ψ' la forme opposée à ψ_1. La composition de ψ' avec les μ formes (ψ) donne μ formes comprises dans la classe principale;

car on a $\psi' \psi_1 = \varphi_0$, et la composition d'une forme avec des formes de même classe donne des résultantes qui appartiennent toutes à une même classe. Or on peut faire cette composition au moyen des formules II de manière que les formes résultantes fassent toutes partie de V et soient toutes différentes.

En effet, soit $\psi_1 = (m^2, mh, h^2 - d)$, et désignons par $(m^2, mh', h'^2 - d)$ l'une quelconque des formes V autres que φ_0 et ψ_1. La composition de cette forme avec $\psi' = (m^2, -mh, h^2 - d)$ s'obtient en faisant dans les formules II $a = a' = m^2$, $b = h'm$, $b' = -hm$, $\mu = 1$; le nombre p est le plus grand commun diviseur des deux nombres m^2 et $b + b' = m(h' - h)$; comme le nombre m est premier et que h' et h sont différents et inférieurs à m, on a $p = m$, et les formules II deviennent:

$$q' = q'' = m,\ q''' = h' - h,\ \mathrm{A} = m^2,$$

$$\mathrm{B} = h'm - mp'' = -hm - mp',\ m(h' - h)\,\mathrm{B} = -hh'm^2 + dm^2 - m^3 p'''.$$

Le coefficient B étant multiple de m posons $\mathrm{B} = m\mathrm{H}$; les dernières formules deviennent

$$\mathrm{H} = h' - p'' = -h - p',\ (h' - h)\,\mathrm{H} = d - hh' - p''' m;$$

On les vérifie en prenant pour H la solution de la congruence

$$(8)\qquad (h' - h)\,\mathrm{H} \equiv d - hh' \pmod{m},$$

et en prenant $p'' = h' - \mathrm{H}$, $p' = -h - \mathrm{H}$. Pour chaque valeur de h' différente de h, cette congruence détermine une valeur unique de H comprise entre 0 et m. La forme résultante $(m^2, \mathrm{H}m, \mathrm{H}^2 - d)$ fait donc partie de V. Les valeurs de H qui correspondent à des valeurs différentes de h' sont aussi différentes; car si l'on avait

$$\mathrm{H} \equiv \frac{d - hh'}{h' - h} \equiv \frac{d - hh''}{h'' - h} \pmod{m},$$

on en déduirait $(d - h^2)(h'' - h') \equiv 0 \pmod{m}$, ce qui est impossible, parce que h'' et h' sont supposés différents et inferieurs à m, et que, ψ_1 étant une forme proprement primitive, $d - h^2$ n'est pas divisible par m. Si l'on prend pour h' les $\mu - 1$ valeurs qui correspondent aux $\mu - 1$ formes ψ autres que ψ_1, on obtient $\mu - 1$ formes différentes du groupe V, appartenant toutes à la classe principale; d'ailleurs, en composant ψ_1 avec ψ', on

obtient la classe principale $(1, 0, -dm^2)$. Le nombre λ des formes V qui appartiennent à la classe principale n'est donc pas inférieur à μ. De même si l'on prend pour h' les λ valeurs de h qui correspondent aux λ formes φ, on obtient λ formes du groupe V, appartenant à la classe opposée à celle de ψ_1. D'ailleurs les formes du groupe V sont comprises deux à deux dans des classes opposées; car la forme $(m^2, m(m-h), (m-h)^2-d)$ est équivalente à la forme $(m^2, -mh, h^2-d)$ opposée à la forme (m^2, mh, h^2-d). Le groupe V contient donc autant de formes équivalentes à ψ_1 que de formes équivalentes à ψ'; il en contient donc au moins λ, de sorte que l'on a $\mu >= \lambda$. Mais nous venons de voir que le nombre λ n'est pas inférieur à μ; on a donc $\lambda = \mu$.

Il résulte de là que les formes V sont également partagées entre les diverses classes auxquelles elles appartiennent, de sorte que si l'on désigne par k le nombre de ces classes, et par r le nombre des formes V, on a $r = k\lambda$. Quant au nombre λ on l'obtient au moyen des plus petites solutions positives des deux équations $\tau^2 - dv^2 = 1$, $t^2 - dm^2u^2 = 1$; car, en les désignant respectivement par τ, v et t, u, nous avons vu que l'on a entre ces nombres la relation

$$t + mu\sqrt{d} = (\tau + v\sqrt{d})^{\lambda},$$

d'où l'on déduit, en désignant par lx le logarithme de x,

$$\lambda = \frac{l(t + mu\sqrt{d})}{l(\tau + v\sqrt{d})}, \quad k = \frac{rl(\tau + v\sqrt{d})}{l(t + mu\sqrt{d})}.$$

8. Les divers résultats que nous venons d'obtenir vont nous permettre de résoudre le problème suivant:

Trouver le rapport des nombres de classes proprement primitives pour deux déterminants dont le rapport est un carré, D *et* Ds^2.

Si le nombre s est égal à 2 ou à quelque nombre premier, le problème est immédiatement résolu par ce qui précède. Car le théorème II (nº 5) ramène la détermination de ce rapport à la solution du problème que nous venons de résoudre. Nous remarquerons toutefois que le nombre r des formes V, toujours égal à 2 quand $m = 2$, peut s'exprimer par une formule unique, quand m est un nombre premier impair. Si l'on convient de réduire à zéro le symbole de Legendre $\left(\frac{D}{m}\right)$, quand m est diviseur de D,

on a dans tous les cas, excepté celui où $D = -1$, $r = m\left(1 - \left(\frac{D}{m}\right)\frac{1}{m}\right)$.
Quand $D = -1$ on a

$$r = \frac{m}{2}\left(1 - \left(\frac{D}{m}\right)\frac{1}{m}\right).$$

Il est facile d'obtenir le rapport demandé dans le cas général où s est un nombre entier quelconque. Soit $s = 2^\nu p^\alpha p'^\alpha \ldots q^\beta q'^{\beta'} \ldots$, $p, p' \ldots$ désignant des nombres premiers diviseurs de D, $q, q', \ldots$ des nombres premiers non diviseurs de D. On passera du déterminant D au déterminant Ds^2 en multipliant successivement par les carrés de tous les facteurs premiers, égaux ou inégaux de s; à chaque multiplication les résultats obtenus dans le numéro précédent font connaître comment varie le nombre des classes.

I. *Déterminants négatifs*. Supposons d'abord $D < 0$. On passera du déterminant D au déterminant $D\,2^{2\nu}$ en multipliant ν fois par 2^2; comme à chaque multiplication le nombre des classes est doublé, il sera définitivement multiplié par 2^ν. Posons $D2^{2\nu} = d$. On passera du déterminant d au déterminant $dp^{2\alpha}$ en multipliant α fois par p^2; à chaque multiplication le nombre des classes est multiplié par le nombre r des formes V correspondantes, lequel est égal à p; le nombre des classes sera donc multiplié finalement par p^α. De même, à la multiplication du déterminant par $p'^{2\alpha'}$, $p''^{2\alpha''}$... correspond la multiplication du nombre des classes par $p'^{\alpha'}$, $p''^{\alpha''} \ldots$ Posons $dp^{2\alpha} p'^{2\alpha'} \ldots = d_1 \ldots$ Pour passer de ce déterminant au déterminant $d_1 q^{2\beta}$ on multiple β fois par q^2; dans la première multiplication le nombre r des formes V est $q\left(1 - \left(\frac{D}{q}\right)\frac{1}{q}\right)$, tandis qu'il est égal à q dans les multiplications suivantes; le nombre des classes est donc multiplié par $q^\beta\left(1 - \left(\frac{D}{q}\right)\frac{1}{q}\right)$. De même à la multiplication du déterminant par $q'^{2\beta'}$ correspond la multiplication du nombre des classes par $q'^{\beta'}\left(1 - \left(\frac{D}{q'}\right)\frac{1}{q'}\right)$.

Ainsi en désignant par h, h' les nombres de classes pour deux déterminants négatifs D, Ds^2, on a entre ces deux nombres la relation

$$(9) \qquad h' = sh.\,\Pi\left(1 - \left(\frac{D}{q}\right)\frac{1}{q}\right),$$

dans laquelle Π désigne le produit de toutes les valeurs que prend le binôme $1-\left(\frac{D}{q}\right)\frac{1}{q}$ quand on y remplace q par tous les facteurs premiers inégaux de s, qui ne sont pas en même temps diviseurs de D. Le second membre doit être divisé par 2 quand $D=-1$.

II. *Déterminants positifs non carrés.* Soit $D>0$, et désignons par m, m', m''... les facteurs premiers, égaux ou inégaux de s, par r, r', r''... les nombres de formes V qui correspondent respectivement aux multiplications du déterminant par m^2, m'^2, m''^2, ... enfin par t, u; t', u'; t'', u''; ... les plus petits nombres entiers et positifs qui vérifient respectivement les équations

$$t^2-Dm^2u^2=1,\ t'^2-Dm'^2m^2u'^2=1,\ t''^2-Dm^2m'^2m''^2u''^2=1,\ \ldots$$

On passe du déterminant D au déterminant Ds^2 en multipliant successivement par les carrés m^2, m'^2, m''^2, ...; le nombre des classes est multiplié successivement par les facteurs

$$\frac{r\,l(\tau+\nu\sqrt{D})}{l(t+um\sqrt{D})},\quad \frac{r'\,l(t+um\sqrt{D})}{l(t'+u'mm'\sqrt{D})},\quad \frac{r''\,l(t'+u'mm'\sqrt{D})}{l(t''+u''mm'm''\sqrt{D})},\ \ldots.$$

Le rapport des nombres de classes h' et h pour les deux déterminants, Ds^2 et D, est le produit de tous ces rapports; il est égal à

$$rr'r''\ldots\frac{l(\tau+\nu\sqrt{D})}{l(T+Us\sqrt{D})},$$

T et U désignant les plus petits nombres entiers et positifs qui vérifient l'équation $T^2-Ds^2U^2=1$. Le produit des facteurs r, r', r'', ... qui expriment les nombres de formes V relatives aux multiplications successives du déterminant par les carrés m^2, m'^2, m''^2, ... est indépendant du signe de D; il est égal à

$$s\Pi\left(1-\left(\frac{D}{q}\right)\frac{1}{q}\right)$$

comme dans le cas précédent. On a donc

$$(10)\qquad h'=h\,s\Pi\left(1-\left(\frac{D}{q}\right)\right)\frac{l(\tau+\nu\sqrt{D})}{l(T+us\sqrt{D})}=h\,\frac{s}{\lambda}\,\Pi\left(1-\left(\frac{D}{q}\right)\frac{1}{q}\right),$$

λ désignant le plus petit exposant entier et positif qui vérifie la relation

$$T + Us\sqrt{D} = (\tau + \nu\sqrt{D})^{\lambda}.$$

Les formules (9) et (10) ont été obtenues par Dirichlet dans son Mémoire sur les applications de l'analyse à la théorie des nombres. Mais la méthode par laquelle il les obtient ne fait pas connaître comment la classification des formes quadratiqnes de déterminant Ds^2 peut se déduire de celle qui se rapporte au déterminant D. Or les relations que nous avons obtenues, outre l'avantage de déduire la première classification de la seconde, donnent la raison de l'irrégularité d'une infinité de déterminants irréguliers, ainsi que nous le verrons plus loin.

II. Comparaison des nombres de classes renfermées dans les deux ordres primitifs de même déterminant $D = \pm 4l + 1$.

9. Le rapport entre le nombre des classes proprement primitives et celui des classes improprement primitives se déduit de la solution du problème suivant:

Trouver toutes les classes proprement primitives de déterminant D, *qui, par leur composition avee la forme* $\left(2, 1, \frac{1-D}{2}\right)$, *donnent cette même forme.*

Soit (a, b, c) l'une des formes cherchées, et posons $a' = 2$, $b' = 1$, $A = 2$, $B = 1$ dans les formules II; nous trouvons

$$pq = a,\ pq'' = 2,\ pq''' = b + 1,\ 2p^2 = 2a,$$

$$1 = b - \frac{a}{p}p'' = 1 - \frac{2}{p}p',\ (1 + b)1 = b + D - \frac{2a}{p}p''',$$

le nombre p ne peut avoir que les valeurs 1 et 2.

1° Soit $p = 1$ et conséquemment $a = 1$. On peut prendre $b = 0$, car toutes les formes $(1, b, b^2 - D)$ sont équivalentes à la forme principale $(1, 0, -D)$. On a par conséquent $p' = p'' = 0$, $p''' = \frac{D-1}{2}$, $q' = 1$, $q'' = 2$, $q''' = 1$.

2° Soit $p = 2$, et par conséquent $a = 4$, $q''' = \frac{b+1}{2}$. Le nombre b doit être inférieur à a, car les formes $\left(a, b, \frac{b^2 - D}{a}\right)$ où l'on a $b > a$ sont équi-

valentes à des formes ayant le même premier élément a et un second élément b inférieur au premier; le nombre b ne peut donc avoir que les deux valeurs 1 et 3, ce qui donne les deux formes $\left(4, 1, \frac{1-D}{4}\right)$, $\left(4, 3, \frac{9-D}{4}\right)$.

Si $D \equiv 1 \pmod{8}$ les deux dernières classes sont improprement primitives; dans ce cas la classe principale est la seule qui satisfasse à notre problème, et l'on déduit du théorème II (n.º 5) que les deux ordres primitifs renferment une même nombre de classes.

Si $D \equiv 5 \pmod{8}$, les deux dernières classes sont proprement primitives, mais il reste à examiner si les trois formes $(1, 0, -D)$, $\left(4, 1, \frac{1-D}{4}\right)$, $\left(4, 3, \frac{9-D}{4}\right)$ sont équivalentes ou si elles appartiennent à des classes différentes. Or les deux dernières font partie de deux classes opposées, car la forme $\left(4, 3, \frac{9-D}{4}\right)$ est contiguë et par conséquent équivalente à la forme $\left(\frac{1-D}{4}, 1, 4\right)$ opposée à la forme $\left(4, 1, \frac{1-D}{4}\right)$. Soient donc K, K', K'' les classes auxquels appartiennent les trois formes considérées; ces classes sont toutes trois identiques on toutes trois différentes. En effet les deux classes K' et K'' étant opposées si l'une d'elles est identique avec la classe principale K, l'autre l'est également. D'ailleurs la duplication de K' donne K'', comme il est aisé de s'en assurer en faisant $a = a' = 4$, $b = b' = 1$ dans les formules II; si donc $K'' = K'$ la classe K' se reproduit par la duplication, ce qui est la propriété exclusive de la forme principale. On ne peut donc par supposer que deux des trois classes K, K', K'' soient identiques, sans qu'elles le soient toutes trois.

Toute la question présente revient donc à rechercher si l'on a, ou non, $K = K'$, c'est-à-dire s'il existe une transformation $\begin{pmatrix}\alpha, & \beta \\ \gamma, & \delta\end{pmatrix}$ de la forme $(1, 0, -D)$ en $\left(4, 1, \frac{1-D}{4}\right)$. Les coefficients de la transformation supposée doivent satisfaire aux trois conditions

$$\alpha^2 - D\gamma^2 = 4, \quad \alpha\beta - D\gamma\delta = 1, \quad \alpha\delta - \beta\gamma = 1.$$

Si l'on peut trouver deux nombres impairs α, γ qui vérifient la première équation, on déduit des deux autres, en ayant égard à la première

$$\beta = \frac{\alpha + D\gamma}{4}, \quad \delta = \frac{\alpha + \gamma}{4};$$

comme α et γ sont impairs et que le signe de γ est arbitraire, on peut choisir ce signe de manière à rendre $\alpha + \gamma$ divisible par 4; il en sera de même de la somme $\alpha + D\gamma$, de sorte que les deux nombres β, δ seront entiers. Ainsi

Les deux ordres primitifs renferment le même nombre de classes, si l'on peut trouver deux nombres impairs t et u qui vérifient l'équation

$$\text{(A)} \qquad t^2 - Du^2 = 4,$$

sinon l'ordre proprement primitif renferme trois fois plus de classes que l'ordre improprement primitif.

1° Si D est < 0, l'équation (A) n'est possible que dans le cas où $D = -3$; on la résout alors en prenant $t = 1$, $u = \pm 1$. Donc

Pour tout déterminant négatif $-(8l + 3)$ autre que 3, le nombre des classes proprement primitives est triple de celui des classes improprement primitives. Pour le déterminant -3 les deux ordres primitifs renferment le même nombre de classes.

2° Si D est > 0, on ne peut rien prononcer à priori; il faut pour chaque valeur de D essayer si l'équation (A) est possible ou non en nombres impairs. Gauss fait remarquer que sur 75 nombres de la forme $8l + 5$, inférieurs à 600, il y en a 16 pour lesquels l'ordre proprement primitif renferme trois fois plus de classes que l'ordre improprement primitif, et 59 pour lesquels les deux ordres primitifs renferment le même nombre de classes.

10. Il existe une relation simple entre les plus petits nombres entiers qui vérifient l'équation (A) et la solution en nombres les plus petits possibles de l'équation $\tau^2 - D\nu^2 = 1$. Si l'équation (A) n'admet pas de solution en nombres impairs, on a $t = 2\tau$ et $u = 2\nu$. Si au contraire elle en admet, on a

$$\tau + \nu\sqrt{D} = \left(\tfrac{1}{2}t + \tfrac{1}{2}u\sqrt{D}\right)^3,$$

$$l(\tau + \nu\sqrt{D}) = 3\,l\left(\tfrac{1}{2}t + \tfrac{1}{2}u\sqrt{D}\right);$$

de sorte que la relation entre le nombre h des classes proprement primitives et le nombre h' des classes improprement primitives peut s'exprimer dans tous les cas au moyen de la formule

$$(11)\qquad h = 3h' \frac{l\left(\frac{1}{2}t + \frac{1}{2}u\sqrt{D}\right)}{l\left(\tau + \nu\sqrt{D}\right)},$$

que Dirichlet a fait connaître dans le Mémoire cité plus haut. Cette formule ne dit rien de plus que la règle énoncée précédemment, puisqu'elle ne dispense pas de chercher si l'équation (A) admet, ou non, des solutions en nombres impairs.

III. *Distribution des classes en périodes.*

11. Nous avons vu (n° 5) qu'en désignant par $M, M', M'', \ldots M^{r-1}$ les classes proprement primitives de déterminant dm^2, qui par leur composition avec la forme $(m, 0, -dm)$ donnent pour résultante cette même forme, et par $N_1, N_2, \ldots N_{n-1}$ des formes proprement primitives de déterminant dm^2, dont la composition avec la même classe donne toutes les autres classes de l'ordre $(m, 1)$, toutes les classes de l'ordre proprement primitif sont représentées par les termes du produit symbolique

$$(M + M' + M'' + \ldots + M^{r-1})\ (1 + N_1 + N_2 + \ldots + N_{n-1}).$$

Or les classes $M, M' \ldots M^{r-1}$ se distribuent aisément en périodes, et il est facile de choisir les classes $N_1, N_2, \ldots N_{n-1}$ de manière qu'elles puissent être rangées en périodes; nous allons démontrer que cela suffit pour que l'on puisse former immédiatement la période qui a pour base une classe donnée. La méthode à suivre pour cela repose sur le théorème suivant :

Théorème. Si l'on désigne par N une classe proprement primitive de déterminant dm^2, dont la composition avec la forme $(m, 0, -dm)$ donne une classe L de l'ordre $(m, 1)$, le degré λ de la période de N est toujours un multiple du degré μ de la période de L, et l'on obtient les μ termes de cette dernière période en composant avec la forme $(m, 0, -dm)$ les μ premiers termes de la période $N, N^2, N^3, \ldots N^\lambda = 1$.

Soit en effet $m\,a$ un nombre représenté par la classe L, et mB la valeur de l'expression $m\sqrt{d}$ (mod. ma) à laquelle appartient cette représentation. Le nombre a peut être supposé premier avec un nombre donné quelconque; nous le supposerons premier avec $2md$. La classe L est représentée par la forme $\left(ma,\ mB,\ \frac{m(B^2-d)}{a}\right)$, et puisqu'elle est de l'ordre $(m, 1)$ la forme

$\left(a, B, \frac{B^2 - d}{a}\right)$ est primitive. Désignons par C la classe qu'elle représente. Puisque l'on a $B^2 \equiv d$ (mod. a) on peut déterminer un nombre b qui vérifie en même temps les deux conditions

$$b \equiv B \text{ (mod. } a) \text{ et } b^2 \equiv d \text{ (mod. } a^\mu);$$

posant donc $b^2 - d = ca^\mu$, on peut représenter la classe C par la forme $(a, b, ca^{\mu-1})$ et la période $C, C^2, C^3 \ldots C^\mu$ par les formes

$$\text{(A)} \qquad (a, b, ca^{\mu-1}), (a^2, b, ca^{\mu-2}), a^3, b, ca^{\mu-3}) \ldots (a^\mu, b, c),$$

ainsi qu'on peut le voir au n° 40 de mon Mémoire sur la composition des formes quadratiques. La période $L, L^2 \ldots L^\mu$ est représentée par les formes dérivées des formes (A) multipliées par m.

Or si dans les formes de la période (A) on remplace la deuxième indéterminée y par my, on obtient des formes proprement primitives de déterminant dm^2, qui, par leur composition avec la classe $(m, 0, -md)$ donnent (n° 3, 1°) les formes (A) multipliées par m, c'est-à-dire les formes qui représentent la période des classes $L, L^2, \ldots L^\mu$. Or ces formes proprement primitives

$$\text{(B)} \qquad (a, mb, m^2ca^{\mu-1}), (a^2, mb, m^2ca^{\mu-2}), , \ldots (a^\mu, mb, m^2c)$$

sont rangées en période, c'est-à-dire que chacune d'elles s'obtient en composant la forme précédente avec la première $(a, mb, m^2ca^{\mu-1})$. En effet, si l'on désigne par $\left(A, B, \frac{B^2 - m^2d}{A}\right)$ une forme composée des deux formes

$$(a^{i-1}, mb, m^2ca^{\mu-i+1}), (a, mb, m^2ca^{\mu-1})$$

à l'aide des formules II, le coëfficient p est égal à 1, puisque a est supposé premier avec $2md$, d'où il résulte qu'il l'est aussi avec $2mb$. Les formules II deviennent donc $A = a^{i-1} a = a^i$, $B = bm - a^{i-1} p'' = bm - ap'$, $2mb. B = m^2b^2 + dm^2 - a^ip'''$; on les vérifie en prenant $A = a^i$, $B = bm, p'' = p' = 0$, $p''' = -m^2ca^{\mu-i}$. Ainsi la forme $\left(a^i, mb, \frac{m^2(b^2 - d)}{a^i}\right) = (a^i, mb, m^2ca^{\mu-i})$ est composée de celle qui la précède dans (B) et de la première; les formes (B) sont donc rangées en période. Les classes $N, N^2, \ldots N^\mu$ représentées par les formes (B) sont les μ premiers termes de la période $N, N^2, \ldots N^\lambda = 1$.

Comme la forme (a^μ, b, c) est équivalente à la forme principale $(1, 0, -d)$, la classe L^μ répresentée par la forme (ma^μ, mb, mc) est aussi représentée par $(m, 0, -dm)$. Désignant cette classe par L_0 on a $NL_0 = L$, $N^2L_0 = L^2$,... $N^\mu L_0 = L^\mu = L_0$, de sorte que si λ est $> \mu$, on a $N^{\mu+1} L_0 = L$, $N^{\mu+2} L_0 = L^2$ etc... et l'on retrouve dans le même ordre les classes L, L^2... Ainsi les classes N^i, dont la composition avec L_0 donne cette même classe L_0, sont celles dont les indices i sont des multiples de μ. Or la classe N^λ, dernier terme de la période de N, étant identique avec la classe principale, donne nécessairement L_0. Son indice λ est donc un multiple de μ, conformément au théorème énoncé.

12. Il n'est pas nécessaire dans les applications de résoudre la congruence

$$b^2 \equiv d \ (\text{mod. } a^\mu);$$

car si l'on a effectué la classification de l'ordre proprement primitif de déterminant d, on connait la classe E qui sert de base à la plus grande période. Soit (a, b, c) la forme qui représente cette classe. La classe N de déterminant dm^2 dont la période composée avec L_0 donne toutes les classes de l'ordre $(m, 1)$ dérivées des différents termes de la période E, E^2, E^3,... est représentée par la forme (a, bm, cm^2). On remplacera cette forme par la forme réduite équivalente, et l'on formera la suite N, N^2, N^3, ... $N^{\mu-1}$, μ désignant le degré de la période de E. Ainsi dans le produit symbolique

$$(M + M' + M'' + \ldots + M^{r-1}) \ (1 + N_1 + N_2 + \ldots + N_{n-1})$$

la distribution en périodes des différentes termes N_1, N_2, ... se déduit de celle qui concerne l'ordre primitif de déterminant d.

Il nous reste à indiquer comment on peut ranger en périodes les classes M, M', ... supposons d'abord m premier impair; les classes M, M', M'', ... sont représentées par les formes

$$(1, 0, -dm^2), \ (m^2, m, 1^2 - d), \ (m^2, 2m, 2^2 - d), \ldots (m^2, hm, h^2 - d) \ldots$$
$$(m^2, (m-1)\,m, (m-1)^2 - d).$$

Or nous avons vu (n° 7) que la composition de deux formes $(m^2, hm, h^2 - d)$, $(m^2, h'm, h'^2 - d)$ donne pour résultante une forme du même groupe $(m^2, Hm, H^2 - d)$, dont le coefficient H est déterminé par la congruence

$$(8) \qquad (h + h')\,H \equiv d + hh' \ (\text{mod. } m), \ 0 < H < m.$$

On obtiendra donc par un calcul très facile la période qui a pour base l'une quelconque des classes $(m^2, mh, h^2 - d)$.

Si m est composé, soient $e, e' \ldots$ ses diviseurs autres que 1. Les formules II donnent $Ap^2 = m^2 . m^2$, $pq' = pq'' = m^2$, $pq''' = m(h + h')$. Tant que $h + h'$ est un nombre premier avec m, on a $p = m$, $A = m^2$, et la résultante est la forme $(m^2, mH, H^2 - d)$ dont le coefficient H est déterminé par la formule (8). Mais si le nombre $h + h'$ est divisible par un facteur de m, soit e le plus grand diviseur commun de ces deux nombres; on a $p = me$, $A = \left(\frac{m}{e}\right)^2$; le coefficient B de la forme résultante $\left(A, B, \frac{B^2 - dm^2}{A}\right)$ doit vérifier les trois équations

$$B = hm - \frac{m}{e}p'' = h'm - \frac{m}{e}p', \quad \frac{h + h'}{e} \cdot B = hh' \frac{m}{e} + d \frac{m}{e} - \left(\frac{m}{e}\right)^2 \cdot p''',$$

dont la dernière montre que $B = \frac{m}{e}H$ et que H est déterminé par la congruence

$$(8') \qquad \frac{h + h'}{e} H \equiv d + hh' \left(\text{mod. } \frac{m}{e}\right).$$

La forme résultante est $\left(\frac{m^2}{e^2}, \frac{m}{e} H, H^2 - de^2\right)$. On voit sans peine comment il faut modifier le calcul pour composer une forme $\left(\frac{m^2}{e^2}, \frac{m}{e} h', h'^2 - de^2\right)$ avec une forme $(m^2, mh, h^2 - d)$. Du reste quelques exemples particuliers feront mieux comprendre ce mode de classification.

13. Soit $d = -79$, $m = 11$. Les formes proprement primitives de déterminant -79 sont partagées en cinq classes représentées par les cinq formes réduites.

$$(1, 0, 79), (5, \pm 1, 16), (11, \pm 6, 8).$$

Les classes de l'ordre dérivé (11, 1) de déterminant -9559 sont représentées par les cinq formes obtenues en multipliant les précédentes par 11. La classe N dont la composition avec la classe (11, 0, 869) donne la classe (55, 11, 176), se déduit de la forme primitive (5, 1, 16) en multipliant par 11 la seconde indéterminée, ce qui donne (5, 11, 1936); la forme réduite équivalente est (5, 1, 1912) et les cinq premiers termes de sa période sont

$$(5, 1, 1912),\ (25, -4, 383),\ (125, 21, 80),\ (16, -5, 599),\ (121, -11, 80).$$

D'après le théorème précédent, la forme $(121, -11, 80)$ composée avec la forme $(11, 0, 9559)$ doit donner pour résultante cette forme elle-même ; c'est ce qui a lieu en effet ; elle fait donc partie du groupe V. Désignons la par M. En calculant sa période à l'aide de la formule (8), nous trouvons

$$M^2 = (121, -55, 108),\ M^3 = (121, 55, 108),\ M^4 = (121, 11, 80),\ M^5 = (1.\ 0, 9559).$$

La classe N appartient au genre principal ainsi que tous les termes de sa période, dont le nombre est 25.

Si l'on forme les diverses classes du groupe V, conformément à ce qui a été dit précédemment (n° 7) on trouve les dix classes suivantes

$$(1, 9, 9559),\ (121, \pm 11, 80),\ (121, \pm 22, 83),\ (121, \pm 44, 95),$$

$$(121, \pm 55, 104),\ (121, 0, 79),$$

parmi lesquelles figurent, comme on devait s'y attendre, les cinq termes de la période de M ; ceux-ci appartiennent au genre principal ; les cinq autres appartiennent à l'autre genre. En prenant comme base celle des formes du second genre dont la duplication donne la classe M on rangera ces dix classes dans une seule période. Or comme $M^6 = M$, la forme M s'obtient par la duplication de M^3 ; elle s'obtient donc aussi par la duplication de la classe obtenue par la composition de M^3 avec $(121, 0, 79)$, puisque la duplication de cette dernière forme donne la classe principale. Désignant par φ cette forme composée de $(121, 55, 108)$ et de $(121, 0, 79)$, on trouve, à l'aide des formules II, $\varphi = (121, 44, 85)$. Nous connaissons déjà les termes $\varphi^2 = M$, $\varphi^4 = M^2$, $\varphi^6 = M^3$, $\varphi^8 = M^4$ et $\varphi^{10} = M^5$ de la période de φ ; en calculant les autres termes à l'aide de la formule 8, on trouve $\varphi^3 = M.\ \varphi = (121, -22, 83)$, $\varphi^5 = M^2.\ \varphi = (121, 0, 79)$, $\varphi^7 = (121, 22, 83)$, $\varphi^9 = (121, -44, 85)$. Du reste il suffit de calculer φ^3, car $\varphi^5 = M^2.\ M^3.\ (121, 0, 79) = 121, 0, 79)$, puisque M^5 est identique avec la classe principale, et les classes suivantes φ^7, φ^9 sont opposées aux classes φ^3 et φ respectivement. Ainsi l'ordre proprement primitif de déterminant -9559 est représenté par le produit symbolique

$$(\varphi_0 + \varphi + \varphi^2 + \ldots + \varphi^9)\ (1 + N + N^2 + N^3 + N^4) ;$$

il se partage en deux genres, de 25 classes chacun; le genre principal est représenté par le produit symbolique

$$(\varphi^0 + \varphi^2 + \varphi^4 + \varphi^6 + \varphi^8)\ (1 + N + N^2 + N^3 + N^4).$$

Comme $N^5 = \varphi^2$ tous les termes de ce produit sont compris dans la période de la cla classe N; l'indice du terme $\varphi^{2i} N^l$ dans cette période est $5i + l$. Ainsi le déterminant -9559 est régulier. Comme il ne renferme que deux genres, toutes les classes sont renfermées dans une même période dont la base s'obtient en composant la classe N avec la classe (121, 0, 79).

14. L'avantage de cette méthode consiste en ce que la distribution des classes M, M', ... du groupe V en périodes ne dépend que du nombre m et du résidu de d suivant le module m. Ainsi pour $m = 11$, on a $79 \equiv 2$ (mod. 11); la distribution des formes M dans une seule période, obtenue dans le cas particulier que nous venons d'examiner, peut servir à tous les déterminants d compris dans la formule $11x - 2$. Pour tous ces déterminants les formes du groupe V sont rangées dans la période suivante:

$$(11, 4), (11, -1), (11, -2), (11, -5), (11, 0), (11, 5), (11, 2), (11, 1), (11, -4), (1, 0, -121d),$$

où nous posons, pour abréger,

$$(11, h) = (121, 11h, h^2 - d).$$

Ce fait résulte de ce que la distribution des formes M, M'... en périodes s'effectue au moyen de la congruence (8') $\dfrac{h + h'}{e}\, H \equiv d + hh' \left(\text{mod.}\ \dfrac{m}{e}\right)$, où le nombre d peut être remplacé par son résidu suivant le module $\dfrac{m}{e}$.

Prenons un autre exemple, où l'on ait $m = 11$ et $d \equiv -1$ (mod. 11) Puisque -1 est non-résidu quadratique de 11, le nombre des formes du groupe V est 12; ces formes sont la forme principale et les 11 formes que l'on déduit de la formule $(11, h) = (121, 11h, h^2 - d)$ en donnant à h les 11 valeurs entières comprises entre -6 et $+6$. La composition de deux formes $(11, h)$ $(11, h')$ donne pour résultante une forme $(11, H)$ dont le second élément est la racine comprise entre -6 et $+6$ de la congruence

$$(8) \qquad (h + h')\, H \equiv d + hh' \equiv hh' - 1 \ (\text{mod.}\ 11).$$

Prenons pour base la forme (11, 4). Sa duplication s'effectue au moyen de la congruence $8\,H \equiv 15 \equiv 4$ (mod. 11), d'où l'on déduit $H = -5$. On aura la triplication en faisant dans la formule (8) $h = 4$, $h' = -5$, ce qui donne $-H \equiv -21 \equiv 1$ (mod. 11). On trouvera de même $(11, 4)^4 = (11, 2)$, $(11, 4)^5 = (11, 3)$, $(11, 4)^6 = (11, 0)$. A partir de la forme ambiguë $(121, 0, -d)$, on obtient les formes opposées aux précédentes, prises dans un ordre inverse. Les douze formes du groupe V sont donc renfermées dans une période unique.

$$(11, 4),\ (11, -5),\ (11, -1),\ (11, 2),\ (11, 3),\ (11, 0),\ (11, -3),\ (11, -2),\ (11, 1),$$
$$(11, 5),\ (11, -4),\ (1, 0, -121\,d).$$

Si d est négatif et différent de -1, ces douze formes représentent autant de classes distinctes. Si $d = -1$, les classes M, M'... distinctes du groupe V sont représentées par les six premières formes. Enfin si d est positif, on déterminera quelle est la première des formes précédentes qui appartient à la classe principale; son rang sera toujours un diviseur de 12 et il exprimera le nombre des classes distinctes qui se reproduisent périodiquement dans la suite des classes représentées par les formes considérées. On pourra encore déterminer le nombre des classes distinctes du groupe V, à l'aide des plus petits nombres entiers et positifs τ, υ, et T, U qui satisfont respectivement aux deux équations $\tau^2 - d\upsilon^2 = 1$, $T^2 - dm^2\,U^2 = 1$. Soit par exemple $d = 21$; les nombres τ et υ sont 55 et 12. Le plus petit nombre entier λ qui vérifie la condition

$$T + 11\,U\sqrt{21} = (55 + 12\sqrt{21})^\lambda,$$

est 2; le rapport $\frac{12}{\lambda} = 6$ est le nombre des classes distinctes du groupe V. Ces classes sont représentées par les six premiers termes de la période précédente; le sixième terme (11, 0) doit appartenir à la classe principale; effectivement $(1, 0, -121.21)$ se transforme en $(121, 0, -21)$ au moyen de la substitution propre 605, 252; 12, 5.

Si $d = 10$, on a $\tau = 19$ $\upsilon = 6$, et le plus petit nombre λ qui vérifie la condition

$$T + 11\,U\sqrt{10} = (19 + 6\sqrt{10})^\lambda$$

est $\lambda = 6$. Le rapport $\frac{12}{\lambda} = 2$ exprime le nombre des classes distinctes de V; ce sont les deux premiers termes $(11, 4)$, $(11, -5)$ de la période précédente.

18. Proposons-nous de classer les formes V dans le cas où $m=9$ et $d\equiv 6$ (mod. 9). Les formes V sont données par la formule $\left(\frac{81}{p^2}, \frac{9}{p}, h, h^2-dp^2\right)$; comme 3 est diviseur de d, leur nombre est 9; ce sont les formes.

$(81, \pm 9, 1-d)$, $(81, \pm 18, 4-d)$, $(81, \pm 36, 16-d)$, $(9, \pm 3, 1-9d)$, $(1, 0, -81\,d)$.

Soit $(81, 9h, h^2-d)$ l'une quelconque des six premiers formes. Sa duplication s'effectue en faisant $m=9$; $h=h'$ dans la formule (8), ce qui donne $2\,h\mathrm{H}\equiv 6+h^2$ (mod. 9); on vérifie cette congruence en prenant $\mathrm{H}=-h$. La duplication de la forme considérée donne pour résultante la classe opposée, de sorte que la triplication donnerait la classe principale. De même la duplication de la forme $(9, 3, 1-9d)$ s'effectue en faisant $m=3$, $h=h'=1$, dans la formule (8). On trouve ainsi $2\,\mathrm{H}\equiv 7$ (mod. 3), $\mathrm{H}=-1$. La forme résultante est la forme opposée à la forme considérée; la triplication donnerait par conséquent la classe principale. Si donc on désigne par φ l'une quelconque des formes du groupe V pour le déterminant $-81\,(9\,x+3)$ on a toujours $\varphi^3=1$, en désignant par 1 la classe principale.

Lorsque le déterminant $81\,d=-81\,(9x+3)$ est négatif, les 9 formes précédentes représentent autant de classes distinctes. Si l'on pose

$$\varphi=(81, 9, 1-d), \quad \varphi_1=(81, 18, 4-d),$$

ces neuf classes sont représentées par les 9 termes du produit symbolique

$$(1+\varphi+\varphi^2)\ (1+\varphi_1+\varphi_1^2),$$

dont le premier terme 1 désigne la classe principale. Ces classes appartiennent toutes au genre principal; car les deux classes φ et φ^2 étant opposées, puisque leur résultante φ^3 est identique avec la classe principale, elles appartiennent à un même genre, lequel ne peut être que le genre principal auquel appartient nécessairement la classe φ^2; il en est de même pour φ_1 et φ_1^2.

Soit μ le nombre des classes du genre principal pour le déterminant d, et supposons ces classes représentées par les μ formes

$$(a, b, ca^{\mu-1})\ (a^2, b, ca^{\mu-2}), \ .\ .\ .\ (a^\mu, b, c);$$

nous avons vu précédemment (n° 11) qu'en remplaçant dans ces formes la seconde indéterminée, y par $9y$, on obtient rangées en periode μ formes proprement primitives de déterminant 9^2d dont la composition avec la forme la plus simple de l'ordre (9, 1), savoir $(9, 0, -9d)$ donne pour

résultantes les μ classes de ce même ordre, dérivées du genre principal de déterminant d. Si le déterminant d était irrégulier, les μ classes du genre principal ne pourraient pas se ranger dans une période unique; mais dans tous les cas la puissance symbolique d'exposant μ de l'une quelconque des classes de déterminant dm^2, déduites de ces μ classes en remplaçant y par $9y$, est identique avec l'une des classes du groupe V; et si l'on désigne ces μ classes par 1, N, N_2 .... $N_{\mu-1}$, toutes les classes du genre principal de déterminant $81\,d = -81\,(9x+3)$ sont renfermées dans le produit symbolique

$$(1+\varphi+\varphi^2)\ (1+\varphi_1+\varphi_1^2)\ (1+N+N_2+\ \ldots\ N_{\mu-1}).$$

16. Puisque toutes les classes du genre principal de déterminant $81\,d$ sont comprises dans la formule $\varphi\,N_i$, où l'on désigne par φ l'une quelconque des neuf classes du groupe V et par N_i l'une des formes N, le degré de la plus grande période du genre principal pour ce déterminant est égal à 3μ où à quelque diviseur de 3μ. En effet on a toujours $(\varphi\,N_i)^{3\mu}=1$; car $\varphi^3=1$ et $N_i^{\mu}=\varphi_i$, $N_i^{3\mu}=\varphi_i^3=1$; le nombre 3μ est donc un multiple du degré de la période qui a pour base la classe φN_i.

Comme le nombre des classe du genre principal de déterminant négatif $-81\,(9x+3)$ est 9μ, tandis que le degré de la plus grande période pour le même genre est un diviseur de 3μ, le déterminant $-81\ (9x+3)$ est irrégulier; l'exposant d' irrégularité, c'est-à-dire le quotient obtenu en divisant le nombres des classes du genre principal par le degré de la plus grande période du même genre est un multiple du quotient $9\mu:3\mu=3$. Nous obtenons ainsi un théorème analogue à ceux que Gauss a énoncés à la fin de la cinquième section des *Disquisitiones* (art. 306, VIII):

Tous les déterminants négatifs compris dans la formule $-243\ (3l=1)$ sont irréguliers, et l'exposant d' irrégularité est toujours multiple de 3.

IV. *Déterminants irréguliers.*

Le théorème que nous venons d'obtenir montre comment notre méthode de classification des formes quadratiques donne la raison de l' irrégularité de certains déterminants divisibles par des carrés. Nous allons entrer dans quelques détails sur ce sujet, et nous trouverons non seulement la démonstration des inductions de Gauss sur les déterminants irréguliers, mais encore d'autres théorèmes analogues à ceux qui ont été énoncés par ce grand géomètre dans le passage cité des Disquisitiones.

Soit m un nombre premier impair, et continuons à désigner par (m, h) la forme $(m^2, mh, h^2 - d)$. Cette forme présente relativement aux nombres 4 ou 8, si ces nombres donnent lieu à des caractères génériques, le caractère partiel qui convient au genre principal ; car elle représente le nombre m^2 qui est de forme $8l + 1$. Quant aux autres caractères partiels, ce sont ceux du genre principal, si d est multiple de m ; car cette forme représente les nombres $h^2 - d$ et m^2, dont le premier est résidu quadratique de m, et le second, résidu quadratique de tous les facteurs premiers de d autres que m. Mais si d est premier avec m, les formes (m, h) peuvent présenter deux caractères différents relativement au module m. Ces formes ont les caractères partiels du genre principal pour tous les diviseurs premiers de d, tandis que relativement au nombre m elles peuvent avoir le caractère du genre principal ou le caractère opposé, puisqu' elles présentent le caractère $\left(\frac{n}{m}\right) = 1$ ou $\left(\frac{n}{m}\right) = -1$, suivant que le nombre $h^2 - d$ est résidu ou non de m. Ces formes appartiennent donc à deux genres différents, et le groupe V composé de ces formes et de la forme principale $(1, 0, -dm^2)$ se trouve également partagé entre ces deux genres. On déduit ce dernier point de ce qu' il y a $\frac{m-1}{2}$ valeurs de h, comprises de 0 à $m - 1$, qui rendent $h^2 - d$ égal à un résidu quadratique de m, si d est non-résidu de m, et $\frac{m-1}{2} - 1$, si d est résidu de m ; toutes ces valeurs de h déterminent autant de formes (m, h) comprises dans le genre principal ; en y ajoutant la forme principale elle-même on trouve que le groupe V renferme $\frac{m+1}{2}$ ou $\frac{m-1}{2}$ formes du genre principal, suivant que d est non-résidu ou résidu quadratique de m. Ainsi dans tous les cas la moitié des formes V appartient au genre principal.

18. Ces principes nous permettent d'établir le théorème suivant :

I. Si le déterminant d est irrégulier et qu'on désigne par p son exposant d' irrégularité, le déterminant dm^2 est irrégulier, et son exposant d'irrégularité est divisible par p.

Soit en effet λ le degré de la plus grande période du genre principal pour le déterminant d ; $p\lambda$ est le nombre des classes de ce genre. Nous pouvons choisir, pour représenter ces $p\lambda$ classes, des formes dont les premiers éléments soient des carrés premiers avec dm^2 ; les formes N que

l'on en déduit, en multipliant par m la deuxième indéterminée, sont toutes du genre principal ; nous avons vu en outre (n° 11) que celles de ces formes qui correspondent aux différents termes $C, C^2, C^3, \ldots C^{\lambda-1}, C^\lambda = 1$ d'une même période sont les λ premiers termes d'une période qui a pour base la forme N déduite de C en multipliant par m la seconde indéterminée. Comme la classe d'ordre $(m, 1)$ et de déterminant dm^2, que l'on déduit de la classe principale $C^\lambda = 1$ peut être représentée par $(m, 0, -dm)$, la classe N^λ qui par sa composition avec $(m, 0, -dm)$ donne la classe d'ordre $(m, 1)$ et de déterminant dm^2, dérivée de la classe C^λ, fait partie du groupe V, d'après la définition même de ce groupe ; il en est donc de même de tous les termes de la période qui a pour base la classe N, leurs puissances de degré λ font nécessairement partie du groupe V. Le genre principal de déterminant dm^2 est donc renfermé dans un produit symbolique

$$(M + M_2 + \ldots + M_r)\ (1 + N + N_2 + \ldots + N_{\mu-1}),\ \mu = p\lambda,$$

où toutes les classes désignées par N satisfont à la condition que leur puissance de degré λ est toujours l'une des formes désignées par M. D'ailleurs ces dernières formes satisfont toutes à l'équation symbolique $M^r = 1$; on a donc $(MN)^{r\lambda} = 1$, cest-à-dire que le degré d'une période qui a pour base une classe NM quelconque du genre principal de déterminant dm^2 est toujours un diviseur de $r\lambda$. Dailleurs le nombre des classes de ce genre principal est $rp\lambda$; l'exposant d'irrégularité est donc toujours un multiple de p.

19. Le théorème que nous venons d'établir est applicable aux déterminants positifs ; mais dans ce dernier cas il ne suffit pas de connaitre le résidu de d suivant le module m pour que l'on puisse déterminer le nombre des classes distinctes renfermées dans le groupe V ; il faut pour cela donner le nombre d lui-même. Pour les déterminants négatifs le nombre des classes du genre principal renfermées dans le groupe V est m, si d est divisible par m, et $\frac{1}{2}\left(m - \left(\frac{d}{m}\right)\right)$ dans le cas contraire, de sorte qu'il est complètement déterminé, lorsqu'on connait le résidu du nombre d suivant le module m.

En combinant le théorème précédent avec le théorème du n° 16, nous concluons que

II Si l'on désigne par s un nombre entier quelconque, tous les déterminants négatifs, compris dans la formule $-81\ (9l + 3)\ s^2$ ont un exposant d'irrégularité divisible par 3.

20. En exprimant les classes du genre principal de déterminant dm^2 par le produit symbolique

$$(1 + M + M_2 + \ldots + M_{r-1})(1 + N + N_2 + \ldots + N_{\mu-1}),$$

nous voyons immédiatement que le déterminant doit être irrégulier toutes les fois que le degré de la plus grande des périodes obtenues, en prenant pour bases les classes désignées par N, est un nombre n inférieur au nombre des classes du genre principal, et qu'en outre ce nombre n est divisible par le nombre m ou $\frac{1}{2}(m \pm 1)$ des classes M, M$'$, ... 1, comprises dans le genre principal. Or ces deux conditions sont remplies, soit lorsque $m = 3$ et que $-d$ est de la forme $24l + 3$ et supérieur à 3, soit lorsque m étant égal à 5 le nombre $-d$ est compris dans l'une des deux formules $40l + 3$, $40l + 27$, sans se réduire au nombre 3.

En effet comme $d \equiv 1$ (mod. 4) sans être égal à -3, il existe un ordre improprement primitif, et l'ordre proprement primitif renferme 3 fois plus de classes que l'ordre improprement primitif (n.° 9), de sorte que le nombre des classes du genre principal pour chacun des deux déterminants d et dm^2 est un multiple de 3. Le nombre des termes compris dans la plus grande période du genre principal est aussi un multiple de 3. Cela est évident si le déterminant d est régulier, et, s'il est irrégulier, la composition de la forme $\left(4, 1, \frac{1-d}{4}\right)$ avec une forme du genre principal, dont la période serait d'un degré premier avec 3, donnerait une classe dont la période serait d'un degré multiple de 3, puisque la classe $\left(4, 1, \frac{1-d}{4}\right)$ n'est pas équivalente à la classe principale et qu'elle donne cette dernière classe par sa triplication (n.° 9). Nous pouvons donc désigner par $3i$ le nombre des termes compris dans la plus grande période du genre principal de déterminant d, et par 3μ le nombre de toutes les classes de ce genre, de sorte que le nombre i sera un diviseur de μ.

Soit N l'une des classes de déterminant dm^2 qui donnent lieu à la plus grande période; N^{3i} est l'une des formes dont la composition avec $(m, 0, -dm)$ donne cette forme elle-même ; elle est nécessairement renfermée dans la forme $(1, 0, -d)$; car elle est représentée par la forme $(m^2, mh, h^2 - d)$, celle-ci est renfermée dans la forme $(1, h, h^2 - d)$ équivalente à la forme $(1, 0, -d)$. Il résulte de là que la classe N^i est renfermée dans l'une des classes de déterminant d dont la triplication donne la classe principale, c'est-à-dire

dans l'une des classes représentées par les deux formes $\left(4,\ \pm 1,\ \frac{1-d}{4}\right)$, si le déterminant d est régulier.

Supposant donc d régulier, désignons par p un nombre premier ou une puissance de nombre premier, dont la représentation par les formes de déterminant dm^2 appartienne à la classe N^i; il sera représenté aussi par la classe $\left(4, \pm 1, \frac{1-d}{4}\right)$ qui renferme la classe N^i, de sorte qu'en désignant par (x, y) sa représentation on a

$$p = 4x^2 \pm 2xy + \frac{1-d}{4}y^2,\ 4p = (4x \pm y)^2 - dy^2.$$

On déduit de là, en posant $4x \pm y = t$,

$$p^3 = X^2 - dY^2,\ X = \frac{t(t^2 + 3dy^2)}{8},\ Y = y\,\frac{(3t^2 + dy^2)}{8}.$$

Nous devons démontrer que X et Y sont entiers, et que Y est divisible par m; pour cela nous devons séparer le deux valeurs de m.

1° Soit $m = 3$ et $d = -(24l + 3) = -3(8l + 1)$. On a

$$3t^2 + dy^2 = 3(t^2 - (8l + 1)y^2),\ t^2 + 3dy^2 = t^2 - 9(8l + 1)y^2$$

comme y et t sont impairs, ces nombres sont multiples de 8, de sorte que X et Y sont des nombres entiers, dont le second est multiple de 3; posant donc $Y = 3Z$, on a

$$p^3 = X^2 - 9dZ^2.$$

Le nombre p^3, qui est une puissance d'un nombre premier, ne peut être représenté que par deux classes opposées de déterminant $9d$; il est représenté par N^{3i} et par la classe principale ; ces deux classes sont donc équivalentes ou opposées ; nous devons ajouter qu'elles sont identiques, puisque la classe principale est identique avec la classe qui lui est opposée. Ainsi la classe N donne lieu à une période dont le degré est $3i$, i désignant un diviseur de μ. Le nombre des classes du genre principal de déterminant $9d$ étant égal à $3.\ 3\mu$, le déterminant $9d$ présente un exposant d'irrégularité égal au rapport $9\mu : 3i$, et conséquemment à un multiple de 3. Nous obtenons ainsi ce théorème de Gauss :

III. Les déterminants compris dans la formule $-(216l + 27)$ et qui correspondent à des valeur de l entières et positives, sont irréguliers; l'exposant d'irrégularité est un multiple de 3, à moins que le déterminant $-3(8l + 1)$ ne soit lui-même irrégulier.

Gauss n'a pas exprimé cette restriction ; si le déterminant $-3(8l+1)$ présente un exposant d'irrégularité premier avec 3, il est probable que cet exposant est multiplié par 3 quand on passe de ce déterminant au déterminant $-27(8l+1)$, mais cela n'est pas démontré.

2.° Soit $m=5$ et $-d$ un nombre positif compris dans l'une des deux formes linéaires $40l+3$, $40l+27$. Comme on a dans les deux cas $d\equiv-3$ (mod. 8) les deux nombres X, Y sont entiers. De plus Y est multiple de 5 ; en effet, on a

$$16\,XY = ty(t^2+3dy^2)\ (3t^2+dy^2) \equiv 3ty\ (t^2\mp y^2)\ (t^2\pm y^2)\ \ (\text{Mod. } 5)\,;$$

et l'on doit prendre en même temps les signes supérieurs pour la forme $40l+3$, et les signes inférieurs pour la forme $40l+27$. Le produit XY est donc multiple de 5, de sorte que l'on a l'une des deux équations

$$p^2 = 25\,X_1^2 - d\,Y^2, \quad \text{ou} \quad p^2 = X^2 - 25dZ^2.$$

Or la première est impossible ; car le nombre p étant représenté par une classe N^i du genre principal de déterminant $25\,d$, est résidu quadratique de 5, tandis que d ne l'est pas. On a donc

$$p^3 = X^2 - 25dZ^2,$$

et l'on conclut comme précédemment que la classe N^{3i} est identique avec la classe principale.

Le nombre des classes du genre principal dans le groupe V est $\frac{1}{2}\left(5-\left(\frac{d}{5}\right)\right)=3$. Le genre principal renferme donc un nombre de classes égal à $3.\ 3\mu$; en divisant ce nombre par le degré $3i$ de la plus grande période du même genre, on obtient un exposant d'irrégularité $9\mu : 3i$ égal à un multiple de 3. Donc, sous la restriction que le déterminant $-(40l+3)$ ou $-(40l+27)$ soit régulier, ou qu'il présente un exposant d'irrégularité multiple de 3, nous pouvons énoncer le théorème suivant, que l'on trouve aussi dans le passage cité des Disquisitiones :

IV. Les déterminants negatifs autres que -75, compris dans les deux formules $-(1000l+75)$, $-(1000l+675)$ sont irréguliers et leur exposant d'irrégularité est un multiple de 3.

En combinant le théorème I avec le deux derniers théorèmes, on conclut, sous la restriction énoncée, que :

V. Les déterminant, négatifs autres que $-27s^2$, $-75s^2$, compris dans les formules $-(216l+27)s^2$, $-(1000l+75)s^2$, $-(1000l+675)s^2$ sont irréguliers et leur exposant d'irrégularité est divisible par 3.

21. Supposons que d soit un déterminant négatif régulier, compris dans la formule $-3(24l+1)$ et différent de -3. Puisque d satisfait à la congruence $d \equiv 5 \pmod{8}$ le nombre des classes proprement primitives est un multiple de 3, et les classes du genre principal sont renfermées dans une période dont le degré est divisible par 3. Soit E la base de cette période, N la classe de déterminant $81\,d$ que l'on en déduit par la substitution $\begin{pmatrix} 1, & 0 \\ 0, & 9 \end{pmatrix}$, et 3μ le degré de la période de E. Nous allons démontrer que la classe N est aussi la base d'une période dont le degré est égal à 3μ, c'est-à-dire que $N^{3\mu}$ est identique avec la classe principale.

D'abord la classe $N^{3\mu}$ est renfermée dans la classe principale de déterminant d, et, conséquemment, la classe N^{μ} est renfermée dans une classe de déterminant d dont la triplication donne la classe principale. Comme le déterminant d est régulier la condition $A^3 = 1$ n'est vérifiée que par trois classes, la classe principal et les deux classes $\left(4, \pm 1, \frac{1-d}{4}\right)$; d'ailleurs la classe E^{μ} dans laquelle est renfermée la classe N^{μ} n'est pas identique avec la classe principale ; elle est donc l'une des deux classes $\left(4, \pm 1, \frac{1-d}{4}\right)$. Soit p un nombre premier ou une puissance de nombre premier dont la représentation par les formes de déterminant $81d$ appartienne a la classe N^{μ}. Ce nombre p est aussi représenté par la classe $\left(4, \pm 1, \frac{1-d}{4}\right)$ qui renferme N^{μ}, de sorte que l'on a

$$p = 4x^2 \pm 2xy + \frac{1-d}{4}\,y^2, \quad 4p = (4x \pm y)^2 - dy^2.$$

Si l'on pose $4x \pm y = t$, le nombre t est premier avec 3 et l'on a

$$4^3 p^3 = (t + y\sqrt{d})^3\,(t - y\sqrt{d})^3 = [t(t^2 + 3dy^2)]^2 - d\,[y(3t^2 + dy^2)]^2,$$

$$p^3 = X^2 - dY^2, \quad X = \frac{t(t^2 + 3dy^2)}{4}, \quad Y = y\,\frac{(3t^2 + dy^2)}{8}.$$

Les deux nombres X et Y sont entiers, puisque $d \equiv -3 \pmod{8}$; de plus Y est divisible par 9; cela est évident si l'on suppose y divisible par 3; sinon, on le reconnaît par la formule $3t^2 + dy^2 = 3(t^2 - (24l + 1)\,y^2)$. On peut donc poser $Y = 9Z$, $p^3 = X^2 - 81dZ^2$. Le nombre p^3 est donc représenté par la classe principale de déterminant $81d$; comme la représentation d'une

puissance de nombre premier n'appartient, pour un même déterminant, qu'à deux classes opposées, et que la classe principale est identique avec son opposée, la classe $N^{3\mu}$ qui répresente p^3 est identique aaec la classe principale, de sorte que l'on a la formule symbolique $N^{3\mu}=1$.

Pour achever la classification du genre principal de déterminant $81d$ il faut ranger en périodes les classes du groupe V représentées par les 9 formes

$$(81, \pm 9, 1-d),\ (81, \pm 18, 4-d),\ (81, \pm 36, 16-d),\ (9, \pm 3, 1-9d),\ (1, 0, -81d).$$

Or c'est ce que nous avons fait déjà (n° 14), puisque $d \equiv 6$ (mod. 9); nous avons vu qu'en posant $\varphi=(81, 9, 1-d)$, $\varphi_1=(81, 18, 4-d)$, les neuf classes du groupe V sont représentées par le produit symbolique

$$(1+\varphi+\varphi^2)\ (1+\varphi_1+\varphi_1^2),$$

où l'on désigne par 1 la classe principale. Les classes du genre principal de déterminant $81d$ sont donc représentées par les termes du produit

$$(1+\varphi+\varphi^2)\ (1+\varphi_1+\varphi_1^2)\ (1+N+N^2+\ldots+N^{3\mu-1});$$

leur nombre est 27μ, et le degré de la période formée au moyen de l'une quelconque de ces classes est un diviseur de 3μ, puisque les trois classes φ, φ_1 et N satisfont aux conditions $\varphi^3=1$, $\varphi_1^3=1$, $N^{3\mu}=1$. Le déterminant $81d$ est donc irrégulier; l'indice ou exposant d'irrégularité est multiple du quotient $27\mu : 3\mu = 9$. Donc

VI. Les déterminants négatifs compris dans la formule $-243(24l+1)$ sont irréguliers, et l'exposant d'irrégularité est un mnltiple de 9, pourvu que le déterminant $-3(24l+1)$ ne soit pas lui-même irrégulier et qu'il ne se réduise pas à -3.

22. Ce théorème donne immédiatement la solution d'un doute exprimé par Gauss dans l'article cité: « Num determinantes cum exp. irr. majori quam 3 infra -10000 occurrant, decidere nondum licet; » (D. A. art. 306, VIII.) En faisant $l=1$ dans la dernière formule, on trouve le déterminant $-243.25=-6075$ avec un exposant d'irrégularité égal à 9. C'est ce que l'on peut vérifier directement.

Le genre principal de déterminant -75 ne renferme que les trois classes $(1, 0, 75)$, $(4, \pm 1, 19)$; les classes de l'ordre $(9, 1)$ dérivées de celles-là sont $(9, 0, 675)$, $(36, \pm 9, 171)$, et les classes proprement primitives de déterminant -81.75, dont la compotition avec la forme $(9, 0, 675)$ donne ces trois classes, sont $(1, 0, 6075)$, $(4, \pm 9, 1539)$. Or les deux dernières formes donnent la classe principale par leur triplication. En effet, si l'on effectue

la duplication de l'une de ces formes au moyen des formules II, on obtient pour résultante la classe opposée, de sorte qu'en composant celle-ci avec la première classe on trouve la classe principale. Pour faire la duplication de la classe (4, 9, 1539), il faut poser $a = a' = 4$, $b = b' = 9$; on trouve $p = 2$, $A = 4$, $p' = p''$, $B = 9 - 2p''$, $18 (B - 9) = -4.1539 - 8p'''$. On satisfait à ces équations en prenant $B = -9$, $p'' = 9$, $p''' = -729$. La résultante est donc la classe opposée (4, − 9, 1539).

Si l'on désigne par N la classe (4, 9, 1539), par φ et φ_1 les deux classes (81, 9, 76), (81, 18, 79), le genre principal de déterminant − 6075 est représenté symboliquement par le produit

$$(1 + \varphi + \varphi^2)\ (1 + \varphi_1 + \varphi_1^2)\ (1 + N + N^2);$$

la triplication de chacune des classes φ, φ_1, N donnant la classe principale, tous les termes de ce produit donnent aussi cette même classe par leur triplication. Le degré de la plus grande période du genre principal est donc 3, et en divisant par ce degré le nombre 27 des classes du genre principal on trouve 9 comme exposant d' irrégularité.

23. La représentation du genre principal par un produit de deux ou de plusieurs périodes peut s'appliquer à un déterminant irrégulier quelconque et conduit à des résultats intéressants. Soit D un déterminant irrégulier, positif ou négatif, m le degré de la période principale, et

$$\text{(I)} \qquad A,\ A^2,\ A^3,\ \ldots\ A^{m-1},\ 1$$

cette période. Si l'on désigne par C une classe du genre principal, non comprise dans cette période, et par μ le degré de la période dont elle est la base ; on peut deduire de cette classe C une classe C_1 dont la période soit une puissance d'un nombre premier. Soit en effet $\mu = rr'r'' \ldots$, r, r', r'', . . . désignant des facteurs premiers entre eux, égaux à des nombres premiers ou à des puissances de nombres premiers ; on peut trouver des nombres entiers $l, l', l'', \ldots$ qui vérifient la congruence $l\frac{\mu}{r} + l'\frac{\mu}{r'} + l''\frac{\mu}{r''} + \ldots \equiv 1 \pmod{\mu}$, de sorte que l'on peut poser

$$C^{\frac{l\mu}{r}} . C^{\frac{l'\mu}{r'}} . C^{\frac{l''\mu}{r''}} - \ldots = C.$$

Parmi les classes composantes de la classe C, il y en a une qui ne fait pas partie de la période (I), car autrement la classe C elle-même serait

comprise dans cette période. Soit $C^{l\frac{\mu}{r}} = C_1$ cette classe; comme l est premier avec r, le degré de la période $C_1, C_1^2, C_1^3, \ldots$ est égal à $r = p^{\varpi}$, p désignant un nombre premier.

Aucune des classes C^i qui correspondent à des indices i non divisibles par p ne fait partie de la période I; car autrement C_1^{li} ferait partie de la même période, or, i et p étant premiers entre eux, on pourait prendre comme valeur de l la racine de la congruence $li \equiv 1$ (mod. p^{ϖ}), et l'on conclurait que la classe C_1^{li} comprise dans la periode I, est identique avec la classe C. On démontre de même que le premier terme de la période C_1 C_1^2, $C_1^3, \ldots$ qui soit compris dans la période (I) a pour indice une puissance de p; car si la classe $C_1^{ip^e}$ est l'un des termes de la période (I), en prenant l égal à la racine de la congruence $li \equiv 1$ (mod. $p^{\varpi-e}$) on aurait $C_1^{lip^e} = C_1^{p^e}$ et cette classe serait comprise dans la période (I). Les termes du produit

$$\text{(II)} \qquad (1 + A + A^2 + \ldots + A^{m-1})\ (1 + C_1 + C_1^2 + \ldots + C_1^{p^e-1})$$

sont des classes du genre principal, toutes différentes et opposées deux à deux.

1° Elles sont toutes différentes; car si l'on avait

$$C_1^f\ A^g = C_1^{f'}\ A_1^{g'} \quad f > f',$$

en désignant par $C_1^{-f'}$, A^{-g} les classes opposées respectivement à C_1^f, A^g et composant les deux classes identiques $C_1^f\ A^g$, $C_1^{f'}\ A^{g'}$ avec la classe $C_1^{-f'}\ A^{-g}$, on obtiendrait $C_1^{\lambda} = A^{g'}\ A^{-g}$, $\lambda = f - f'$. Les deux nombres f et f' étant inférieurs à p^e, il en est de même à fortiori de leur différence λ; par conséquent $C_1^{p^e}$, ne serait pas le premier terme de la suite C_1, C_1^2, $C_1^3, \ldots$ compris dans la période I. contrairement à l' hypothèse. Donc deux termes différents dans le produit II représentent nécessairement deux classes différentes.

2.° Les classes renfermées dans le produit II sont opposées deux a deux; car si l'on considère l'une de ces classes $C_1^f\ A^g$, et qu'on désigne par A' la classe de la période I opposée à la classe $C_1^{p^e}$, la classe $C_1^{p^e-f}\ A'\ A^{-g}$, qui fait aussi partie du même produit, est opposée à la classe considérée, car en les composant et ayant égard à la relation $C_1^{p^e}\ A' = 1$, on obtient pour résultante la classe principale.

Posons $mp^e = m'$, et désignons par

$$\text{II.} \qquad 1,\ A_1,\ A_2,\ \ldots\ A_{m'-1}$$

les classes représentées par le produit précédent. Ces classes forment un

groupe régulier, c'est-à-dire que les classes obtenues en les composant entre elles de toutes les manières possibles font partie du même groupe. Le groupe II jouit donc des propriétés de la période I sur lesquelles est fondée la démonstration précédente, savoir que ces classes sont opposées deux à deux, et que la composition de plusieurs de ces classes donne une classe du même groupe. Si donc le groupe II n'épuise pas le genre principal, on trouvera, comme précédemment, une classe E du même genre, non comprise dans ce groupe et donnant lieu à une periode dont le degré est une puissance d'un nombre premier. Le premier terme de la suite E, E^2, E^3 ... qui soit identique avec l' un des termes du groupe II a pour indice une puissance du même nombre premier. Soit $p'^{e'} = q$ cette puissance; on démontrera, comme pour le produit II, que les termes du produit

$$\text{III} \qquad (1 + A_1 + A_2 + \ldots + A_{m'-1})\,(1 + E + E^2 + \ldots + E^{q-1})$$

représentent des classes toutes différentes et opposées entre ellex. En continuant de cette manière on trouve que le genre principal peut être représenté par un produit

$$\text{IV} \qquad (1 + A + A^2 + \ldots + A^{m-1})\,(1 + C + C^2 + \ldots + C^{p^e-1})$$
$$(1 + E + E^2 + \ldots + E^{q-1})\ldots$$

Le nombre des classes du genre principal est le produit $mp^e q$ ... et en divisant ce nombre par le degré m de la plus grande période du genre principal, on trouve que l'exposant d'irrégularité est égal à $p^e q \ldots = p^e p'^{e'} \ldots$, les nombres premiers $p, p' \ldots$ pouvant être égaux on inégaux.

24. Le degré d'une période quelconque du genre principal étant un diviseur du degré de la période principale, les degrés des périodes C, C^2, C^3, . . . , E, E^2, E^3, . . . sont des diviseurs du nombre m, de sorte que le nombre des classes du genre principal est divisible par le carré $p^{2e} p'^{2e} \ldots$. Nous déduisons de là ce théorème énoncé par Gauss à l'endroit cité des *Disquisitiones* :

VII. Si l' indice d'irrégularité est divisible par un nombre premier p, le nombre des classes du genre principal est divisible par le carré p^2; d'où il résulte que si ce nombre n'est divisible par aucun carré, le déterminant est nécessairement régulier.

Nous déduisons encore de la formule IV une autre conséquence, savoir que l'exposant d'irrégularité est toujours impair pour les déterminants qui ne présentent pas plus de deux genres de formes quadratiques, et, plus généralement, pour les Déterminants dont le genre principal ne renferme

pas plus de deux classes ambiguës. Car si le genre principal ne renferme qu'une classe ambiguë, toutes les périodes du genre principal ont des exposants impairs, de sorte que le nombre des classes du genre principal est lui-même impair. Si le genre principal renferme deux classes ambiguës, ces deux classes font partie de la période principale, et les facteurs suivants $(1 + C + C^2 + \ldots + C^{p_0-1})$, $(1 + E + E^2 + \ldots E^{q-1})$, ... ne renferment pas d'autre classe ambiguë que la classe principale représentée par 1. Or, dans toute période qui ne renferme pas d'autre classe ambiguë que la classe principale, le nombre des termes est impair; les nombres p, p', ... sont donc des nombres impairs, et par conséquent l'exposant d'irrégularité est un nombre impair. Comme pour chaque déterminant le nombre des classes ambiguës est égal à celui des genres, si un déterminant ne présente que deux genres, il ne peut y avoir qu'une ou deux classes ambiguës dans le genre principal. Donc

VIII. Lorsque pour un déterminant donné il n'y a qu'une on deux classes ambiguës dans le genre principal, et en particulier lorsqu'il n'y a que deux genres, l'exposant d'irrégularité est toujours impair.

25 Lorsque le genre principal renferme plus de deux classes ambiguës, il en renferme toujours un nombre égal à une puissance de 2. Supposons en effet qu'il y ait dans le genre principal trois classes ambiguës K, K', K'', K designant la classe principale. La classe $K' K''$ est ambiguë, car sa duplication donne la classe principale, et elle est différente des trois autres, car si l'on suppose $K' K'' = K$ les deux composantes K', K'' doivent être opposées et par conséquent identiques, et si $K' K''$ se réduit à l'une des composantes, l'autre doit être la classe principale, contrairement à l'hypothèse. Donc les quatre classes ambiguës

$$\text{I} \qquad (K + K')\,(1 + K'')$$

sont différentes; si donc le genre principal n'en renferme pas d'autre, notre assertion se trouve vérifiée. Sinon soit K''' un autre classe ambiguë du genre principal; les huit termes du produit symbolique

$$\text{II} \qquad (K + K')\,(1 + K'')\,(1 + K''') = (K + K')\,(1 + K'') + K'''\,(K + K')\,(1 + K'')$$

représentent autant de classes ambiguës du genre principal. En effet, les quatre classes $(K + K')\,(1 + K'')$ sont différentes, ainsi que nous venons de le démontrer; les quatre classes $K'''\,(1 + K'')\,(K + K')$ le sont aussi, puisqu'elles proviennent de la composition d'une même classe avec quatre classe différentes. Il suffit donc de démontrer qu'aucune de ces dernières classes n'est

identique avec l'une des quatre premières. Soit en effet $K''' K_1 = K_2$, K_1 et K_2 désignant deux termes du groupe I; en composant avec K_1 et en tenant compte de la formule $K_1 K_1 = 1$ on trouve $K''' = K_2 K_1$; K''' ferait donc partie du groupe I, contrairement à l'hypothèse.

Donc les huit classes ambiguës comprises dans le produit II sont différentes, et si le genre principal n'en renferme pas d'autre, notre assertion est démontrée; sinon, en désignant par K^{IV} une classe ambiguë du genre principal non comprise dans le groupe II, on démontrerait de la même manière que les 16 classes ambiguës représentées par le produit

$$\text{III} \qquad (K + K')(1 + K'')(1 + K''')(1 + K^{IV})$$

sont toutes différentes, et ainsi de suite jusqu'à ce que toutes les classes ambiguës du genre principal soient comprises dans un même produit semblable au précédent. Donc

IX. Le nombre des classes ambiguës du genre principal est toujours une puissance de 2.

26. Comme une même période ne peut renfermer que deux classes ambiguës, dont l'une est nécessairement la classe principale, si le genre principal présente plus de deux classes ambiguës, la déterminant est nécessairement irrégulier. Nous allons démontrer que, si 2^α est le nombre des classes ambiguës du genre principal, l'exposant d'irrégularité est divisible par $2^{\alpha-1}$. D'abord il résulte du n.° précédent que toutes les classes ambiguës du genre principal sont renfermées dans le produit symbolique

$$(K + K')(1 + K'') \ldots (1 + K^\alpha),$$

où nous désignons par K et K' les deux classes ambiguës qui font partie de la période principale $1, A, A^2, \ldots A^{m-1}$. Si l'on désigne par K_1, K_2 deux termes différents du produit $(1 + K'')(1 + K''') \ldots (1 + K^\alpha)$, les termes des deux produits

$$(1 + A + A^2 + \ldots + A^{m-1}) K_1,\ (1 + A + A^2 + \ldots + A^{m-1}) K_2$$

sont des classes toutes différentes entre elles et toutes comprises dans le genre principal. Ce dernier point est évident puisque les composantes sont toutes du genre principal. On voit aussi immédiatement que les termes d'une même produit représentent des classes différentes, puisque ces classes s'obtiennent en composant une même classe avec des classes différentes. Il suffit donc de démontrer que l'on ne peut pas supposer $K_1 A^e = K_2 A^i$; c'est à quoi l'on parvient en composant ces deux classes avec $K_2 A^{-e}$; on trouve

$$K_1 K_2 = A^{i-e}.$$

LA LUCE ZODIACALE
STUDIATA SECONDO LE OSSERVAZIONI FATTE DAL 1875 AL 1879 ALL'OSSERVATORIO DI ZI-KA-WEI NELLA CINA DAL P. MARCO DECHEVRENS S. J.

RELAZIONE

DEL P. G. ST. FERRARI S. J.

Ho l'onore di presentare all'Accademia sotto un titolo sì modesto l'importante memoria dell'egregio nostro confratello e collega il P. Marco Dechevrens Direttore dell'Osservatorio di Zi-ka-wei presso Chang-hai nella Cina. Certamente a buon dritto dall'illustre P. Alessandro Serpieri offerivasi un tributo d'onore alla memoria del Jones per essere stato fino allora il più grande e diligente osservatore della Luce Zodiacale; sulle osservazioni del quale egli studiavasi di stabilire le leggi e la teorica della medesima, in una dotta memoria pubblicata nel 1876. Le osservazioni del Iones sulla Luce Zodiacale si estendono dal 2 Aprile 1853 al 22 Aprile 1855. Al Jones succede ora il P. Dechevrens.

Come apparisce dal titolo testè enunciato, le osservazioni fatte dal P. Dechevrens si estendono a quattro interi anni, dal Luglio cioè del 1875 a tutto il mese di Giugno del 1879 e tutte eseguite colla massima accuratezza. Egli è perciò che stimiamo di far cosa grata ai nostri colleghi, a molti dei quali potrebbe rimanere ignoto il bel lavoro del P. Dechevrens, col farne loro un esteso riassunto, atteso l'importanza di questo fenomeno il quale, non ostante due secoli d'osservazione, rimane tuttora sì problematico, al dire dell'illustre Arago.

Che la Scienza sia lungi ancora dal poter profferire l'ultima sua parola intorno alle leggi ed all'origine della Luce Zodiacale, si dimostra a parer nostro da quest'ultimo stupendo lavoro del P. Dechevrens; conciossiachè, come vedrassi, dall'osservazione di questo fenomeno fu egli condotto a conclusioni del tutto opposte a quelle che dedusse il P. Serpieri dall'esame delle osservazioni del Jones.

Senza pronunziare pertanto un prematuro giudizio, e soltanto mossi dell'amore della verità, memori di quel detto *in dubiis libertas*, altro non faremo che esporre nel miglior modo che per noi si potrà le osservazioni e i giudizii che sulla medesima formò l'illustre autore, seguendolo in ciascuno degli otto capitoli ne'quali egli volle dividere la trattazione.

E primieramente, quasi a maniera di prefazione, il ch. Autore riporta le sentenze di alcuni illustri scienziati intorno alla natura problematica di questo fenomeno, ed il poco che si è fatto sin ora in fatto d'osservazioni; cominciando dal Meiran che primo dopo il Cassini ne scrisse a lungo nel 1733 e nel 1754, fino al compianto P. Secchi, il quale nella sua classica opera *Le Soleil* là dove parla dell'esteriore attività del Sole così si esprime: « On » a beaucoup discuté sur l'origine de la lumière zodiacale .... Voilà donc » un champ de recherches assez vaste et nous ne l'epuiserons qu'après de » longues et patientes observations. Ces travaux n'offrent pas de difficultés » serieuses, mais ils demandent de l'attention et de la perseverance. » (*Le Soleil*, Tome II, pages 432, 434).

« Queste citazioni, soggiunge il ch. Autore, e molte altre che potrei aggiungere mi serviranno d'introduzione; esse dimostrano l'opportunità dello studio che verremo facendo, e mi serviranno anticipatamente di scusa, qualora il soggetto, sul quale intendiamo di gettare un pò di luce, divenisse per avventura più oscuro e misterioso.

» Io non credo tuttavia che la discussione delle osservazioni della Luce Zodiacale fatte all'Osservatorio di Zi-ka-wei, discussione confermata dalle osservazioni regolari o isolate fatte in altri punti del globo, non debba avere alcun risultato felice. Se altro non facessero che incoraggire i meteorologi ad assegnare un posto nel quadro dei loro quotidiani lavori all'osservazione d'un fenomeno di tanto interesse, (nessuno il niega) e più comune forse che non si crede; già sarebbe qualche cosa, e si potrebbe sperare per tal modo di far del tutto svanire, in un avvenire non lontano, quanto vi ha di misterioso in questa Luce, mai sempre problematica eziandio dopo due secoli d'osservazioni, come lamentava l'Arago ».

Ciò premesso, il Ch. Autore stabilisce nel Capitolo I.° lo *Stato della questione*.

Dopo avere accennato ai grandi progressi della scienza astronomica in questi ultimi anni, si fa notare come il fenomeno della Luce Zodiacale si mostri tuttora ribelle alle ricerche degli astronomi non ostante la sua incessante presenza ora al mattino avanti l'aurora, ora alla sera dopo il crepuscolo. Tanto più diviene misterioso quanto più è osservato, e la moltiplicità delle spiegazioni che ne furono date, specialmente in questi ultimi anni, altro forse non fece che allontanare la soluzione di questo importante problema. E qui si enunciano con brevità le varie opinioni degli scienziati su tale argomento. Ma su ciò più distesamente al Capo IV.

Per ultima ipotesi pone il Ch. Autore quella di un ammasso nebuloso dipendente dal Sole e che probabilmente si muove intorno ad esso nel modo istesso degli altri corpi del sistema solare; ma convien confessare, egli dice, che tanto oggi quanto all'epoca del Cassini (1683) altro non hassi che una vaga e generica notizia, per mancanza di continuate serie d'osservazioni accurate e fatte in favorevoli condizioni.

» Io non pretendo, conchiude egli, di voler decidere la questione, di volere sciogliere tutte le difficoltà e di pronunziare l'ultima parola sopra d'un argomento si dibattuto; io cerco unicamente di esporre alcuni argomenti nuovi, a mio avviso, in favore di questa ipotesi; voglio procurare di dargli uno speciale sviluppo. il quale ci sarà di aiuto per formarci un'idea più chiara e più precisa di questo bel fenomeno ».

Ma prima di entrare nella descrizione di esso viene a dare nel Capitolo II° alcune indicazioni sul luogo d'osservazione ed il quadro delle osservazioni medesime.

Capitolo II. – *Osservazioni fatte a Zi ka-wei.*

» L'osservatorio di Zi-ka-wei è situato a 12 chilometri al Sud ovest di Chang-hai (lat. 31° 12′ 30″ N; long. 7^h 56^m 24^s. E da Parigi); esso s'innalza nel mezzo d'un'immensa pianura a 40 chilometri di distanza dal mare, ed il suo orizzonte non è circoscritto da veruna parte da qualsiasi benchè minime ineguaglianza del suolo; inoltre l'Osservatorio è isolato, e le poche case che lo circondano non possono per nulla turbare la purezza dell'aria e molestare, come avviene nelle città, le osservazioni astronomiche un pò delicate.

» Le mie osservazioni personali (così il Ch. Autore) hanno cominciato nel 1875 e le ho continuate sempre dappoi.

» Dal mese di Settembre 1875 alla fine del 1877, ho avuto occasione di fare 118 disegni della Luce Zodiacale, sopra di una carta particolare della Zona Zodiacale nella quale ciascun grado di longitudine e di latitudine ha una lunghezza di 4 millimetri (1). Generalmente parlando io non disegnava l'aspetto del fenomeno se non quando io vi trovava una qualche modificazione rispetto alle precedenti osservazioni di gran lunga superiore a quello dei disegni; infatti, se si eccettui un solo mese dell'anno (Luglio), la Luce Zodiacale è sempre visibile a Zi-ka-wei od al mattino o alla sera ovvero tanto al mattino quanto alla sera d'uno stesso giorno; essendo unica-

(1) Questa carta, in una scala ridotta, trovasi al fine della memoria del P. Dechevrens.

mente impedita l'osservazione quotidiana del fenomeno o dalle nubi o dalla presenza della Luna sull'orizzonte......

» Queste serie d'osservazioni formano un tutto che mi sembra avere un qualche valore ed è per essa che io mi sento in grado di poter accertare senza troppa diffidenza alcuni punti particolari, i quali serviranno, come spero, a porre la Luce Zodiacale sotto il suo vero punto di vista.

» Ho riassunto nei quadri che seguono tutte le osservazioni fatte a Zi-ka-wei, dal 1875 sopra la Luce Zodiacale. Essi contengono mese per mese le variazioni del vertice del cono orientale e dell'occidentale. E sotto tale aspetto essi gioveranno per intendere le spiegazioni, che si daranno più oltre, delle diverse fasi per le quali passa la Luce Zodiacale nel decorso dell'anno.

» Ho corredato questi quadri con delle note che furono prese al momento dell'osservazione; io le pongo tutte per disteso; esse servono alla compiuta intelligenza del fenomeno e racchiudono ancora l'indicazione di alcune osservazioni che furono omesse nei quadri numerici.

Capitolo III. – *Descrizione generale del fenomeno*.

» Alloraquando i due coni della Luce Zodiacale hanno la stessa lunghezza senza oltrepassare gli 80 od i 90 gradi, essa presenta la stessa forma dai due lati dell'orizzonte: è la forma d'un ferro di lancia ovvero di una mezza lente alquanto schiacciata. Ma allorchè l'elongazione del vertice giunge a 90 e 100 gradi, e più ancora, si mostra piuttosto si mile ad una lunga striscia di luce d'una larghezza presso a poco costante, di cui lo splendore s'indebolisce insensibilmente fino all'estremità che bene spesso è difficile di rinvenire fra lo splendore delle stelle.

» Talvolta si osserva verso l'orizzonte che la zona è come se fosse avvolta alla sua base da una specie di mantello più luminoso (27 e 28 Novembre, 14 e 24 Decembre 1876; 14 Gennaio, 8 e 9 Ottobre 1877, 3 Dicembre 1878, quanto al cono orientale; 18, 19, 21 e 24 Decembre 1876; 16 Decembre 1878, quanto al cono occidentale).

» Lo splendore mi è sembrato sempre sommamente tranquillo e senza vibrazioni. La sua tinta è sempre di un bianco schietto, simile a quello della Via lattea; io non vi ho mai osservato quelle tinte rosse o gialle che altri hanno creduto notarvi in latitudini più elevate.

» Lo splendore, o per parlare con maggiore esattezza, la materia che in

tal modo brilla nella zona zodiacale, non si svolge nel piano dell'eclittica; essa lo domina colla maggior parte della sua massa; l'asse medesimo non pare assolutamente rettilineo; la sua porzione mediana, quella che è più vicina al Sole, si solleva di alcuni gradi sopra l'ecclittica, mentre che bene spesso si osservano i due estremi vertici, specialmente quelle del cono orientale, ricurvi e vengono a posarsi su questo piano abbassandosi talvolta leggermente al disotto. Questo fatto pare si accordi con un certo numero di osservazioni raccolte dall'Heis nelle sue *Zodiacallicht-Beobachtungen*.

« Lo splendore partecipa al moto diurno apparente di tutte le stelle; questo fatto è stato accertato da quanti hanno osservato il fenomeno, e scalza dalla base tutti quei sistemi che asseguerebbero l'atmosfera terrestre qual sede della Luce Zodiacale.

« Questi sistemi essendo di una data la più recente, potrebbero trarre in inganno, e sembrare come l'ultima parola della scienza intorno a questo misterioso fenomeno: è quindi della maggiore importanza dimostrare brevemente come essi siano in opposizione colle osservazioni.

Capitolo IV. – *Confutazione d' alcune ipotesi.*

Espone dapprima il Ch. Autore l'ipotesi emessa dal Sig. Balfour Stewart nel *Monthly Notices* (1870) secondo la quale, partendo dal sospetto del Lockyer che la Luce Zodiacale possa essere un fenomeno terrestre, i venti alisei allorchè sono giunti alle più alte regioni dell'atmosfera, divengono conduttori atteso la loro grande rarefazione, e siccome essi attraversano rapidamente sopra le linee della forza magnetica della Terra, si può ammettere che essi servano come di veicolo alle loro correnti elettriche e diventino pur anche luminosi al pari dei gas assai rarefatti i quali divengono conduttori dell' elettricità. Non potrebbero esse per tal modo dare origine alla Luce Zodiacale ?

« Forse che il potrebbero, soggiunge replicando il Ch. Autore, qualora la Luce Zodiacale non si presentasse incompatibile con questa ingegnosa teorica. Infatti la Luce Zodiacale ha due rami, uno innanzi al Sole al mattino, l'altro dopo di esso la sera; essi sembrano quasi emanare dal Sole e spandersi sull'eclittica.

Ma è egli forse in tal modo che si formano i venti alisei superiori, è forse tale la direzione che debbono o possono prendere? Supponiamo a cagione d'esempio il Sole nell'equatore in uno degli equinozii; uno de'rami della luce si distende in quell'epoca nell'emisfero Nord e l'altro nell'emi-

sfero Sud, essendo amendue un'esatta continuazione l'uno dell'altro. Ora se si ammetta che la direzione di uno dei due rami coincida con quella dell'aliseo superiore dell'emisfero che la contiene, egli è certo che l'altro ramo non ha nulla di comune coll'aliseo corrispondente, conciossiachè i due coni luminosi fanno fra loro un angolo di 180°, mentre che i due alisei superiori, ed anche gl'inferiori, non si allontanano se non per un angolo di 90°. Parimenti allorchè il Sole si trova in uno dei solstizî, la Luce Zodiacale è sensibilmente parallela all'equatore, ora tale non è certamente la direzione degli alisei superiori in verun tempo dell'anno, poichè il loro movimento è diretto verso de' poli. »

« Dall'altra parte le correnti terrestri traendo la loro origine del raggiamento solare, hanno alternativamente un massimo ed un minimo in ciascun emisfero, i quali dipendono dalla latitudine del sole; or come avviene che la Luce Zodiacale non ha che un massimo ed un minimo annuale, il primo dei quali corrisponde all'epoca del maggior freddo pel nostro emisfero, ed il secondo alla stess'epoca per l'emisfero opposto: vi sarebbe in ciò contraddizione nei fatti. »

« Più generale, prosegue il P. Dechevrens, e meno esplicito è il sistema proposto dal sig. Felice Marco (Les Mondes n.° 23 Decembre 1876); secondo il quale la Luce Zodiacale sarebbe una manifestazione della corrente di Ampère diretta dall' Est all'Ovest e prodotta negli strati superiori dell'atmosfera dalla rotazione apparente del sole intorno alla terra. — Ma se fosse così come potrebbe mostrarsi la luce Zodiacale nel piano dell'eclittica? Non si dovrebbe anzi cercarla o sui paralleli percorsi dal sole (e in tal caso la luce seguirebbe il sole nelle sue variazioni di altezza), ovvero sopra uno dei due equatori, l'equatore cioè propriamente detto, o l'equatore magnetico, il che non si verifica punto? Come potrebbe quest' ipotesi spiegare perchè la Luce Zodiacale si mostra ora al mattino soltanto, ora alla sera e talvolta tanto al mattino quanto alla sera d'una stessa giornata? Come spiegherebbe le variazioni d'intensità e di lunghezza dei due coni della Luce Zodiacale? Essa sarà del continuo in contraddizione con un fatto perfettamente accertato, ed è che la Luce può costantemente rimanere sull' orizzonte le sei e le otto ore di seguito, mentre che una corrente elettrica o magnetica, per quanto alta si voglia far brillare nell'atmosfera non potrà manifestarsi se non per due ore al più, una volta che viene costretta a seguire il Sole. »

Ciò dimostra geometricamente l'Autore in una nota, supposta per l'atmosfera l' altezza di 200 Chilometri.

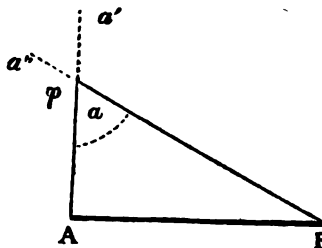
In altra nota, a proposito del sistema del Sig. Felice Marco, l'Autore riferisce come questo fisico a sostenere la sua nuova idea cita una lettera del Ch. P. Alessandro Serpieri all'illustre astronomo G. V. Schiaparelli nella quale leggonsi queste parole: « La Luce Zodiacale è un'aurora elet-
» trica che precede e segue il sole nel suo moto intorno alla terra. Il
» fenomeno sì costante delle fasi vespertine di alzamento e mattutino di
» abbassamento nel vertice del cono Zodiacale, fenomeno che a prima vista
» si scorge percorrendo i disegni del Jones, esige assolutamente tele spie-
» gazione. » (1) « Quelle due parole (replica qui il Ch. P. Decrevens) *esige assolutamente*, sono soverchie. Mi sia permesso di rimettere il P. Serpieri e il Sig. F. Marco ai capitoli che seguono; e spero che essi chiaramente vi scorgeranno come non si produca punto cotesta fase alzamento alla sera e d'abbassamento al mattino, e quanto al vertice del cono Zodiacale; al mattino e alla sera, la Luce s'innalza e si abbassa periodicamente, essa apparisce in epoca determinata e sparisce in un altra, e ciò tanto da un lato quanto dall'altro dell'orizzonte.

« Laonde, conchiude il Ch. Autore, la Luce Zodiacale, la quale è visibile talvolta a mezzanotte, non vuolsi considerare come un fenomeno atmosferico dipendente dalla rotazione apparente del Sole; esse non è una manifestazione della corrente di Ampère. »

Conchiude finalmente l'Autore questo capitolo côll'esporre, rafforzandolo con prova geometrica, un argomento, che sembragli decisivo per confutare le ipotesi che limiterebbero all'Atmosfera il campo sul quale si svolge la Luce Zodiacale, per quanto si voglia estendere la ragione atmosferica; questo si è il fatto *della parallasse*, la quale dovrebbe essere sensibilissima in questo caso, pei varî osservatori, come appunto avviene in somiglianti fenomeni cosmico-atmosferici. Egli dimostra con facile calcolo come fra due stazioni distanti fra loro di soli 15° sopra un medesimo meridiano, un punto luminoso che per una stazione fosse collocato a 200 chilometri nella direzione della verticale, per l'altra esso sarebbe veduto all'orizzonte. Che se le due stazioni siano collocate sullo stesso parallelo, alla distanza di 400 chilometri, un punto luminoso osservato al zenit dell'una e dell'altra sta-

(1) Quanto il P. Serpieri asserisce in quella lettera viene da esso ampiamente esposto nella sua memoria intitolata « *La Luce Zodiacale* » Sue leggi. Teoria cosmico-atmosferica dedotta dalle osservazioni di G. Jones, per il P. A. Serpieri d. S. P. Palermo 1876.

zione dovea vedersi dall' altra a più di 60° all'Est od all' Ovest nel medesimo istante.

Ora tanto il P. Dechevrens quanto il P. Heude missionario naturalista osservando negli stessi giorni il fenomeno della Luce Zodiacale l'uno a Zi-ka-wei l'altro a Ngan-king, il vertice del cono era riferito allo stesso punto celeste, colla piccola differenza di uno o due gradi, invece di trovarsi 60° più all'Est od all'Ovest di Ngan-king o di Zi-ka-wei secondo che si osservava il vertice al zenit di Zi-ka-wei o di Ngan-king. Si è scelta l'altezza di 200 chilometri siccome quella che comunemente assegnasi alle aurore boreali. La formola in questo caso è elementare; cioè per le due stazioni A e B distanti fra loro 400 chilometri, un punto p alto 200 chilometri del vertice del cono luminoso osservato al zenit di A si vedrà in una co stellazione a', e per B si vedrà in una costellazione a''; e sarà l'angolo $ApB = a$ la parallasse. Quindi:

$$\text{tg}\ a = \frac{400}{200} \text{ donde : } a = 63^\circ\ 26'$$

incirca. Ora egli è noto che questa parallasse è nulla allorchè trattasi della Luce Zodiacale ed il vertice del cono resta sempre per tutti gli osservatori projettato sulla medesima costellazione fino a tanto che trovasi sull' orizzonte.

« Queste poche osservazioni, conchiude il P. Dechevrens, bastano per dimostrare la necessità di allontanarsi dalla Terra per giungere fino alle regioni della Luce Zodiacale; il che ha cercato di fare il Prof. Heis di Münster, ma noi vedremo più oltre che egli non avanzossi abbastanza, e che i fatti osservati ci costringeranno a ritornare decisivamente all' antica e teorira e ad assegnare a questo fenomeno un posto notevole nel sistema solare. »

Capitolo V. – *Descrizione più particolareggiata del fenomeno.*

Lo scopo che si prefigge l'autore in questo capitolo si è di descrivere alcune particolarità, intorno al fenomeno della Luce Zodiacale, le quali non trovansi notate, per quanto egli sappia, presso verun autore e che risultano ad evidenza da tutte le serie delle sue osservazioni.

» I due rami della Luce Zodiacale, quello del mattino all'oriente e quello della sera ad occidente non fanno la loro apparizione sul l'orizzonte allo stesso tempo; parimenti essi non iscompaiono iusieme; ma il massimo della loro elongazione ha luogo nel medesimo istante.

» La durata totale dell'apparizione è di circa sei mesi per ciascuno dei due rami.

» I primi chiarori all'oriente si manifestano nei primi giorni del mese di Agosto e gli ultimi vi si estinguono sul finire di Gennaio. Dal lato di occidente si osserva la Luce Zodiacale per la prima volta verso la fine di Ottobre, ed essa non isparisce del tutto se non in Giugno.

» Per tal modo durante il mese di Novembre Decembre e Gennaio, il mattino innanzi l'aurora, la sera dopo il crepuscolo si possono contemplare questi due coni luminosi fra le stelle, ed in questa parte del cielo formano un angolo di circa 60° colla Via lattea, e sovente con essa rivaleggiano nellosplendore e nella purezza, principalmente nelle parti che sono le più vicine al Sole.

» Il ramo, orientale, al mattino, si allunga lentamente partendo dalla sua prima apparizione; per contrario, il ramo occidentale, la sera, si svolge rapidamente ed in un mese esso può giungere alla sua massima elongazione.

» Il fenomeno inverso ha luogo all'epoca dello sparire; cioè a dire, la Luce Zodiacale del mattino si avvalla in brevissimo tempo dopo l'epoca delle grandi elongazioni mentre che nella sera la Luce opposta cangia lentissimamente di lunghezza e sparisce insensibilmente.

« Atteso il dubbio emesso da alcuni scienziati sopra osservazioni isolate che sembravano far salire a 90° ed anche a 100° l'elongazione del vertice dei coni luminosi, io mi son dato premura assai delle volte di far accertare da taluno de'miei confratelli l'estensione delle Zone visibili a Zi-ka-wei durante il mese di Decembre e di Gennaio. Senza esserne antecedentemente prevenuti, essi hanno veduto ciò che io vedeva e certamente egli era difficile l'ingannarsi. Il perchè io posso presentare con tutta sicurezza i risultati d'osservazioni fatte colla più grande attenzione.

» Fino dal 28 Novembre 1875 l'elongazione del vertice della Luce orientale (al mattino), era di 100°; il 21 Decembre prossimo, il vertice occidentale (la sera) si proietta sull'Ariete a 120° dal Sole; il 24 l'osservai a 124°; e il dì seguente al mattino (25) la Luce orientale s'avanza fino a 110° dal Sole, e per tal modo (siccome tutto conduce a supporre che uno dei rami sia la continuazione dell'altro) il fenomeno abbracciava nella notte dal 24 al 25 Decembre 1875, i tre quarti dell' Eclittica.

» Le osservazioni più importanti sono senza dubbio quelle dell' 1, 3, 4 e 7 Decem- bre 1877 intorno al ramo occidentale. Dalle 8 alle 9 della sera uno de'miei confratelli ed io avevamo abbastanza bene osservata la zona luminosa che estendevasi fino alla Via lattea, passando fra le Pleiadi ed Aldebaran, ma più dappresso alle prime. Ora nel confondersi colla Via lattea,

la Luce aveva ancora sufficiente splendore per far supporre che essa si dovea prolungare almeno fino all'altro lembo della zona stellata; il Sole era allora nel 251mo grado di longitudine, l'arco di eclittica coperto dalla zona luminosa non era inferiore a 185.° Quest'osservazione, giova ripeterlo, fu fatta ben quattro volte. Era ben naturale che io fossi curioso, al mattino di cercare se fosse possibile collegare dall'altro lato della Via lattea quest'ammirabile zona con quella d'Oriente; pur nondimeno vi rimase una lacuna; il cielo era ancor più luminoso della sera, ed io non potei discernere la Luce orientale se non alquanto al di là di Regolo, cioè a dire a 110° dal Sole; la lacuna era di circa 65°; il perchè l'ampiezza totale della Luce Zodiacale era allora di circa 295.° ».

Prima di proceder oltre, il Ch. Autore, fa osservare come queste osservazioni fatte a Zi-ka-wei vanno perfettamente d'accordo con le osservazioni fatte di passaggio dal Sig. Eylert in un viaggio a Buenos-Ayres ed al Capo di Buona Speranza nel 1873 e pubblicato dall'Heis di Münster nelle sue: *Zodiacallicht- Beobachtungen.* '

Eziandio le osservazioni di Heis e di Weber in Germania riferite nell' opera citata di Heis confermano le osservazioni di Zi-ka-wei. Ivi ancora si ha il minimo in Giugno ed il massimo in Decembre. Parimenti il succedersi delle varie fasi del fenomeno segue lo stesso ordine di quelle notate già a Zi-ka-wei. Passa però questo divario fra le osservazioni fatte nelle regioni settentrionali e quelle di Zi-ka-wei, che cioè mentre colà richiedesi un grandissimo numero di osservazioni, e per molti anni, affine di scoprire le leggi di questo fenomeno; a Zi-ka-wei per contrario può essere facilmente riconosciuto in un breve lasso di tempo non avendo altro ostacolo la continua osservazione del medesimo se non quello del chiarore della Luna e della presenza delle nubi.

Quanto allo splendore dei due coni, il massimo non coincide colle più grandi elongazioni, ma viene osservato in Novembre quanto al ramo occidentale.

Capitolo VI. – *Teorica.*

Dapprima accenna il Ch. Autore all'insufficienza della teorica che il Prof. Heis avea formulato qual conseguenza delle sue osservazioni fatte dal 1827 al 1875, la quale consiste in considerare la Luce zodiacale come risultante da un anello nuboloso che circonderebbe la Terra lasciando però in dubbio se quest'anello sia contenuto al di quà ovvero al di là dell'orbita della Luna.

» Questa nuova ipotesi, egli dice, quantunque meglio s'accordi colle osservazioni che non la teorica elettro-magnetica, pur tuttavia non rende ra-

gione di alcuni punti particolari e di alcune importanti circostanze di questo fenomeno, le quali a parer mio, trovano una semplicissima spiegazione, ammesso una volta che il Sole e non la terra trovisi nel centro dell'anello nebuloso le particelle del quale riflettono i raggi solari e producono la Luce Zodiacale.

» Vengo quindi ad esporre la teorica che io credo essere la sola che soddisfaccia.

» Laplace suppose che la materia zodiacale si componga delle parti più sottili della nebulosa primitiva, la quale mediante le sue successive condensazioni, giusta le idee cosmogoniche del grande geometra, avrebbe dato l'origine al Sole ed ai diversi pianeti che compongono il nostro si stema. Queste molecole non essendosi unite all'atmosfera solare continuano a circolare a quelle distanze nelle quali esse trovavansi fin da principio e con velocità incognite le quali non si possono dedurre dalla velocità dell'atmosfera solare propriamente detta.

» Ammettendo questa prima idea generale, cerchiamo colla scorta delle osservazioni a dare una forma ed assegnare il suo posto a questa nebulosità fra i corpi che sono soggetti all'attrazione del Sole ».

Viene quindi l'Autore ed esporre il risultato delle proprie ricerche fatte mediante un polariscopio del Sig. Dubosq, all'epoca del massimo della Luce zodiacale, le quali confermano quelle del Sig. Wright; che cioè 1.° la Luce zodiacale è polarizzata in un piano che passa pel Sole; 2.° la quantità di luce polarizzata è assai probabilmente del 15 per cento e può giungere al 20 per cento della luce totale; 3.° questa luce proviene dal Sole, ed è riflessa sopra d'una materia solida.

» Quest'ultima conclusione, dice l'autore, è fondata dal Wright sopra delle osservazioni spettroscopiche, ma io non sono riuscito a scoprirvi nessuna riga e nessun colore usando uno spettroscopio di 22 centimetri costruito dall'Hoffmann a Parigi. Checchè ne sia l'autore è di parere che la Luce zodiacale sia della stessa natura degli altri corpi che compongono il sistema solare; e che le varie sue parti a fine di conservare la loro stabilità debbono esser dotate di un moto attorno al Sole in rapporto colla loro distanza dal centro ».

» La sua orbita è allungata; la materia di cui si compone, da quella parte in cui si trova la Terra nel solstizio invernale, oltrepassa l'orbita terrestre, mentre dal lato opposto assai probabilmente resta al di quà.

» Finalmente l' angolo dei due piani è tutto al più di due o tre gradi, e la maggior parte dell' orbita della nebulosità giace al di sopra dell'ecclittica ».

» Queste sono le conclusioni che deduce il Ch. Autore dalle sue numerose ed accurate osservazioni. Una tavola litografica pone sottocchio le relazioni di posizione che ha la Luce zodiacale colla Terra e col Sole.

Viene quindi in due quadri comparativi a riassumere le osservazioni fatte nei quattro ultimi anni ponendole a riscontro con quelle del Prof. Heis di Münster; ed il semplice loro aspetto ben addimostra come il fenomeno della Luce zodiacale considerato nel suo complesso si manifesti con i medesimi caratteri nelle due serie di osservazioni. Se vi sono delle diversità (specialmente in inverno) esse dipendono in gran parte tanto dalle differenze di latitudine, quanto dalla diversa situazione topografica delle due stazioni. Egli è sopratutto da notare che Zi–ka–wei trovasi in aperta campagna, a 12 chilometri di distanza da Changhai, e conseguentemente lungi da tutto ciò che in una città quale è Münster, può offuscare la trasparenza dell'aria e turbare le delicate osservazioni della Luce zodiacale.

» Mirabile è l'accordo fra i due quadri di Münster e di Zi–ka–wei per ciò che riguarda le epoche delle prime apparizioni della Luce, il mese cioè di Agosto pel cono orientale, il mese di Novembre per l'occidentale; le epoche delle disparizioni assolute, il mese cioè di Marzo al mattino ed il mese di Giugno la sera; come pure un minimo relativo al mattino fra l'Ottobre e il Novembre, e la sera in Marzo, e finalmente un massimo assoluto al mattino ed alla sera verso il solstizio d' inverno.

» Da ultimo, secondo le osservazioni di Zi–ka–wei, il massimo dello splendore non coincide col massimo d'elongazione, e neppure col minimo, ma si manifesta al mattino in Novembre e sul cominciare di Decembre, e la sera alla fine di Gennaio ed in Febbraio ».

Riferiremo ora colle parole stesse del Ch. Autore la spiegazione che al medesimo sembra discendere naturalmente da questi fatti che sono il prodotto di oltre a 30 anni di osservazioni.

« La nebulosità che da origine al fenomeno della Luce zodiacale, stando alle sole osservazioni non riempirebbe compiutamente lo spazio dell' orbita terrestre; però, siccome è assai probabile che essa si estenda al di là degli ultimi chiarori sensibili alla vista, si può ammettere che le regioni le quali sono occupate da queste particelle materiali oltrepassino, e notevolmente, le dimensioni dell'ecclittica. Tuttavia la forma generale della nebulosità non dee differire sensibilmente da quella che ha la porzione visibile,

e quanto io sono per dire di quest'ultima può applicarsi a tutto il complesso del fenomeno qualunque sia per essere la distanza alla quale esso si estenda.

» La nebulosità è alquanto irregolare nella sua forma; essa è più ovale che ellittica. L'asse maggiore, ossia la dimensione più grande, attraverserebbe l'eclittica in due punti, la longitudine de'quali sarebbe di 280° da una parte è 100° dall'altra; il perchè la Terra nella sua rivoluzione intorno al Sole incontrerebbe quest'asse della nebulosità in Aprile e in Decembre o Gennaio (ciò si scorge chiaramente nella tavola litografica dell'autore).

» Dal che ne segue non essere il Sole nel centro della nebulosità.

» La nebulosità, io parlo sempre della porzione visibile, oltrepassa l'orbita terrestre d'una quantità notevolissima alle due estremità del suo asse maggiore; gli spazi però che sono così occupati al di fuori dell'ecclittica, differiscono nell'ampiezza; l'arco d'ecclittica compreso dalla parte del Solstizio estivo non si estende al di là di 30°, mentre dal lato opposto verso il Solstizio d'inverno, quest'arco è pressochè triplo del primo.

» Allorchè la Terra si trasporta dall'afelio al perielio, la nebulosità trovasi alla sua sinistra, e le sue estremità visibili giungono appena presso il 120^mo^ grado di longitudine, a due terzi della distanza del Sole; dal perielio all'afelio invece, la Terra costeggia quasi sempre la nebulosità, allorchè essa non cammina francamente dentro di quella.

» Per ciò che riguarda lo spessore e la densità di quella nebulosità, ciò che sembra emergere assai probabilmente dalle osservazioni, si è che le particelle non sarebbero distribuite uniformemente nella sua massa; vi dev'essere a cagion d'esempio qualche cosa di reale in quest'involucro o mantello del quale ho così frequentemente notato la presenza alla base del cono nell'epoche delle grandi elongazioni; osservazioni analoghe furono fatte dall'Heis a Münster e dall'Eylert nell'Atlantico Sud. Si potrebbe quindi ammettere che nelle regioni vicine al Sole la nebulosità ha uno spessore più grande, che le molecole vi sono del pari più fitte, donde il grande splendore che emana da queste parti, mentre il rimanente del cono rimane pallido e sottile nelle più alte regioni del cielo.

» D'altronde egli è certo eziandio che durante i mesi di Marzo, Aprile e Maggio il chiarore si presenta allo sguardo come un co no arrotondato alla cima con larga base, mentre in Decembre e Gennajo è piuttosto una sottile striscia di luce, di larghezza quasi uniforme dalla base alla sommità; dal che ne risulterebbe che lo spessore della nebulosità non sarebbe il medesimo alle due estremità dell'asse maggiore; se pure non si

ammetta (il che produrrebbe la stessa apparenza) che sotto uno spessore costante la condensazione delle particelle sia maggiore verso il 220mo grado di longitudine che non verso il 100mo ».

Capitolo VII. *Concordia della teorica coi fatti osservati.*

In questo capitolo l'Autore, colla tavola che rappresenta il fenomeno della Luce Zodiacale nel suo complesso, e ne assegna la forma che probabilmente esso ha nello spazio, cerca di dimostrare l'accordo della teorica colle osservazioni esaminando particolarmente le varie circostanze di questo fenomeno.

Lungo sarebbe il seguirlo in questo minuto esame dei fatti che egli istituisce a fine di mostrare quest' accordo, ed in parte sono stati esposti nel capitolo precedente.

Fra le altre riflessioni è degna di nota una difficoltà che si propone l' Autore colla sua risposta. Eccola testualmente:

« La Terra dal mese di Novembre al mese di Febbraio è assai probabilmente tutta immersa nella nebulosità che costituisce il fenomeno della Luce Zodiacale; come avviene pertanto che noi non ce ne accorgiamo?

» Primieramente sarebbe cosa puerile il pretendere di riconoscere tal fatto da una specie di velo che si dovesse frapporre in quest'epoca fra la Terra e il Sole; conciossiachè egli è manifesto che questo velo dev'essere continuamente dinanzi ai nostri occhi, posto che la nebulosità avvolga il Sole, ed occupi lo spazio dell'Ecclittica; il perchè sia che noi ci troviamo al di dentro, ovvero al di fuori di essa, il Sole dovrà conservare rispetto a noi il suo aspetto ordinario. Si aggiunga che il chiarore stesso dee conservare la sua forma ordinaria, imperocchè evidentemente non sono le parti più vicine a noi, sibbene la proiezione di tutta la massa delle particelle più elevate quella che si presenta ai nostri sguardi; se siano prese in particolare, o sotto un debole spessore, il loro numero e splendore non è sufficiente per renderle sensibili all'occhio; l'unica diversità che può nascere nell'aspetto generale del chiarore secondo la diversa situazione dell'osservatore, si è che gli orli esterni saranno più spiccati, e meglio definiti allorchè si osserva da lungi, e questo appunto è quanto rilevasi dalle osservazioni ».

Poscia a maniera d'interrogazione soggiunge: « Finalmente noi avremmo il diritto di chiedere a noi stessi non forse qualcuno di quegli oscuramenti temporanei osservati talvolta in pieno giorno riconosca la sua origine dall' incontro della Terra con certe regioni più dense e più opache della ne-

bulosità ; e ciò che si è detto delle stelle cadenti (1) non potrebbe forse applicarsi alle polveri meteoriche, la presenza delle quali su tutti i punti del globo potrebbe spiegarsi assai naturalmente col passaggio annuale della Terra nel seno di questa nebulosità ? ».

Seguono alcune altre considerazioni molto accurate, che spiegano nella sua teorica con molta naturalezza le varie apparenze del fenomeno della Luce zodiacale da qualunque parte si prendano le osservazioni. Noi, in questo esteso riassunto, coll' esporne le principali non intendiamo di dar loro il valore d' una assoluta certezza. L'autore medesimo lo riconosce, e per questo adopera l'espressioni interrogative. Esse serviranno almeno, come dicemmo fin da principio, a somministrare nuovi punti di vista per lo studio di questo importante fenomeno.

Capitolo VIII. *Conclusione.*

« Tali sono i fatti (così esordisce il Ch. Autore); tale è la spiegazione la più probabile de' medesimi.

» Io non ho preteso, lo ripeto, di spiegar tutto, come anche non ho preteso di aver tutto osservato.

» Molte asserzioni messe innanzi da osservatori situati in tutt' altre condizioni non si poterono verificare a Zi-ka-wei ».

E qui cita l' Autore le osservazioni di Humboldt, di Jones, di Brorsen e di Heis riguardanti principalmente alcune speciali apparenze della Luce zodiacale fra le quali quella quella del suo riflesso (*Gegenschein*), e la sua posizione rispetto all' ecclittica. Fa però osservare in pari tempo come le importanti osservazioni di Eylert non s' accordino troppo con quelle de' precedenti osservatori quanto alla sua posizione in latitudine.

Dal che ne deduce essere della maggiore importanza che i dotti facciano entrare le osservazioni sulla Luce zodiacale nel quadro delle ordinarie ricerche degli osservatori meteorologici come egli ha fatto per Zi-ka-wei. E poi soggiunge :

« I problemi da risolvere, le quistioni da chiarire, le scoperte da fare sono innumerevoli, tutte le aspirazioni legittime troveranno quivi materia per esercitarsi e con soddisfazione ». E qui ne enumera alcune, p. e. ciò che riguarda la natura di quelle particelle che costituiscono tale fenomeno, la sua connessione (se mai vi sia) colle stelle cadenti, colle polveri meteo-

(1) Qui allude l' Autore al fatto della coincidenza dell' apparizione delle Leonidi coll' incontro della Terra, sull'eclittica, colla Luce zodiacale. Ciò che dice l' autore delle polveri meteoriche non dee confondersi colle polveri atmosferiche dovute alla pioggia di sabbie terrestri.

riche, cogli oscuramenti cosmici, posto che la Terra talvolta ne attraversi una parte. Lo stesso dicasi de'suoi moti intestini, e il fatto della sua costanza in mezzo a tanti e sì svariati movimenti del nostro sistema.

Finalmente conchiude con un passaggio del celebre Tyndall, sopra l'ipotesi che si riferisce al problema della conservazione del calore solare, la quale sebbene ardita a prima vista, attira nondimeno l'attenzione di quello scienziato. Questa si è la teoria meteorica del calore solare, secondo la quale la Luce zodiacale potrebb'essere un regolare ammasso di meteore destinate a dare un incessante alimento all'attività sterminata del Sole anche solo mediante il loro urto meccanico e senza essere di per sè combustibili. Ognun vede quanto sieno svariate le sentenze de'dotti intorno alla natura di questo fenomeno; e noi ben ci guarderemo dal pronunziarne un prematuro giudizio; che se abbiamo alquanto distesamente esposto questo pregiato lavoro del nostro Collega il P. Dechevrens, il facemmo soltanto per somministrare ai dotti nuovi elementi per la soluzione di tal problema. Termineremo quindi colle parole del medesimo, tolte dal sacro libro dell'Ecclesiaste:

« Et mundum tradidit disputationi eorum ».
(Eccl. c. III. v. 11).

DÉTAILS D'OBSERVATION

1875—1876

AOÛT 1875.

Les observations du mois d' Août ont été faites par le R. P. Le Lec.

SEPTEMBRE.

28 et 30 mat. — Lumière un peu diffuse au bord sud.

OCTOBRE.

1 et 2 mat. — Plus nettement limitée au sud.
10 mat. — L'éclat a beaucoup diminué; l' axe sur l'écliptique.
Jusqu'à la fin du mois, mauvais temps ou présence de la Lune.
29 mat. — Lueur peu large.

NOVEMBRE.

3 mat. — Peu large.
Depuis quelques jours, la Lumière zodiacale commence à se montrer le soir à l' Occident; mais elle ne se dégage pas encore assez de la *Voie lactée* pour permettre une observation précise; l' élongation de la pointe serait très-faible.
4 mat. —Magnifique; pointe recourbée un peu au nord.
5 mat. — Moins brillante que hier; la pointe encore recourbée.
8 mat. — Régulus apparait sur le bord nord.
11 mat. — Lumière notablement plus intense que celle de la *Voie lactée*.
Le fuseau s'est sensiblement déplacé depuis le 8; il s' est rapproché du sud, et la pointe paraît un peu repliée vers le sud.
27 soir — Les bords sont assez peu distincts, principalement le bord sud; l'éclat de la *Voie lactée* gêne un peu.
28 mat. — L'éclat et la forme n'ont pas varié.
L'élongation de la pointe occidentale, le 27, étant de 61°, celle de la pointe orientale, le 28, de 100°, il est évident que le Soleil n'occupe pas le milieu des deux bandes.

DÉCEMBRE.

7 mat. — Le fuseau s'est un peu reporté vers le nord.
8 mat. — L' Épi de la Vierge est sur le bord sud.
Pendant le mois de Décembre, la branche occidentale a pris un développement rapide et inattendu; son éclat est vraiment extraordinaire; on la voit s'élancer au loin sans discontinuité et conservant sur une longueur de près de 40° un largeur à peu près uniforme jusqu'à la constellation du Bélier; la pointe est légèrement au-dessous de l'écliptique. Mais si l'on vient à cacher par un toit les parties inférieures les plus lumineuses, alors le fuseau se divise en deux portions, l'une qui paraît être la lueur ordinaire de forme elliptique, s'avançant jusqu'à Mars, vers le 350ème degré de longitude, avec une élongation de 80° à partir du lieu apparent du Soleil; l'autre, faisant suite à la première, mais beaucoup plus faible en éclat; la largeur sensiblement de cette dernière portion du fuseau est de 5 à 6° de largeur. La longueur totale du phénomène lumineux serait donc de plus de 120° à partir du Soleil.
L'observation du 24 au soir et du 25 au matin est la plus intéressante de la série; le phénomène, cette nuit-là, couvrit a peu près les trois quarts de l'écliptique (263°). L'axe passait un peu au-dessus de ce plan; mais le soleil n'occupait pas le milieu de la bande; le 24 au soir, en fixant attentivement les yeux sur la portion inférieure, elle me parut faire l'effet d'un manteau nébuleux assez mal défini sur ses bords extérieurs, enveloppant une longue bande lumineuse centrale. L'éclat des deux fuseaux paraissait à peu près identique, surtout à la base et égal à près de deux fois celui de la *Voie lactée* dans ses parties les les plus brillantes, l'éclat des parties les plus élevées n' était pas tellement affaibli que je n'aye pu, à minuit les voir *simultanément* sur l'horizon.
Des deux observations du 27 au soir et du 28 au matin, il résulte que le phènomène n'occupait plus que 243 degrés de l'écliptique et que le Soleil n'était pas au milieu des deux fuseaux.

JANVIER 1876.

Pendant ce mois des pluies incessantes et un ciel couvert ont rendu impossibles les observations; le 16, cependant, le ciel s'étant découvert le matin, laissa voir la lueur avec son éclát accoutumé quoique avec moins de longueur.
27 mat. — Lueur faible.
28 mat. — Lueur vive.

FÉVRIER.

7 mat. — Lueur complètement absente. Ainsi

dans l'intervalle d'un mois le phénomène, d'abord à sa plus grande splendeur, s'est évanoui sans plus laisser de trace : ainsi le même temps avait suffi en Novembre dernier, le soir, pour produire l'effet inverse et porter la branche occidentale à son maximum de développement.

14 soir — Lumière vive à travers les nuages jusqu'aux Pléiades: l'axe semblerait passer au sud de l'écliptique.

23 soir — Même situation de l'axe.

MARS.

14 soir — Beau ciel, étoiles brillantes, air calme; on semble apercevoir une bande faiblement lumineuse de très-peu de largeur et courant le long de l'écliptique jusqu'à Régulus. Est-ce une continuation de la Lumière zodiacale ? ... celle-ci est assez large, mais faible en éclat; elle parait monter jusqu'aux Pléiades, mais la radiation de Vénus rend inutile tout essai de mesure; le fuseau me parait très-large, même vers son extrémité visible.

AVRIL.

14 soir — Lumière s'élevant jusqu'aux Gémeaux; Vénus gêne toujours l'observation.

MAI.

10 soir — Vénus brille trop vivement. La Lumière atteint au moins le Cancer; il y aurait comme un commencement de bande mince, partant de la région des Gémeaux ou le fuseau est large.

20 soir — Ciel très-pur; Lumière sensible jusque dans les régions situées entre le Cancer et Régulus; mais Vénus inonde littéralement le ciel de sa clarté; les objets exposés à sa lumière portent ombre.

22 soir — Ciel pur; à 9 h., la Lumière, très-diffuse sur les bords, semble monter jusq'au Lion, l'axe étant un peu au nord de l'écliptique.

Durant les mois de Juin et de Juillet, le ciel oriental et occidental ne présente aucune trace de Lumière zodiacale.

1876—1877

AOÛT 1876.

10 mat. — Lueur très-vague, douteuse.

21 mat. — Lueur plus apparente, mai Vénus gêne l'observation.

SEPTEMBRE.

17 mat. — Lumière plus brillante que la Voie lactée voisine qui est faible.

18 mat. — L'axe, comme hier est manifestement au-dessus de l'écliptique; à 4 h. 30^m, la largeur à l'horizon est d'environ ($+ 8°,5 - 4° = 12°,5$) à 15° de la pointe.

24 mat. — Observation pénible à cause de Vénus; élongation toujours faible, l'axe semble s'être rapproché un peu de l'écliptique.

28 mat. — Vers 4 h. 20^m, le fuseau me semblait s'avancer au delà de Régulus et couvrir la moitié du Lion; mais à 4 h. 30^m, est-ce réalité ? la lueur parait s'être raccourcie, elle atteint tout juste Régulus, et semble un peu moins brillante. Y aurait-il eu dans l'intervalle quelque changement dans la transparence de l'atmosphère ?

29 mat. — L'axe est très-élevé au-dessus de l'écliptique; largeur ($+ 11° - 3° = 14°$) a 20° de la pointe.

OCTOBRE.

7 mat. — L'axe moins haut que le 29 Sept.; largeur ($+ 9° - 6°,5 = 15,5$) à 17° de la pointe.

19 mat. — Après une série de jours couverts, la lueur se montre à peine sensible; Vénus brille presque à l'extrémité du fuseau et contribue à diminuer son éclat.

23 mat. — Lumière très-belle; axe au nord; largeur ($+ 12° - 9° = 21°$) à 15° de la pointe; très-large à la base.

NOVEMBRE.

5 soir — 1ère apparition du fuseau occidental; il se perd dans la Voie lactée ainsi que son bord sud.

9 soir — Un peu plus vivue le 5; la pointe ne se dégage pas encore.

10 soir — Le bord sud se confond toujours avec la Voie lactée qui est plus brillante; la pointe semble sortir mais reste douteuse; à 25° de la pointe, la hauteur de la Lumière au-dessus de l'écliptique est d'environ 12.°

18 mat. — A 4 h. 50^m, les parties inférieures très-brillantes semblent un manteau d'où s'échappe un mince fuseau lumineux; le manteau s'élève jusqu'au 198ème degré de longitude; le fuseau va 50° plus loin jusque vers Régulus. Vénus à la limite du manteau gêne l'observation.

19 mat. — Même observation; à 5 h. 10^m, les petites étoiles qui sont dans les parties inférieures de la Lumière sont éclipsées; à 4 h. le fuseau mince était bien visible, seule, la pointe était un peu vague.

Ces deux jours, le 18 et le 19, le soir, la Lumière affecte à peu près la même forme que le matin, le manteau s'arrête au 287ème degré de long., la pointe court 33° plus avant et s'abaisse un peu au-dessous de l'écliptique; les parties brillantes vers l'horizon tranchent bien avec la Voie lactée.

20 mat. — Le bord extrême du manteau passe assez visiblement entre Mars et l'Épi de la Vierge vers 202° de long.; le fuseau est moins brillant que hier.
22 mat. — Mêmes dimensions, quoique le manteau soit moins brillant.
27 mat. — Le manteau s'arrête au 209ème degré de long. tandis que le fuseau s'élance 84° plus haut; l'axe est à peu près sur l'écliptique; mais la pointe extrême semble un peu au-dessous de ce plan.
28 mat. — Observation difficile: le fuseau est vague, il ne parait pas atteindre à Régulus.

DÉCEMBRE.

5 et 6 soir — Peu après le crépuscule, les parties inférieures de la Lumière étaient très-brillantes; mais plus tard, la lueur est un peu pâle; l'axe est au-dessus de l'écliptique.
12 soir — A 8 h. 15m, lueur, quoique faible, visible cependant jusque dans les Poissons.
14 mat. — Le manteau, toujours visible un peu avant l'aurore, est brillant; l'axe un peu au-dessus de l'écliptique.
17 soir — Fuseau très-allongé et assez faible. Le Spectroscope porté successivement des régions éclairées par le crépuscule sur les régions voisines où brille la Lumière zodiacale ne parait pas donner de spectre différent; observation très-peu certaine.
18 et 19 soir — Pas de modification.
20 mat. — Lumière faible; l'axe toujours au-dessus de l'écliptique.
24 mat. — Manteau visible dans le Sagittaire à 5 h. 30m fuseau faible.
25 mat. — A 1 h. 30m, on ne voit un peu que le fuseau oriental.
Pendant la nuit dernière la Lumière zodiacale n'occupait sur l'écliptique qu'un arc de 228 degré (108° + 120°); l'année dernière je trouvai 263°.
27 mat. — Lumière pâle comme les jours précédents.

JANVIER 1877.

2 soir — Immédiatement après le crépuscule, on peut distinguer le manteau mais vaguement, il n'est pas élevé; sa largeur à la base semble trois fois celle du fuseau qui s'étend jusqu'à 128° du soleil et qui est qui est assez brillant.
5 soir — Même observation que le 2.
7, 8 et 9 soir — Très-belle, axe au nord de l'écliptique; la pointe atteint les Pléiades à 135° du soleil.
10 soir — La Lumière me paraît un peu rougeâtre, comparée à la Voie lactée; le spectroscope donne un spectre gris diffus; le polariscope de Savart sans utilité.
11 mat. — La Lune étant prés de se lever, on voit une très-faible lueur montant jusqu'au 180ème degré de long; l'Épi est sur le bord sud. — Le soir, Lumière très-belle; mais insuccès comme hier avec le spectroscope et le polariscope.
12 mat. — Lueur très-faible, élongation douteuse.
14 mat. Même observation que le 2. — Le soir, très-brillante vers l'horizon.
16 soir — Moins brillante, monte toujours jusqu' aux Pléiades.
17 mat. Lumière très-pâle, à peine sensible.
21 mat. — Lumière très-faible; axe et point au-dessus de l'écliptique.
26 mat. — Lumiere plus faible encore; axe au-dessus de l'écliptique.

FEVRIER.

11 mat. — Après quelques jours de pluie, le ciel est favorable. A 4 h., on ne voit rien; à 5 h., rien encore; à 5 h. 20m, un peu avant l'aurore on peut distinguer une lueur vague dont l' observation même est gênée par le passage de quelques nuages noirs et de quelques autres lumineux ou phosphorescents: la lueur serait large.
Le soir du 11, la Lumiére est vive, bien définie, mais étroite; l'axe et la pointe sont au-dessus de l'écliptique.
12 soir — Lumière vive.
13 mat. — Lumière très-douteuse. — Le soir lueur plus faible que le 12, la pointe semble dépasser les Pléiades et atteindre la Voie lactée.
14 et 15 mat. — Lueur, si elle existe, d' un vague indéfinissable, semblerait miex terminée vers le Sud que vers le Nord. — Le 14 au soir, la Lumière présente des bords bien nets; elle longe le quadrilataire de Pégase et va jusqu'aux Pléiades.
16 mat. — Semblerait un peu plus visible que les jours précédents.
20 et 22 mat. — Le ciel est encore éclairé à l'orient; cet éclairement est plus nettement terminé vers le sud.

MARS.

1 soir — Après une série de mauvaises soirées la Lumière apparaît aujourd'hui assez vive à 7 h. 20m., elle dépasse les Pléiades; l'axe peu au-dessus de l'écliptique.
11 soir — Belle Lumière, brillante jusqu' à la pointe; trés-large à la base.
14 mat. — Entre 4 h. 30m et 4 h. 45m, la Lumière apparaît jusqu'au 305ème degré de long., l'axe serait au-dessus de l'écliptique; le bord sud mieux terminé; le bord est couché sur l'horizon; lueur pâle. — Le soir, l'axe se confond sensiblement avec l'écliptique.
17 soir — Lueur encore vive à 8 h. 45m; axe très-peu au-dessus de l'écliptique; assez large à la base.

31 soir — Après beaucoup de mauvais temps, la Lumière apparaît moins vive qu'au commencement du mois; mais pour la première fois je crois distinguer tout autour de la lueur une sorte d'enveloppe nébuleuse très-faiblement éclairée qui doublerait presque la largeur du fuseau principal; l'axe commun se confond avec l'écliptique.

AVRIL.

12 mat. — A 4 h., on ne voit absolument rien à l'orient. — Le soir, Lumière peu brillante; a 7 h. 30m, le manteau inférieur assez visible; à 8 h. 30m, une seconde bande plus pâle encore que le fuseau ordinaire semble lui faire suite et monter jusqu'aux Gémeaux: l'axe général un peu au-dessus de l'écliptique.

21 et 22 mat. — On ne voit rien, si ce n'est une lueur très-vague et large à l'horizon: elle monterait jusqu'aux Poissons.

29 soir — Lueur faible, à peine sensible vers les Gémeaux, plus lumineuse à l'horizon; du côté du nord, elle est couchée sur l'horizon.

MAI.

5 soir — A 9 h. la Lueur monte plus haut que les Gémeaux; peu vive, son bord nord est couché sur l'orizon.

6 soir — Assez belle, d'une teinte uniforme de la base au sommet; elle parait presque tout entière contenue sur l'écliptique.

12 soir — A 8 h. 30m, monte jusq'au Cancer.

15 soir — Longe par le sud Castor et Pollux et va jusqu'au Lion.

29 soir — Très-pâle; monte à peu près jusqu'à Régulus.

31 soir — Trés-pàle, axe un peu au-dessus de l'écliptique.

JUIN.

2 soir — Lumière comme le 31 Mai.

6 soir — Très-faible, mais visible jusqu'au Lion.

12 soir — Toujours la même, semble dépasser un peu le Lion.

Note 1 — Le R. P. Heude, missionnaire naturaliste, observa la Lumière zodiacale le 11 Décembre 1876 à Lang-kiang-ki (lat. 30°,6) près des bords du Yang-tze-kiang, à plus de 400 kilomètres au Sud-Est de Zi-ka-wei. A 7 h. du soir, la Lumière était un peu pàle, les bords un peu vagues, à 8 h., elle lui sembla s'élever à peu près jusqu'aux Pléiades, à environ 150° du Soleil.

Le 18 Décembre suivant, à 4 h. 30m du matin, naviguant sur le Yang-tze-kiâng, en face de Ngan-king (lat. 30,6 — long. 114°,5), le P. Heude voyait la Lumière orientale s'élever jusqu'au Lion, c'est-à-dire à 123° du Soleil. La Lumière lui parut phosphorée, lactée, très-large dans son tiers inférieur; son pourtour avait quelque chose d'irrégulier.

Ces deux observations s' accordent parfaitement bien avec celles de Zi-ka-wei.

Note 2 — En date du 19 Mars, le R. P. Edel missionnaire observateur à Shien-Shien (Tchély SE.) (lat. 38°3), m'écrivait qu'à cette époque de l'année il observait tous les soirs la Lumière zodiacale s'élevant jusq'au Taureau (élongation de 70 à 75°); rien n'était visible le matin. Il ajoute qu'en Décembre (époque du maximum d'élongation, mais non de clarté à Zi-ka-wei) il n'a apercu la Lumière ni le matin, ni le soir.

1877—1878

JUILLET 1877.

6 soir — A 8 h. 30m, Lumière vague jusqu'au-dessus du Lion.

8 soir — Lumière très-faible, mais passant par dessus Régulus.

AOÛT.

Dans les premiers jours, le soir, on voit entre 8 h. et 9 h., un éclairement très-vague à l'Occident, ne paraissant pas s'élever au-delà de la Chevelure de Bérénice.

9 mat. — Lumière très-visible à 3 h. et à 4 h., mais pas très-brillante: l'axe se confond sensiblement avec l'écliptique.

10 mat. — Monte jusqu'au 67ème degré de long.; axe un peu au nord de l'écliptique.

14 mat. = Peu de différence avec l'observation du 10.

SEPTEMBRE.

17 mat. — Après un mois de temps peu favorable aux observations à cause des pluies et de la présence dela Lune, la Lumière apparaît jusqu'au 91ème degré da long; l'axe se confond à peu près avec l'écliptique.

21 mat. — Pas de changement; le bord nord rase Pollux; l'axe se confond toujours avec l'écliptique.

OCTOBRE.

6 mat. — La Lumière, à travers les nuages, apparaît jusque vers le Cancer.

8 et 9 mat. — Très-bonnes observations; Lumière brillante vers 4 h. 20m; il me semble qu'il y a une lueur plus large et plus tranchée vers la base et qui ne monterait que jusque vers le 153ème degré de long.; l'année dernière le fuseau ne s'avancait que jusque-là; cette année, il sort de cette Lumière inférieure et va 30° plus loin.

14 mat. — L'axe est très-peu au-dessus de l'écliptique.
27 et 28 soir — Première apparition du fuseau occidental; il se perd dans la Voie lactée. L'année dernière la première observation n'eut lieu que le 5 Novembre.

NOVEMBRE.

7 soir — Observation très-difficile; Lumière douteuse.
12 mat. — Lumière très-belle à 5 h., elle atteint Règulus; l'axe est un peu au-dessus de l'écliptique.
14 mat. — Même observation que le 11.
24 soir — Depuis le commencement du mois les observations ont été impossibles; je n'ai pu ainsi assister au développement graduel de la Lumière, le soir. Aujourd'hui elle monte jusqu'au 346ème degré de long., à 104° du soleil; l'axe est très élevé sur l'écliptique.
25 soir — Vénus gêne l'observation; de plus il y a quelques nuages a l'occident; l'élongation de la pointe est peu certaine.

DECEMBRE.

1 soir — Lumière très-difficile à observer à cause de la grande lumière donnée par Vénus; le ciel est légèrement brumeux; élongation d'environ 100°.
2 mat. — Lumière difficile à voir; il me semble cependant qu'elle s'élève encore jusqu'à Regulus avec une élongation de 100 à 105° — Le soir, la lueur est semblable à celle de la veille; l'axe est toujours au-dessus de l'écliptique.
3 soir — A 8 h. 30m, je priai mon assistant à l'Observatoire d'élever son regard vers la voûte du ciel et de chercher à déterminer les derniers vestiges de la Lumière zodiacale. Après quelques instants, de son doigt il me désigna une longue bande blanchâtre qui partant de l'horizon Ouest, montait droit au zénith et s'avançait encore jusqu'au groupe des Pléiades. L'année dernière, cette bande je l'avais observée une ou deux fois à cette même époque, mais j'avais regardé ce fait comme une illusion; aujourd'hui il n'y a plus à douter, c'est bien la Lumière zodiacale que j'ai sous les yeux; cette longue bande uniformément étroite, presque uniformément lumineuse, fait suite à un fuseau dont l'intensité n'est pas grande même vers l'horizon. La bande ne doit pas s'arrêter même au dans la Voie lactée. Ce soir, la bande a donc au moins 185° de longueur à partir du Soleil.
4 mat. — Ce matin, ciel plus éclairé, fond moins noir que hier soir, la Lumière de l'Orient ne s'avance qu'un peu au-delà de Régulus sans atteindre à la Voie lactée. Le phénomène ne couvre donc pas l'Ecliptique en entier, il y a une lacune de 60° environ, qui probablement serait mêmemoindre sans la présence de la Voie lactée qui doit cacher la pointe du fuseau occidental. Le soir de ce même jour, 4 Décembre, ciel splendide, vent nul, température 3°; à 7 h., la même bande, vue la veille au soir, traverse encore la voûte céleste; à 8 h. 30m, toujours bien visible. J'ai pu comparer sa position à certaines étoiles: toute la bande est un peu au-dessus de l'écliptique et l'axe passe plus près des Pléiades que d'Aldébaran.
7 soir — Les mêmes observateurs que le 3 et le 4 sont témoins du même phénomène; fuseau principal, vers l'horizon, faible à 8 h. 30m.
22 soir — Malgré la présence de Vénus et l'éclairement projeté par le Lune près de se lever, la Lumière est visible jusqu'aux Pléiades: axe encore plus au nord que les premiers jours du mois.
23 soir — L'axe passe un peu au-dessus de Mars; lumière faible.

JANVIER 1878.

4 mat. — Lumière visible à 4 h. jusqu'au 165ème degré de long.; encore assez belle. — Le soir, à 7 h., belle bien visible jusqu'au-dessous des Pléiades vers le 58ème degré de long., à 135° du soleil.
7 et 8 soir — Vénus et Lune gênent l'observation.
8 et 9 mat. — Lumière quoique faible jusqu'au 176ème degré de long.; l'axe est au-dessus de l'écliptique.
10 mat. — Belle, presque tout entière au-dessus de l'écliptique.
11 mat. — Belle; à 1h 45m, la largeur à la base est d'environ 17 à 18°.
12 et 16 mat. — Comme précédemment.
20 soir — Lumiere occidentale belle: l'axe est peu au-dessus de l'écliptique.
21, 23, 25 soir — Pas de changement sensible.
31 mat. — Lumière douteuse, très-faible jusq'au 220ème degré de long.

FÉVRIER.

4 mat. — Lumière, à 4 h., excessivement faible, monte jusqu'à Antarès, l'axe au nord de l'écliptique.
5 soir — Visible, mais Lune et brume gênent l'observation.
6 mat. — A 4 h., il semble qu'on distingue un peu de lueur: mais à 5 h., on ne voit rien.
7 mat. — A 5 h., Lumière à peine sensible, dépasse de peu le Sagittaire.
Dès le 12, on ne voit très-probablement plus rien le matin à l'orient. La Voie lactée pourrait parfois faire illusion à cette époque.
18 soir — Malgré la Pleine Lune qui est sur

le point de se lever. à 7 h., la Lumière apparaît très-brillante à l'occident.
25 soir — Lumière splendide, s'élance droit sur les Pléiades.

MARS.

6 soir — A 7 h. 30^m, le ciel s'est découvert et a laissé voir le fuseau encore assez brillant jusqu'au Taureau; la pointe est un peu plus près des Pléiades que d'Aldébaran.
21 soir — 7 h. 30^m, Lumière bien visible, mais pas très brillante: monte toujours jusq'aux Pléiades, l'axe semblerait un peu au-dessus de l'écliptique.
22 soir — A 8 h. 40^m, Lumiére visible; mais plus diffuse ; monte jusqu'à la Voie lactée et englobe le Pléiades.

AVRIL.

22 soir — Après un mois de pluie et de ciel couvert, la Lumière apparaît à l'occident, mais peu brillante, monte jusqu'au Cancer.
23 et 24 soir — Pas de changement.
26 soir — Comme les jours précédents.

MAI.

1 soir — Lumière belle, mais pas trés-vive, paraît monter jusque entre le Cancer et le Lion.
18 soir — Pointe dans le Cancer.
20 soir — Très-belle Lumière atteint presque au Lion.
24 et 27 soir — Semblable, pointe dans le Lion.

JUIN.

1 soir — Lumière toujours visible: pointe un peu au dessus de Régulus; pas très-vive.
28 soir — Après jours couverts et présence de la Lune, Lumière visible à 8 h. 45^m. Elle semble monter jusqu'au 165ème degré de long. Elle couvre la constellation du Lion; presque tout entière au-dessus de l'écliptique. à 5° environ de latitude.

1878—1879

JUILLET 1878.

19 soir — A 8 h. 50^m, je ne puis dire si la Lumière existe.
22 et 25 soir — Si elle existe, ce doit être cet éclairement qui s'élève jusqu'au-dessous de la Chevelure de Bérénice; mais le pointe serait notablement au-dessus de l'écliptique. La même observation a été faite l'année dernière dans les premiers jours du mois d'Août.
27 soir — Je crois que l'éclairement du ciel occidental est la Lumière zodiacale; elle serait assez bien limitée du côté du Nord et serait très-inclinée sur l'horizon, élle paraît monter jusque dans la Vierge.

AOÛT.

2 mat. — A 3 h. 45^m, par un beau ciel ètoilé, la Lumière apparaît visiblement à l'Orient, peu large et uniforme jusqu'aux deux tiers environ de la distance qui sépare les Pléiades de Saturne; elle remplit exactement l'espace qui est entre les Pléiades et Aldébaran. Elle semble se continuer plus loin jusqu'au zénith. Lumière vue, le matin, plusieurs jours de suite comme le 2.
18 soir — On ne voit rien à 8 h. 45^m.
30 mat. — A 4 h., Lumière assez belle, peu large, passe un peu au-dessous de Castor et Pollux et va jusqu'à la Voie lactée; elle paraît devoir occuper la largeur de la Voie lactée un peu au-dessus d'Aldébaran.

SEPTEMBRE

5 mat. — A 4 h., Lumière très-belle, monte jusqu'au 81ème degré de longit.; axe trés-peu au-dessus de l'écliptique; vers la base au contraire, à l'horizon. l'axe semblerait au-dessous de l'écliptique.
7 et 8 mat. — Très-peu de changement, toujours belle: la pointe se perd dans la première branche de la Voie lactée.
Durant le mois, plusieurs belles soirées, mais Lumière invisible.
25 mat. — Aprés la période lunaire, la Lumière apparaît toujours belle, semble monter jusque vers le 97ème degré de longit.; jusqu'au Cancer elle est plus large et plus nette; Régulus est plus vers la limite sud que vers la limite nord; l'axe est d'environ 3° au dessus de l'écliptique.
30 mat. — Mêmes remarques que le 25.

OCTOBRE.

Le soir, Lumière absolument invisible.
3. mat. — Lumière orientale un peu pâle, la pointe semble reposer sur l'écliptiqne.
25 mat. — Lumière splendide, peu large à la base, elle s'effile vite et ne monte que de 1 ou 2 degrés au dessus de Régulus: elle s'écarte peu de l'écliptique.
29 mat. — Splendide, atteint tout juste Régulus. La pointe semblerait se recourber légèrement vers le sud en approchant de Régulus. Teinte blanchâtre uniforme.

NOVEMBRE.

8 mat. — Belle, monte jusqu'à Régulus; axe un peu au nord de l'écliptique.
17 soir — Lumière occidentale commence à apparaître, mais elle ne se dégage pas encore de la Voie lactée.
18 soir — même observation que hier soir.
22 soir — Visible, mais quelques nuages gênent l'observation.
23 soir — Sortie un peu de la Voie lactée.
24 soir — Sensiblement la même que hier soir.

26 soir — Lumière belle, monte jusqu'au 290ème degré de long., assez près de Jupiter.
24 mat. — L'axe ast toujours au-dessus de l'écliptique; la pointe ne dépasse pas Régulus et semblerait légèrement au-dessous de cette étoile.
25 mat. — Même observation que le 14.
23 mat. — Lumière très-belle à 5 h.; l'Épi est sur la limite sud, et le mince fuseau monte jusqu'à Régulus semblant porter sa pointe légèrement au-dessous.
29 et 30 mat. — Très-belle à 5h. 15m, surtout vers l'horizon; l'Épi est sur le bord sud et elle se recourbe sensiblement pour porter sa pointe directement au-dessous de Régulus. Il semble aussi qu'on aperçoit le manteau dans les parties inférieures.

Ces deux matinées, j'ai essayé, sans succès le spectroscope; le polariscope semble avoir donné quelques résultats: la bande centrale du champ seule découverte (1) me paraît sensiblement moins lumineuse quand je la dispose en tournant l'instrument transversalement à la lueur zodiacale que lorsqu'elle en a la direction; on pourrait évaluer la différence à 2 ou 3 dizièmes.

DÉCEMBRE

1 mat. — Même Lumière, même observation faite avec le polariscope après avoir ajouté une lentille collectrice.
2 mat. — Même observation.
3 mat. — Ces jours-ci la bande supérieure est pâle; mais peu avant l'aurore, la partie inférieure, le manteau est brillant et porte ombre visiblement. La pointe est un peu audessous de Régulus et la bande est sensiblement arquée; l'Épi est sur la limite sud.
16 soir — Immédiatement aprés le crépuscule, Lumière assez belle á l'horizon, faible depuis Jupiter; le manteau semble monter jusqu'à la plànete; le fuseau trés-faible dépasse un peu Saturne qui est sur le bord sud. L'axe ne s'éléve que très-peu au-dessus de l'écliptique et la pointe est dans ce plan.
17 et 18 soir — L'éclat assez modéré que la Lumière a après le crepuscule dure peu et elle devient remarquablement faible. Cependant en ne fixant pas trop attentivement la lueur vers le zénith, mais en variant le poiut de vue, il semble, surtout le 18 vers 9 h., que la lueur s'étend jusqu'aux Pléiades.
20 soir — Même observation que le 18; seulement la lueur, quoique faible, apparaît mieux vers le Pléiades.
21 et 22 mat. — Quoique le ciel soit un peu voilé, je vois une lueur faible au moins jusqu'au Lion. — Le soir, elle passe plus visiblement entre les Pléiades et Aldébaran.

(1) Le champ de ce polariscope est constitué d'une bande centrale rectangulaire incolore, blanche ou noire, entre deux demi-lunes colorées.

26 mat. — Lumiére n'atteint pas le Lion: la pointe semblerait un peu au dessous de Régulus. Lueur plus brillante que le soir. — Le soir, la bande ne semble guère plus brillante à l'horizon qu'au zénith.
27 soir — Monte très-certainement jusqu'aux Pléiades; axe plus au nord que les jours précédents.
28 mat. — A 5 h. 30m, bien visible, mais pas belle; à l'horizon largeur de 14 à 15°, l'axe à 2° au-dessus de l'écliptique, la pointe sur l'écliptique.
30 mat. — A 4 h., Lumière très-pâle; à 5 h. 30m, à l'horizon assez belle; axe au nord de l'écliptique comme d'ordinaire.
31 mat. — A 5 h. 30m, monte jusqu'au 185ème degré environ; à l'horizon largeur — 3° + 10° ou 12° = 13 ou 15°

JANVIER 1879.

1 mat. — Ciel magnifique, grande humidité, grand froid; à l'horizon la Lumière n'est pas très-brillante; à 5 h. 30m, je vois la bande lumineuse s'avancer jusqu'à Régulus quoique faible d'éclat; l'axe au nord de l'écliptique.
12 soir — Lumière magnifique sortout par contraste avec des nuages noirs qui l'environnent; la largeur à la base 14° environ.
14 et 16 soir — Très-belle.
17 soir — Monte entre les Pléiades et le Taureau.
19 soir — Pas belle, même longueur.
28 mat. — Lumière faible même à l'horizon; à la hauteur de l'Épi, elle est presque tout entière sur l'écliptique.

FÉVRIER.

10 et 11 soir — Très-belle; monte jusqu'aux Pléiades.
13, 14 et 15 soir — Elle atteint assez juste les Pléiades, un peu cependant vers le sud. Visible encore à 10 h.
16 soir — Belle, tombe droit sur les Pléiades sans les atteindre.
18 et 19 soir — Toujours belle et toujours même étendue.
20 soir — Même observation.
Le matin, même assez tard, impossible de voir la Lumière.

MARS.

Le matin, Lumière absente.
14 soir — Après mauvais temps et Lune, Lumière visible à 8 h. 30m, mais pas trés-vive; elle englobe dans sa pointe un peu large les Pléiades sans trop les dépasser. L'axe serait très-peu au-dessous des Pléiades.
19, 21 et 22 soir — Faible, bords mal définis, monte jusqu'aux Pléiades.
23 soir — Excessivement faible, mal définie; dépasse-t-elle les Pléiades ?... Il est visible que le ciel est plus éclairé entre l'Ouest

et le Nord-Ouest; cet éclairement est large et s'étend jusqu'au-dessus de la Voie lactée. Est-ce la Lumière zodiacale. est-ce la lumière des grosses étoiles de cette region ?...

AVRIL.

10 soir — Lumière bien visible, quoique peu distincte sur, ses bords, monte jusque près des Gémeaux.

12 soir — Même observation; l'axe est certainement au dessus de l'écliptique.

16 soir — Assez vive à 8 h. 45^{m}; les Pléiades à l'horizon sensiblement au milieu de la base: les bords sont mieux definis que précédemment.

20 soir — Toujours visible; bords peu nets, monte au moins jusqu'à la Voie lactée sinon jusqu'aux Gémeaux.

24 soir — Elle est presque tout entière au-dessus de l'écliptique; elle passe entre les trois étoiles du Cocher (la Chèvre); la pointe est au-dessus de l'écliptique.

MAI.

8 soir — Lumière assez vague, semble monter jusqu'au Cancer.

14 soir — Ciel peu propre à une observation; Lumière paraît atteindre au Lion.

15 soir — Ciel assez favorable; Lumière monte certainement jusqu'au Lion et frôle les Gémeaux; peu large, peu nette à 8 h. 30^{m}; axe très-peu au-dessus de l'écliptique.

JUIN.

9 soir — Lumière visible, mais mal définie sur le bords, en partie éclipsée par Vénus; certainement plus haute que le Lion.

16 soir — Lumière sensible, mais Vénus gêne beaucoup; paraît monter jusqu'entre le 160ème et le 165ème degré de longitude.

Jusqu'à la fin du mois aucune observation possible.

Durant le mois de Juillet suivant la Lumière zodiacale a été aperçue dès le 15, soir et le 17, le matin. De nouvelles observations ont pu être faites, le matin, le 22, le 28 et le 30. A ces deux dernières dates, la présence de la lueur à l'Orient un peu avant 4 h. du matin, est bien certaine et ce fait est important puisqu'il permet de porter en Juillet la première apparition de la Lumière zodiacale à l'Orient et qu'il prouve manifestement que le phénomène est visible toute l'année à Zi-ka-wei.

LUMIÈ

Observée à Zi-ka-

1875—1876

Matin — Dates.		Elongation de la pointe.	Soir — Dates.		Elongation de la pointe.
Juillet	...	?	Juillet	...	?
Août	4. 5	60°	Août	...	—
	7-10	69		...	—
	...	...		...	—
Sept.	...	...	Sept.	...	—
	...	...		...	—
	28	80		...	—
	30	69		...	—
Octob.	1	62	Octob.	...	—
	10	52		...	—
	29	79		...	—
Novem.	3	84	Novem.	3	?
	11	84		...	...
	28	100		27	61°
	...	...		...	...
Décem.	7	101	Décem.	...	...
	8	91		...	...
	...	...		21	120
	25	140		24	123
	28	128		27	115
Janv.	...	...	Janv.	...	...
	16	?		...	...
	...	...		...	...
	27	60		28	110
	...	...		...	...
Février	7	40	Février	...	...
	...	...		...	...
	...	—		14	93
	...	—		23	93
	...	—		...	...
	...	—		...	...
Mars	...	—	Mars	...	...
	...	—		14	68
	...	—		21	66
	...	—		...	...
Avril	...	—	Avril	...	...
	...	—		14	86
	...	—		...	...
	...	—		...	...
Mai	...	—	Mai	10	75
	...	—		20	76
	...	—		22	84
	...	—		...	...
Juin	...	—	Juin	...	?
	...	—		...	?
	...	—		...	?

33 Observations

1876—1877

Matin — Dates.		Elongation de la pointe.	Soir — Dates.		Elongation de la pointe.
Juillet	...	?	Juillet	...	?
Août	10	douteuse	Août	...	—
	21	40°		...	—
	...	...		...	—
Sept.	...	...	Sept.	...	—
	17	33		...	—
	24	41		...	—
	28	37		...	—
Octob.	1	33	Octob.	...	—
	19	42		...	—
	23	33		...	—
Nov.	18-20	90	Novem.	5	47°
	23-25	111		10	56
	27	120		18	84
	...	...		...	...
Décem.	...	...	Décem.	5	87
	14	114		12	115
	20	108		17	114
	24	108		19	111
	27	111		25	120
Janv.	11	111	Janv.	2	128
	14	100		7.8.9.	135
	17	107		11	125
	21	118		16	122
	...	...		...	...
Février	11	70	Février	...	...
	...	...		11	93
	20	?		12	97
	22	?		...	...
	...	...		...	...
	...	...		...	...
Mars	...	...	Mars	1	82
	14	49		11	69
	...	...		17	65
	...	—		31	50
Avril	...	—	Avril	...	...
	...	—		12	85 (?)
	...	—		..	...
	...	—		29	71
Mai	...	—	Mai	5	70
	...	—		12	73
	...	—		15	86
	...	—		29	77
Juin	...	—	Juin	2	77
	...	—		6	73
	...	—		12	69

54 Observations

DIACALE

CHANG-HAI (*CHINE*).

1877—1878

Matin — Dates.	Matin — Elongation de la pointe.	Soir — Dates.	Soir — Elongation de la pointe.
Juillet ...	?	Juillet 6—8	40°
Août 9	69°	Août ...	—
10-12	70	...	—
14	71	...	—
Sept. ...	—	Sept, ...	—
17	83	...	—
21	86	...	—
...	...	...	—
Octob. 6	70	Octob. ...	—
9	72	...	—
14	76	27-28	58 (?)
Novem. 11	81	Novem. 7	97
14'	78	...	...
...	...	24	104
...	102	25	97 (?)
Décem. 2	112	Décem. 1	103
4	100	3	187
7	103	7	183
10	...	22	148
...	119	...	...
Janv. 4	113	Janv. 4	185
8.9	110	...	...
10	100	20	110
11.12	99	21-23	107
16	70	25	107
Février 4	?	Février 5	98
6	78	...	...
7	?	18	88
12	—	25	73
...	—	...	...
...	—	...	...
Mars ...	—	Mars 6	74
...	—	...	...
...	—	21	57
...	—	22	56
Avril ...	—	Avril ...	...
...	—	22	93
...	—	23-24	92
...	—	26	89
Mai ...	—	Mai 1	94
...	—	18	73
...	—	20	80
...	—	24-27	84
Juin ...	—	Juin 1	77
...	—	...	...
...	—	28	68

59 Observations

1878—1879

Matin — Dates.	Matin — Elongation de la pointe.	Soir — Dates.	Soir — Elongation de la pointe.
Juillet ...	?	Juillet 19-25	?
Août 2	70°	Août ...	—
3. 4	75	...	—
30	86	...	—
Sept. 5	79	Sept. ...	—
7. 8	82	...	—
25	85	...	—
30	90	...	—
Octob. 3	84	Octob. ...	—
25	70	...	—
29	68	...	—
Novem. 8	78	Novem. 18	40
24.25	94	23.24	44
28	98	26	46
29.30	100	...	...
Déc. 1. 2. 3,	103	Décem. ...	...
21.22	122	16	120
26	123	17.18	153
28	109	20.21	152
30.31	97	26.27	145
Janv. 1	130	Janv. ...	...
4	95	11	124
...	...	12	122
...	...	14.16.17	126
28	113	19	123
Février ...	...	Février 10	101
...	...	11	97
...	...	13.14.15	95
...	...	16	90
...	—	18.19	87
...	—	20	84
Mars ...	—	Mars 14	69
...	—	19	64
...	—	21.22	60
...	—	23	56
Avril ...	—	Avril. ...	...
...	—	10.12	84
...	—	16	84
...	—	20.22.23	80
Mai ...	—	Mai ...	...
...	—	...	78
...	—	14.15	88
...	—	...	...
Juin ...	—	Juin 9	77
...	—	16	78
...	—	...	...

72 Observations

QUALE METODO TECNICO ADOPERARONO I FOSSORI PER DIRIGERE L'ESCAVAZIONE DEL LABIRINTO DEI CIMITERI SUBURBANI DI ROMA (1).

DISSERTAZIONE

DEL CAV. MICHELE STEFANO DE ROSSI

Ampiamente ha ragionato il mio fratello intorno alla organizzazione del corpo dei *fossori* e ne ha mostrato l'importanza non solo per il grado, che occuparono nel clero, ma eziandio per le molte incombenze loro attribuite in ogni maniera di opere servili e tecniche necessarie all'amministrazione dei cimiteri (Roma Sott. Crist. Vol. III, pag. 533 e segg.). Erano fossori non solamente coloro, che compivano il pietoso ufficio di dar sepoltura ai defonti, ma eziandio gli artefici tutti, che operavano tanto nell'ordine elevato di direttori, quanto nell'inferiore di manovali. Gli stessi pittori e scultori appartenevano forse alla classe dei fossori; il loro capo era senza dubbio un *mensor*, che noi diremmo ingegnere.

Cotesta importanza organica del corpo dei fossori corrisponde pienamente alla grandezza dell'opera principale da loro prodotta; che ho più volte chiamata spettacoloso monumento dell'arte e della potenza della primitiva società cristiana. Le vaste reti delle cristiane necropoli cimiteriali romane sono in sè medesime, e indipendentemente da quanto contengono, un monumento gigantesco, degno soggetto di studii molteplici.

Nei precedenti volumi ho potuto dimostrare quanti e quanto importanti dati si sieno potuti raccogliere dalla sola analisi della escavazione cimiteriale. Laonde sarà di molto interesse in questa appendice il considerare non analiticamente il lavoro nelle singole sue forme e nella cronologia delle singole parti, ma complessivamente la tecnica di tutta questa opera; ossia prendere di mira il corpo dei fossori nell'esercizio della loro missione principale; colla quale trattazione tecnica veramente sarà completato l'esame di quanto concerne il collegio degli artefici della Roma sotterranea svolto nel citato testo archeologico.

(1) Questa dissertazione unitamente ad altra *sulla conservazione delle materie organiche* fa parte dell'*Appendice Architettonica e fisica* del III Volume della Roma sotterranea Cristiana; opera, come tutti sanno, compilata dal mio fratello maggiore Giovanni Battista. Allorchè io presentai all'Accademia un esemplare di questa Appendice, fu osservato che il mio lavoro quantunque diretto a servizio dell'Archeologia interessava però tanto il campo delle scienze, che sembrava utile il porlo sotto gli occhi dei fisici col riprodurlo nei nostri *Atti*. La moltiplicità delle materie ha impedito finora di eseguire la volontà dell'Accademia e solo oggi si può far luogo alla prima di quelle due dissertazioni.

Per cominciare regolarmente cotesto esame, dovrei raccogliere tutti i dati che nelle antiche memorie scritte, scolpite o dipinte possiamo rinvenire relative all'opera fossoria. Ma grande ne è la penuria: e non ci offrono elementi abbastanza chiari. Nulla dicono le memorie scritte, che si riferisca alla direzione tecnica dell'opera fossoria; le pitture rappresentano generalmente il fossore scavatore intento a rompere la viva roccia, nel quale atteggiamento nulla v'è che dichiari i punti della presente ricerca. Solo si presterebbero ad analisi gli istrumenti, che vediamo effigiati sui sepolcri dei fossori. Ma anche questi sono scarsi e rari. La più completa serie di strumenti si vede attorno alla figura del fossore Diogene nella pittura, che lo rappresenta nell'atto forse di scendere al sotterraneo (R. S. Tom. III, pag. 539). Quegli istrumenti sono piccone, accetta, mazzuolo, scalpelli, compasso ed un ferro (tale lo mostra il colore e l'aspetto della pittura originale da me attentamente esaminata) in forma, che pare quasi di lancia.

Come ognuno vede tutti questi arnesi sono comuni all'arte muraria ed alla scultoria: solo quello strumento di difficile interpretazione simile quasi ad una lancia, essendo rozzamente dipinto, potrebbe parere un ferro a cartoccio, ossia una speciale forma di *sonda*. Se però tale fosse, e se di questo genere di stromenti avessero fatto uso gli antichi fossori nelle catacombe, dovremmo trovarne più volte le tracce. Delle quali non avendo io giammai osservato indizio nè vestigio, opino che il sistema della trivella sia stato ignoto o non usato dai fossori cimiteriali.

Potrebbesi quell'arnese male rappresentato dalla pittura assomigliare forse ad uno squadro a traguardo, quale viene ora usato apputo dagli agrimensori. Vorrei essere dal dipinto autorizzato a stabilire questo punto, la cui determinazione sarebbe di molta importanza per la proposta quistione ed in generale per le ricerche sugli antichi istromenti geodetici: e corrisponderebbe esattamente con i risultati, che discenderanno da altre osservazioni. Lo squadro (*groma*) se non è rappresentato in quella pittura, esisteva certamente fra gli utensili del *mensor* ossia del capo fossore (1). Non ostante però la scarsità dei dati relativi alla tecnica organizzazione dei fossori, l'opera da loro prodotta basta a rivelarci un artificio magistrale ed una regola di lavoro del tutto aliena dal procedere materiale e quasi fortuito d'un rozzo

(1) Circa la *groma* e l'operazione *gromatica* degli antichi vedi le nuovissime sagaci osservazioni del ch. sig. Carmelo Mancini nel Giornale degli scavi di Pompei anno 1877 p. 187.

Intorno alla mia proposta quantunque tanto dubitativa del riconoscere nell'arnese mal foggiato la *groma*, molti dubbi sono stati sollevati. Non occorre dimostrare che la mia proposta fu solo una congettura. Esaminando attentamente la citata pittura si potrebbe forse con maggiore verosimiglianza riconoscervi un filo attorcigliato ad una assicella, arnese non meno necessario nell'opera fossoria come vediamo anche oggidì nelle miniere.

operajo, che scava un sotterraneo qualunque in una vergine roccia tufacea.

Vedendo noi con evidenza, che il lavoro fossorio delle grandi necropoli cristiane fu con ogni ordine e precisione regolato, e che d'altra parte complicatissimo è l'intreccio del vasto labirinto delle gallerie, nasce il desiderio di indagare come sia stata condotta l'operazione geometrica, che dovea pur essere difficilissima e che vediamo mirabilmente riuscita. Gli antichi fossori tracciarono o no la pianta del lavoro sotterraneo in pari tempo che esso progrediva? La vastità e precisione dell'impresa sembra esigere questo tracciato. Interrogando in ciò le memorie ed i monumenti cimiteriali dovremmo rimanere nel dubbio; imperocchè nulla ne dicono le scritte memorie, nè nei monumenti incisi in pietra o dipinti nelle catacombe si è finora trovata veruna icnografia. Ma d'altra parte conosciamo bene avere gli antichi Romani tracciate ed anche incise le *formae* degli edifici, massime sepolcrali. Io stesso nel primo volume della Roma Sotterranea ne ho pubblicati gli esempi. Ed intorno all'uso in generale delle icnografie presso gli antichi il ch. sig. Jordan (1) ha testè dimostrato, che nei romani archivi esistevano la *formae* delle città, degli edifici e delle terre spettanti al pubblico ed ai privati, degli acquedotti e di ogni altro genere di proprietà. Prova anche il medesimo autore, che siffatte icnografie furono incise in bronzo o in marmo per essere esposte al publico. Gli esempi di antiche piante incise in marmo, da me prodotti nel primo volume, dimostrai essere tracciati in modo dimostrativo non rigorosamente geometrico. Anche il Jordan ha confermato questo giudizio: ma ha notato, che le piante deposte negli archivi dovettero essere delineate con ogni precisione di proporzioni geometriche. In ogni modo però anche le piante dimostrative, essendo corredate delle misure scritte lungo le linee del disegno, erano utili a serbare memoria delle forme del luogo rappresentato. Anzi a me sembra, che la negligenza della proporzionalità del tracciato congiunta con la diligenza di indicarvi le misure, sia indizio che lo scopo principale di quelle piante fu soltanto il guarentire sul luogo la legalità dei confini, e non il mostrare al riguardante la disposizione icnografica del monumento. Da questi dati, e sopratutto dal fatto della cura avuta dai primitivi fossori di non oltrepassare sotterra i limiti delle aree superiormente destinate al cimitero, sembrami quasi certo discenderne, che anche i Cristiani tracciarono le *formae* delle superficie esteriori, che rappresentavano l'area sotterra perforata in gallerie. E queste *formae* dovettero avere il medesimo scopo legale, che sappiamo essere stato proprio della icnografia dei monumenti d'ogni genere.

(1) Jordan, *Forma Urbis Romae* p. 10 § 5: cf. tomo 1 Analisi archit. pag. 57.

Qui non si può passare sotto silenzio la maravigliosa coincidenza svelatasi nell'analisi dell'area prima callistiana. Ricordi il lettore la scoperta dal mio fratello dichiarata dell'esteriore recinto murario dell'area sepolcrale, il quale corrisponde esattamente coi limiti dell'area sotto terra escavata. Cotesto esempio luminoso, vero campione della legalità geometrica corrispondente sopra e sotto terra, mentre conferma tutti i raziocinii fatti intorno alla giurisprudenza dei cimiteri, rende manifesta l'abilità geodetica, colla quale fu regolato il lavoro dei *fossores* dal *mensor* che li dirigeva. Dallo scopo e dalle qualità sopra accennate delle *formae* puramente dimostrative discende, che quelle delle aree cimiteriali debbono avere rappresentato la sola superficie esteriore, non il sotterraneo intreccio degli ambulacri. Rimane perciò ignoto od escluso il fatto da noi ricercato, il tracciamento cioè delle piante diretto allo scopo di orizzontarsi nell'intreccio complicatissimo del labirinto delle gallerie. Ma coll'analisi della escavazione stessa io dimostrerò, che contro ogni apparenza gli antichi fossori non ebbero punto bisogno di vere piante disegnate per procedere speditamente nel loro lavoro. Certamente chiunque oggi si aggira dentro un antico cimitero romano, senza analizzarne minutamente lo svolgimento, crede sia stata opera impossibile il progredire nello scavo senza avere sott'occhio la pianta dell'opera già fatta; ed anche in questa guisa sembra cosa meravigliosa il non trovare traccia di errori, ossia di incontri fra le gallerie ed i cubicoli, fuori dei punti prestabiliti nel piano della escavazione. Sembra anzi da tutto ciò dimostrata la guida di esattissime e minutissime operazioni geodetiche fatte durante il lavoro; perchè vediamo perfino evitati i contatti e modificate le piante delle stanze con la cognizione del pieno e del vuoto fino quasi al centimetro. Ma occorre richiamare alla memoria ciò che l'analisi del cimitero di Callisto ci ha insegnato circa l'impianto e lo svolgimento di quella vastissima necropoli (1). La predetta analisi ci condusse a riconoscere, che la grande necropoli callistiana nei varii periodi dei suoi accrescimenti nacque da molti nuclei diversi e separati, aventi ciascuno la propria scala, che discendeva in prossimità delle vie pubbliche e consorziali del luogo. Ciascuna scala era collocata o nel mezzo o verso gli angoli dell'area sopra terra preventivamente destinata allo scavo cimiteriale. Siffatte aree essendo ordinate alle vie e di forme rettangolari aveano in superficie una estensione mediocre. L'area antichissima del cimitero di Lucina avea cento piedi nella *fronte* parallela all'Appia e cento ottanta in *agro*, ossia nella lunghezza; donde risultava la superficie cimiteriale di 18,000 piedi quadrati (2). L'altra area,

(1) V. T. II. Anal. geol. ed arch. pag. 20—29.
(2) T. I Anal. geol. ed arch. pag. 75.

che fu la prima del cimitero di Callisto propriamente detto, ebbe cento piedi in larghezza. Non dissimili da queste furono le dimensioni delle altre aree, sotto le quali nacquero i separati nuclei della cimiteriale escavazione. Posto ciò, ognuno vede come la vastità delle necropoli cristiane, stando all'esempio del cimitero di Callisto, sia effetto del collegamento delle escavazioni diverse cominciate in limitate estensioni e separatamente l'una dall'altra. Con questo fatto la difficoltà della parte geometrica del lavoro quasi scompare, essendo limitato e ridotto l'intreccio delle gallerie dentro brevi confini ed a piccole distanze. Ma anche dentro queste aree vediamo svolgersi un non mediocre intreccio di ambulacri, che non sembrerebbe facilissimo scavare senza una guida icnografica. L'analisi però già publicata mi fornisce i dati dimostranti quale sia stata la norma tenuta dai fossori dentro ciascun'area; norma, che da una parte concorda col sistema agrimensorio degli antichi, dall'altra dimostra come non occorreva e non si seguiva il tracciamento delle piante per progredire nel lavoro.

È noto che gli antichi sì nell'ordinare l'impianto di una città, come nel rilevare l'icnografia di un qualsivoglia perimetro, stabilivano una linea, che era una via nelle città ed un asse immaginario nelle operazioni geodetiche, chiamato *decumanus*. Il *decumano* soleva essere orientato dal N. al S. Un altro asse, che incrociava ad angolo retto sul decumano, denominavasi *cardo*; il *decumanus* e il *cardo* secondo l'opportunità del luogo e dello scopo moltiplicavansi; e si dicevano *decumanus major* il principale, *minor* il secondario. Desiderando di essere breve, senza più addentrarmi nelle regole degli antichi *agrimensores* vengo alla ricerca del decumano o dei decumani, ossia degli assi della escavazione cimiteriale. La sopra citata analisi dello svolgimento dei nuclei cimiteriali dalle scale discendenti sotterra ci ha aperto gli occhi al distinguere i periodi diversi della escavazione. Abbiamo veduto, che nel primo periodo dello scavo si cercò di raggiungere od almeno di fissare sotterra i principali punti o le linee dei limiti dell'area superiore. Allorquando le scale sono situate sull'angolo dell'area, l'ambulacro cimiteriale sotterra segue la linea del limite e della divisione; perciò il *decumanus major* della città sotterranea è l'ambulacro situato in un fianco. Allorchè poi la scala scende dal mezzo della fronte dell'area, la via, che ne nasce, è un decumano centrale, che si prolunga fino al limite dell'area opposto alla fronte. In questo caso i limiti laterali sono presto determinati anche sotterra per mezzo di una via incrociante la principale *decumana*, e che rappresenta il *cardo*.

Volendo vedere ciò praticamente sulla pianta del cimitero callistiano potrà trovarsi nella più volte citata *area prima Callisti*. Ivi le due scale,

dalle quali nasce il cimitero, mettono nei due ambulacri più antichi dell'ipogeo, che sono i due *decumani* della escavazione. L'area primitiva delle cripte di Lucina analizzate nel primo volume della Roma Sotterranea ci fornisce l'esempio della scala centrale nell'area e dei limiti subito raggiunti per mezzo di una galleria trasversale in forma di *cardo*. Ma un campione veramente perfetto di quella disposizione ci viene apprestato dall'area cimiteriale, nella quale fu escavata la cripta del pontefice s. Eusebio. Ivi la scala parte dal centro della fronte dell'area iniziando il decumano: giunta al livello del primo piano sotterraneo, parte a destra ed a sinistra della medesima la linea dell'ambulacro cardine, che raggiunge i limiti laterali dell'area esteriore, i quali restano così fissati sotterra in quel piano. La scala prosegue fino al livello del secondo piano, ed ivi un secondo cardine si diparte alla destra ed alla sinistra. Il decumano poi segue diritto fino ad incontrare il limite dell'area opposto a quello della fronte. Volgendo l'occhio alle altre aree della necropoli callistiana determinate nella analisi da me pubblicata nel Tomo II della Roma Sotterranea vi si possono ritrovare le medesime norme. Ma ivi per la parte tecnica ossia geodetica muta il sistema; perchè, come già vedemmo nella citata analisi, vi appariscono graduali duplicazioni di aree simili fra loro, che potrebbonsi dire porzioni regolari e successive dell'escavazione preventivamente già destinata in un piano generale. Ed anche in questo io trovo riprodotto il sistema agrimensorio e geometrico legale dell'impianto e divisione delle antiche città.

Prendo dai recentissimi studii del ch. sig. dottor Cantor (1), e dall'esposizione fattane dal ch. sig. Favaro il riassunto del sistema agrimensorio ed augurale. « Fin dai primi secoli di Roma, se le funzioni di agrimensore non » erano assolutamente distinte, esse confondevansi con quelle degli auguri. » Sacerdote, militare e geometra ad un tempo l'agrimensore romano comin- » ciava come l'augure dal riconoscere esattamente i quattro punti cardinali » del territorio, sul quale dovea eseguire le operazioni del suo officio; indi » tracciato un grande quadrilatero, i cui lati dovevano essere perfettamente » orientati, egli conduceva per il mezzo dal Sud al Nord una linea retta » chiamata *cardo maximus* a motivo della sua direzione verso il polo » (*cardo mundi*), e tagliata da un'altra linea ad angolo retto diretta dall'Est » all'Ovest e detta *decumanus maximus*: in seguito egli segnava col *ter-* » *minus medius* il punto di intersezione (*tetrans*) di queste linee principali, » oltre alle quali tracciava dal Sud al Nord i *limites transversi* e dall'Est » all'Ovest i *limites prorsi*, che costituivano due sistemi di parallele, che

(1) Dr. Moritz Cantor, *Die römischen Agrimensoren und ihre Stellung in der Geschichte der Feldmess-kunst, eine historisch-matematische Untersuchung*, Lipsia 1875.

» incrociandosi formavano per così dire nell'area del grande quadrilatero un » numero più o meno considerevole di quadrati (*agri limitati* o *acti qua-* » *drati*), i quali a quattro a quattro formavano le *sortes* (1) ».

Basta dare un'occhiata alle quattro grandi aree del cimitero di santa Sotere nella necropoli callistiana, per riconoscere in esse, riunite e considerate come una sola, tutti gli estremi ora indicati della misura d'un perimetro destinato ad una città. Le quattro aree formano un grande quadrato perfettamente orientato dal Nord al Sud: col suo *cardo maximus* intersecato dal *decumanus* dall'Est all'Ovest. Queste linee si riconoscono dagli ambulacri cimiteriali, che diedero il mezzo di distinguere le quattro aree; le quali così risultando dal *tetrans* fra il *decumanus major* ed il *cardo maximus* dettero origine al gruppo regolare di quattro *agri limitati* formanti nell'insieme una *sors*.

Egli è chiaro che questo sistema era adottato nell'impianto delle città per occupare successivamente coll'abitazione un *ager limitatus* l'uno appresso all'altro, secondo che il bisogno lo esigeva. Similmente ciò dovea avvenire per l'abitazione dei morti nella necropoli cristiana; e ciò in fatti troviamo avvenuto nell'area quadruplice, di cui ragioniamo.

Ricordi qui il lettore ciò che dimostrai nel volume II° della Roma Sotterranea, allorchè analizzava questa grande regione appellata di santa Sotere; e ciò che ne ha esposto il mio fratello nel primo libro del terzo volume. Ambedue con indizi e prove di genere diverso abbiamo provato, che le quattro aree preventivamente destinate alla sepoltura si svolsero procedendo l'una dall'altra successivamente, secondo che ne veniva il bisogno. Ma le linee principali generatrici delle quattro suddivisioni, il *cardo maximus* e il *decumanus maximus*, furono tracciate o almeno cominciate a tracciare fino da principio: e ciò scioglie felicemente alcune difficoltà dell'interna cronologia della regione soteriana (vedi R. S. Vol. III, pag. 156).

Non è dello scopo di questo capitolo, nè per chi abbia letto finora la *Roma sotterranea* è necessario, il dimostrare l'importanza giuridica della coincidenza tanto esatta fra il sistema della sotterranea escavazione, combinata con la destinazione dell'*area ad sepulcra* esteriore, e il legale e geometrico procedere degli *agrimensores*. Piuttosto tornando al tema della mia presente ricerca circa il sistema dello scavare con o senza il tracciamento della carta topografica, debbo indagare come l'escavazione abbia potuto procedere sotto terra regolarmente dentro quest'area non solo vastissima, ma

(1) Antonio Favaro. Intorno ad un recente lavoro del Dr. Cantor sugli agrimensori romani — Estratto dal Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche, Tomo IX, marzo 1876 p. 13.

di più suddivisa in quattro parti, che successivamente furono l'una dopo l'altra occupate. Se quattro scale mettessero alle quattro regioni del sotterraneo, niuna sarebbe la difficoltà; poichè ritroveremmo applicato il metodo già verificato nelle aree meno grandi e più antiche. Ma qui le scale sono rare, ed appena due ve ne furono; nè forse *ab origine* poste in regolare relazione colle quattro aree. Considerando la forma della escavazione ricorderà il lettore aver noi indicato come speciale caratteristica architettonica di quella regione sotterranea l'esservi spesso scavati i cubiculi doppi con lucernario nel mezzo coincidente perciò coll'asse della via. L'ambulacro principale di questo sotterraneo non è altro, che la continuazione del *decumano* dell'area di s. Eusebio e forma il *decumanus major* di queste quattro aree od *agri limitati*. Quindi essendo in questo luogo modificato il sistema dell'escavazione per mezzo dei lucernari, e cadendo questi nel suolo esteriore sul limite decumano della vasta superficie quadrata, ne discende, che la guida del sotterraneo lavoro stava nei lucernari stessi; i quali forse saranno stati anche notati per la legalità nella *forma* dell'area esteriore destinata *ad sepulcra*.

Non occorre dimostrare come tutto questo sistema geometrico, tanto nelle aree primitive senza lucernari, quanto nelle successive più grandiose coi lucernari, semplifichi talmente l'operazione, da rendere non necessario e forse inutile il tracciamento materiale della pianta. Anzi io credo, che l'avere riconosciuto questo sistema regolare e scientifico nel progresso della escavazione quasi dimostri, che nello scavare i fossori non eseguivano un progetto prestabilito di pianta del sotterraneo; imperocchè in questo caso vedremmo l'escavazione procedere unita e folta fino dal principio. Ma in vece il sistema di raggiungere prima d'ogni altra cosa i confini e lo stabilire gli assi principali del *cardo* e del *decumanus*, rivela il bisogno di stabilire sul posto i così detti *capi saldi*; dietro i quali si svolgeva il sotterraneo senza timore di intrecci fuori dei debiti luoghi.

Prima di lasciare ciò che si riferisce alle norme della escavazione secondo il metodo agrimensorio, piacemi fare osservare, che se (come credo certo) l'esposto sistema sarà riconosciuto essere regola più o meno generalmente applicata alla escavazione dei suburbani cimiteri, il rinvenimento dei decumani e dei cardini diverrà un indizio da annoverare fra i dati, mediante i quali riconoscere architettonicamente la cronologia delle singole sezioni di ciascuna necropoli.

Da ultimo non sarà inutile nella ricerca attuale aggiungere un dato, che la sola prattica anche odierna dei sotterranei cimiteri ci rivela ad evidenza. Gli antichi fossori, come i nostri odierni scavatori, ebbero un po-

tentissimo e sicurissimo mezzo materiale e non geodetico per evitare gli incontri fortuiti fra galleria e galleria. Questo mezzo è il suono della roccia percorsa nello scavare. La lunga prattica insegna tanto bene a distinguere i suoni diversi, che dà la roccia nell'essere colpita presso o lungi da altro vuoto, che in molti casi conviene sostituire questo mezzo spedito ad una lunga operazione topografica.

Questa guida del suono unitamente alla libertà del creare lucernari deve aver avuto grande importanza nell'ultimo periodo della escavazione cimiteriale: quando cioè la libertà acquistata dai Cristiani e l'ingrandimento dell'escavazione consigliò i fossori ad uscire fuori dai limiti delle aree ed a formare i passaggi ed i legamenti fra i diversi gruppi di gallerie. Cotesti legamenti divengono talvolta complicate regioni, che nell'intreccio appariscono non meno maravigliosi della vastità della necropoli intiera. Ma quivi appunto la specialità di quegli intrecci, che non si svolgevano in aree quadriformi, ma triangolari, poligone, irregolarissime, introdusse una modificazione nei lucernari; che divennero sempre più necessari al riconoscere la posizione, e norma geodetica insieme e tecnica pel lavoro. In queste regioni i lucernari non sono quadrati nè mettono ai cubicoli, ma divengono angusti e circolari, manifestandosi chiaramente per semplici pozzi destinati alla estrazione delle terre. Ecco il mezzo semplicissimo, che mentre agevolò l'opera fossoria, non permise lo errare delle gallerie nel bujo di quei labirinti.

Dalle cose ragionate sembrami potersi concludere, che mentre niun indizio abbiamo nei monumenti e niuna allusione negli scritti degli antichi dell'uso dei fossori di eseguire le piante dei sotterranei cimiteri, ciò corrisponde con l'analisi dello svolgimento della escavazione; la quale ci dimostra non essere state necessarie le operazioni topografiche, e forse che queste furono del tutto neglette. E ciò rende sempre più evidente l'importanza della limitazione geometrica e legale delle aree esteriori. Delle quali quasi certamente furono tracciate le *formae*, cioè le piante; e taluna forse di queste fu anche incisa in marmo e conservata sul luogo; come le *formae* degli edifici e delle aree di sepolcri profani da me prodotte e commentate nel primo volume. La scoperta d'un simile marmo icnografico cristiano sarebbe una delle più singolari ed istruttive, che intorno a questo argomento possiamo desiderare; non dovrebbe però farci sorpresa come di rivelazione inaspettata.

COMUNICAZIONI

Boncompagni, D. B. — *Presentazione di opere.*

Il principe D. B. Boncompagni presentò un esemplare di ciascuna delle seguenti riproduzioni fotolitografiche:

LETTRES INÉDITES || DE || JOSEPH-LOUIS LAGRANGE || A || LÉONARD EULER || TIRÉES DES ARCHIVES DE LA SALLE DES CONFÉRENCES || DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES DE SAINT-PÉTERSBOURG, || ET PUBLIÉES || PAR B. BONCOMPAGNI, ecc., SAINT-PÉTERSBOURG. || EXPÉDITION POUR LA CONFECTION DES PAPIERS DE L'ÉTAT. || ATELIER HÉLIOGRAPHIQUE DIRIGÉ PAR G. SCAMONI. || MDCCCLXXVII. (in 4° di 52 pag. non numerate).

DEUX LETTRES INÉDITES || DE || JOSEPH-LOUIS LAGRANGE || TIRÉES || DE LA BIBLIOTHÈQUE ROYALE DE BERLIN || (COLLECTION MEUSEBACH, PORTEFEUILLE N. 21, ET || COLLECTION RADOWITX, N. 4952), || ET PUBLIÉES || PAR || B. BONCOMPAGNI. || BERLIN. || IMPRIMERIE DE GUSTAVE SCHADE (OTTO FRANCKE). || MDCCCLXXVIII. (In 4°, di 12 pag. non numerate).

LETTERA INEDITA || DI || GIUSEPPE LUIGI LAGRANGE || TRATTA || DALLA BIBLIOTECA UNIVERSITARIA DI BOLOGNA || (CORRISPONDENZA CANTERZANI, MSS. N. 2096, SCATOLA IV) || E PUBBLICATA || DA || B. BONCOMPAGNI || FIRENZE || CALCOGRAFIA E LITOGRAFIA ACHILLE PARIS || MDCCCLXXIX. (in 4.° di 10 pagine non numerate).

LETTERA INEDITA || DI || CARLO FEDERICO GAUSS || A || SOFIA GERMAIN || PUBBLICATA || DA || B. BONCOMPAGNI || FIRENZE || CALCOGRAFIA E LITOGRAFIA ACHILLE PARIS || MDCCCLXXIX. (in 4.° di 8 pag. non numerate).

CINQ LETTRES || DE || SOPHIE GERMAIN || A || CHARLES-FRÉDERIC GAUSS || PUBLIÉES PAR || B. BONCOMPAGNI || D'APRES LES ORIGINAUX POSSÉDÉS PAR LA SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES DE GÖTTINGEN. || BERLIN. || INSTITUT DE PHOTOLITHOGRAPHIE DES FRÈRES BURCHARD. || BRANDENBURGSTRASSE, 44, || MDCCCLXXX (In 4° di 24 pag. non numerate, nella seconda delle quali si legge: « IMPRIMERIE DE GUSTAVE SCHADE (OTTO FRANCKE), || BERLIN-LINIENSTRASSE, 158 »).

D. B. Boncompagni comunicò quindi una copia gentilmente indirizzatagli dal Sig. Dott. Ernesto Schering di cinque lettere inedite di Sofia Germain al Gauss, ed espresse la sua viva riconoscenza per l'autorizzazione gentilmente accordatagli dalla R. Società delle Scienze di Göttingen di pubblicare tanto queste cinque lettere, quanto le altre cinque contenute nella quinta delle riproduzioni suddette.

D. B. Boncompagni presentò quindi una sua nota intitolata: « *Intorno al carteggio tra Sofia Germain e Carlo Federico Gauss* ». (*)

(*) L'autore ritirò questa nota per farvi alcune giunte e presentarla quindi nuovamente in una delle Sessioni del prossimo Anno accademico.

D. B. Boncompagni presentò anche, da parte del socio corrispondente P. Pepin, uno scritto intitolato: « *Sur la classification des formes quadratiques binaires* », in continuazione della sua memoria intitolata: « *Compositions des formes quadratiques binaires* ». (Queste due ultime memorie sono inserite nel presente fascicolo).

Il Prof. F. Ladelci espose il proseguimento della sua memoria « *Intorno alle febbri di periodo* », che nella stampa è stata tutta riunita nel fascicolo antecedente, corrispondente alla sessione VI.

Lanzi, Dott. M. – *Presentazione di un lavoro del Dott. G. Terrigi.*

Il Dott. Matteo Lanzi presentò all' Accademia un lavoro del ch. signor Dott. G. Terrigi sulla *Fauna microscopica del Quirinale e relativi terreni.* L' A. dice in questo suo nuovo lavoro, che il colle Quirinale è là ad attestare, coll' ordine naturale delle sue assise sedimentarie, la regolare successione dei tempi geologici, non ristretta e palese in questa sola elevazione di suolo sulla sinistra del Tevere, ma bensì in altri colli della stessa sponda.

Si esprime in seguito l' A., che non poteva più a lungo ritardare la pubblicazione di uno studio, che venne a lui imposto dalla venerata e chiarissima memoria del suo maestro l'illustre Padre Angelo Secchi, che si compiacque in sua compagnia esaminare più volte i cavi del colle, incoraggiarlo e dargli dei sapienti consigli, come sapeva elargirli quel grande scienziato.

Dai suoi studi e dalle sue osservazioni, che pel momento sono limitate al solo Quirinale, risulta pressochè una medesima deposizione del mare pliocenico subappennino, che si estende nella direzione di Sud-Est sino al Viminale e all' Esquilino (come ha dimostrato nel suo ultimo lavoro), e dove poterono giungere le sue ricerche. Fa notare come la fauna marina microscopica rinvenuta al Quirinale, non solo indichi colla sua *facies* un mare più profondo di quello ove si operarono i sedimenti arenosi di destra più grossolani in confronto di quelli di sinistra; ma che è interessantissima per le forme, che offrono una notevole differenza con quelle rinvenute nella destra e già descritte nella sua Fauna Vaticana. La piccolezza e la conservazione di questi minuti organismi del relitto marino del Quirinale è qualche cosa d' importante per i confronti di questi *Protozoi* dell' ordine dei *Foraminiferi*.

Accenna che quando potrà compiere e rendere pubblico lo studio della Fauna contenuta nella scala di tutte le assise sedimentarie, che si mostrano

con ordinata successione nella valle fra il Viminale e l' Esquilino, la Fauna risulterà anche più interessante. In detta località la formazione dei tufi poggia direttamente sul terreno marino, per ragione del più alto livello; mentre invece al Quirinale ed altrove, per effetto di maggiore avvallamento del suolo, i materiali vulcanici si adagiano sopra sedimenti fluviali alluvionali seguìti dai lacustri, testimoni di un'antica palude maremmana contenuta nel bacino ove è ora la nostra Città. Ciò venne provato ad evidenza nei cavi delle fondazioni del ponte di ferro a Ripetta ed in quelli della Farnesina ed altri luoghi; senza entrare, come esso dice, nella questione, se questi sedimenti lacustri siano più antichi di quelli del Quirinale.

(La Memoria estesa di questo lavoro verrà inserita negli Atti Accademici).

CIALDI Commend. A. – *Presentazione di un lavoro del socio corrispondente Sig. E. Bertin.*

Il comm. Alessandro Cialdi comunicò all'Accademia quanto segue:

« Nella seconda sessione del nostro anno accademico mi diedi premura di presentare agli illustri miei colleghi una Memoria litografata del ch. Sig. Ingegnere E. Bertin, nostro benemerito socio corrispondente, sulle esperienze fatte a bordo di diversi bastimenti del Governo francese, per determinare e coordinare coi principii teoretici le leggi spettanti al barcollamento ed al beccheggio delle navi; quale Memoria fu da me accompagnata con una succinta relazione desunta dal Rapporto che ne fece all'Istituto di Francia il preclaro architetto navale Dupuy de Lôme.

Sul risultato di quegli studi sperimentali il Bertin ha testè dato alle stampe un più accurato rendiconto, ordinato in modo da far seguito all'altra sua pubblicazione sullo stesso tèma, intitolata: *Donnés théoriques et expérimentales sur les Vagues et le Roulis*. Ed io anche questo suo ulteriore lavoro non meno importante ho l'onore di presentare a di lui nome alla nostra Accademia. »

Comm. A. CIALDI.

COMUNICAZIONI DEL SEGRETARIO

1. Il vice Segretario notificò all'Accademia che al Sig. ingegnere G. E. de Courten, che fu nominato socio aggiunto fin dal 26 Maggio 1879, non

si poté spedire la nomina perchè non risiedeva in Roma. Ora essendo questi tornato stabilmente, a forma di ciò che fu stabilito in Accademia all'epoca suddetta, gli verrà ora spedita la lettera di nomina e gli Atti accademici dal 1879 in poi.

2. Lettura di un dispaccio dell'Emo Cardinale Protettore concernente l'approvazione sovrana delle nomine del Sig. Commend. Alessandro Cialdi a membro del Comitato, e del P. G. Stanislao Ferrari e Tesoriere.

3. Presentazione da parte del socio corrispondente P. A. Serpieri delle seguenti sue pubblicazioni: *Elettricità e Terremoto*. Nota letta al R. Istituto Lombardo nell'adunanza del 1° Aprile 1880; – *Intorno agli esperimenti del Crookes sulla materia allo stato radiante*.

4. Presentazione da parte del socio corrispondente prof. I. Carnoy, deldell'opera *Cours de géométrie analytique*.

5. Presentazione a nome del Sig. Giulio Grablovitz di una sua memoria intitolata « *Sopra un cambiamento osservato nelle costanti mareometriche del porto di Trieste*.

6. Domanda di cambio coi nostri Atti Accademici fatta dall'Accademia Reale di Harlem. Tale cambio venne accordato.

7. Presentazione delle altre opere e periodici venuti in dono o in cambio all'Accademia.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Ordinari – Principe D. B. Boncompagni – Dott. D. Colapietro – Comm. C. Descemet – Cav. F. Guidi – Prof. F. Ladelci – P. G. Lais – P. F. S. Provenzali – Cav. P. Sabatucci – Prof. A. Statuti – Prof. T. Armellini Vice Segretario.

Onorari – D. S. Vespasiani. – Canonico D. Enrico Fabiani.

Aggiunti – Prof. E. Persiani – Prof. O. Persiani. – Marchese L. Fonti.

L'Accademia adunatasi legalmente alle ore $3\,^{3}/_{4}$ p., venne chiusa alle $7\,^{1}/_{2}$ p.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Atti della R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche* — Vol. VIII. — Napoli, ecc.. 1870. In-4°.
2. *Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti, ecc.*, — Tomo Sesto, Serie Quinta — Dispensa Quinta e Sesta — Venezia, ecc., 1879-80. In-8°
3. *Atti della Società Crittogamologica Italiana, ecc.*, — Anno XXXIII. — *Serie Seconda* — Vol. II. — Disp. II. — Milano, ecc., 1880. In-4°.
4. *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, ecc.* — Vol. XV. — Disp. 5ª — Marzo 1880. In 8.°

5. BERTIN (L. - E.) — *Données Théoriques et expérimentales, ecc.*, Paris, ecc., 1880. In-8°.
6. *Bulletin de la Société Impériale des naturalistes de Moscou, ecc.*, — Année 1879 — N. 3. — Moscou, ecc., 1880. In-8°.
7. BONCOMPAGNI (B.) — *Lettera inedita di Giuseppe Lagrange, ecc.* Firenze, ecc., MDCCCLXXIX. In-4°.
8. —— *Lettera inedita di Carlo Federico Gauss a Sofia Germain, ecc.* Firenze, ecc., MDCCCLXXXIX. In-8°.
9. —— *Deux Lettres Inédites de Joseph-Louis Lagrange, ecc.*, Berlin, ecc., MDCCCLXXVIII. In-8°.
10. —— *Cinq lettres de Sophie Germain a Charles-Frédéric Gauss, ecc.*, Berlin, MDCCCLXXX. In 8°.
11. —— *Lettres inédites de Joseph-Louis Lagrange a Léonard Euler, ecc.* Saint-Pétersbourg, ecc. MDCCCLXXVII. In 4°.
12. *Bullettino del Vulcanismo Italiano, ecc.*, Redatto dal Cav. Prof. M. S. De Rossi. — Anno VII°. 1880. — Fascicolo 3—4. — Roma, ecc., 1880. In-8°.
13. CARNOY (Joseph). — *Cours de Géométrie Analytique, ecc.*, — Trois ième Édition — Paris, ecc. 1880. In 8°.
14. GRABLOVITZ (Giulio). — *Sopra un cambiamento osservato nelle costanti mareometriche del Porto di Trieste, ecc.*. Trieste 1879. In-8°.
15. *La Natura — Direttore Lamberto Cappanera,* — Vol. IV. — Num. 3—4 — 15 e 29 Febbraio, — In Firenze, ecc. 1880. In-8°.
16. *La Civiltà Cattolica.* — Anno trigesimoprimo — Serie XI. — Vol. II. — Quaderno 719 —720. Firenze, ecc. 1—19 giugno 1880. In 8.°
17. *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux.* — Tomo III — Paris, ecc. 1880. In 8°.
18. PERRIN (A. M.) — *Le Prieuré de Chamonix, ecc.*, Chambéry, ecc., 1879. In 8°.
19. *Rassegna Medico Statistica della città di Genova, ecc.*
20. *Rassegna semestrale delle Scienze fisico-naturali in Italia, ecc.* Firenze, ecc. 1880. In 8°.
21. SERPIERI (P. Alessandro). — *Intorno agli esperimenti del Crookes, ecc.*, In Firenze, ecc., 1880. In 8°.
22. —— *Fisica Terrestre — Elettricità e Terremoto*, ecc. In 8°
23. *Verhandelingen rakende den Natuurlijken en Geopenbaarden godsdienst, ecc.*, Haarlem, ecc. 1880. In 8°.

INDICE DELLE MATERIE
DEL VOLUME XXXIII.
(1879-1880)

MEMORIE E NOTE

COMUNICAZIONI

COMUNICAZIONE DEL SEGRETARIO

COMITATO SEGRETO

TAVOLA I.

Sez. A.

a. Marne inferiori. Mioceniche.
b. Marne superiori. } Plioceniche.
c. Sabbie gialle. }
d. Breccie ciottoli. Diluviali.
e. Tufi vulcanici. Glaciali.

Sez. B.

a. Argille arenose. Plioceniche.
b. Argille torbose } Lacustri Quaternarie.
c. Argille grigio-turchine }
d. Fina sabbia con tripoli intercalato. } Alluvionali.
e. Argille calcari giallastre. }
f. Tufo terroso } Laziali per ragione di epoca e del posto nella scala.
g. Tufo granulare }

R. TERRIGI dis. FAZZONE lit. Cromo Lit. Spithover.

TAVOLA II.

Dr TERRIGI dis FAZZONE lit

TAVOLA III.

Dr TERRIGI dis FAZZONE lit.

Cromo Lit. Spithover.

TAVOLA IV.

Dr. TERRIGI dis. FAZZONE lit. Cromo Lit. Spithöver.

VENVS NVCLEVS-DONATI